

Il B-plane per l'analisi degli incontri planetari

Leila Felice

15 febbraio 2021

In questo lavoro analizzeremo una modellizzazione matematica degli incontri ravvicinati di piccoli corpi (asteroidi, comete) del Sistema Solare con pianeti (con particolare attenzione agli incontri con la Terra). Gli incontri ravvicinati introducono non linearità e caos nel moto dei piccoli corpi del sistema solare, infatti il tempo di Lyapunov, ossia il tempo oltre il quale un sistema dinamico diventa caotico, è dell'ordine di migliaia di anni per gli asteroidi della fascia principale, mentre è dell'ordine di anni o decenni per gli oggetti near-Earth.

Alla fine del diciottesimo secolo, l'osservazione della cometa Lexell mostrò come le comete possano passare molto vicino alla Terra e le loro orbite subire significative modifiche a causa delle perturbazioni gravitazionali dell'incontro ravvicinato.

Circa un secolo dopo Le Verrier rianalizzò le osservazioni relative a questa cometa per studiarne il moto, scoprendo che non è possibile ottenere un insieme unico di elementi orbitali ad un dato periodo: i sei elementi possono essere espressi in funzione di un unico parametro libero il cui valore varia tra ± 1.5 . Le Verrier determinò un insieme di possibili orbite per la cometa Lexell sia prima del passaggio vicino a Giove del 1767 che dopo quello del 1779 e concluse che una futura cometa con osservazioni corrispondenti agli elementi che aveva trovato sarebbe stata una nuova apparizione della cometa Lexell e non un'altra cometa. Per più di un secolo l'opera di Le Verrier è stata dimenticata e per recuperare asteroidi perduti è stato utilizzato un approccio più semplice: si suppone che cinque elementi orbitali siano ben noti e solo l'anomalia media sia soggetta a incertezza; in questo modo la linea delle variazioni (LOV) è un segmento lungo l'asse di anomalia media. Un metodo preciso per calcolare la LOV è stato sviluppato alla fine del secolo scorso (Milani 1999) e questa procedura è stata adattata alle moderne tecniche computazionali.

L'utilizzo principale della LOV non è però l'identificazione o il linkage di oggetti, ma la ricerca di possibili impatti con la Terra. La LOV, infatti, permette di campionare la regione di incertezza nello spazio degli elementi orbitali con un numero finito di asteroidi virtuali (VAs), le cui orbite possono essere propagate per capire se impatteranno con la Terra.

Uno strumento essenziale per l'analisi d'impatto è il piano bersaglio (B-plane). L'analisi sul piano bersaglio parte da una modellizzazione dell'incontro ravvicinato che segue la teoria di Opik.

Nel 1976 Öpik sviluppò una teoria analitica dove il piccolo corpo è assunto su un'orbita Kepleriana attorno al Sole fino all'incontro con il pianeta che viene considerato come un'interazione a due corpi su orbita iperbolica; l'incontro comporta una modifica della velocità del piccolo corpo, la quale definisce la nuova orbita attorno al Sole dopo l'incontro.

Come anticipato, uno degli strumenti principali per l'analisi di incontri ravvicinati è il B-plane.

Fu introdotto nel 1961 da Kizner nel contesto della navigazione interplanetaria: è un piano ortogonale alla velocità asintotica in entrata dello spacecraft e permette un'analisi lineare dell'incontro prima che la gravità del corpo di destinazione abbia effetti significativi sulla traiettoria dello spacecraft. Per questo motivo il B-plane è usato ampiamente nella progettazione di missioni spaziali. Il B-plane è stato utilizzato la prima volta per corpi naturali nel 1988 da Greenberg et al. i quali lo adottarono nella struttura della teoria di Öpik.

In questo contesto il B-plane è un piano passante per il centro del pianeta e ortogonale alla velocità imperturbata (lungo l'asintoto dell'orbita iperbolica) del piccolo corpo. Anche se formalmente la teoria di Öpik é valida solamente quando l'orbita del pianeta e del piccolo corpo si toccano (MOID, minima distanza di intersezione, pari a zero), questa teoria è stata corretta anche per i casi in cui le due orbite non si toccano (Valsecchi et al. 2003) ed è stato utilizzato il B-plane per analizzare le orbite successive all'incontro focalizzandosi sul ritorno risonante (il successivo incontro di un piccolo corpo con lo stesso pianeta non è indipendente dal precedente).

Il lavoro è diviso in tre capitoli i cui contenuti sono riassunti in seguito.

Nel **capitolo 1** troviamo una breve presentazione del problema dei due corpi e della sua risoluzione con particolare attenzione alle orbite iperboliche, in quanto queste ultime vengono sfruttate per analizzare gli incontri planetari.

Il **capitolo 2** è dedicato alla teoria di Öpik: viene descritta la teoria classica e la sua estensione proposta da Valsecchi et al. che permette di considerare MOID non nulla e considera il ritorno risonante.

Nel **capitolo 3** ci occupiamo del B-plane; nella prima parte di quest'ultimo troviamo la definizione classica del B-plane, le coordinate che lo definiscono e una descrizione del tempo di volo linearizzato che risulta essere una quantità molto utile.

Dato che le traiettorie stimate sono affette da incertezza, per essere il più accurati possibili c'è bisogno di mappare le incertezze sul B-plane, quindi abbiamo un'analisi delle incertezze le quali risultano essere particolarmente sensibili alle variazioni dell'asintoto in entrata, in particolare a basse velocità.

Infine, mostriamo come calcolare la probabilità di impatto, sotto ipotesi di linearità, e derivare le incertezze nel tempo e nella distanza di incontro ravvicinato; utilizziamo coordinate opportunamente scalate del B-plane, in modo da analizzare il problema in due dimensioni.