

---

Titolo: **Il Problema dei Tre Corpi: applicazioni alle missioni Terra-Luna a basso costo di energia**

Relatore: Prof. Giacomo Tommei

Candidato: Annalisa Mazzuca

## Abstract

La comprensione dei moti planetari nel Sistema Solare è un argomento che affascina l'uomo fin dai tempi di Galileo e Newton. Con l'avvento dell'era spaziale abbiamo iniziato a studiare più da vicino gli oggetti nello spazio, progettando missioni esplorative di vario genere. Solo recentemente, però, c'è stato un miglioramento nello sviluppare tecniche a basso costo di energia per le traiettorie interplanetarie.

In questa tesi presenteremo il Problema dei Tre Corpi gravitazionale e mostreremo come le sue proprietà possano essere sfruttate per ottenere traiettorie di spacecraft complesse e prestabilite tra i vari oggetti naturali (pianeti e satelliti). A questo scopo è fondamentale lo studio dei cinque punti di equilibrio, o *punti lagrangiani*; in particolare l'instabilità dei punti  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ , detti *collineari*, fornisce strutture, dette *varietà stabili e instabili*, che si comportano come separatrici di tipi differenti di moto e ci permettono di dare una descrizione dello spazio delle fasi. Essi sono dei veri e propri *dynamical channel*: all'interno di essi sono presenti orbite di transito che permettono di raggiungere punti prestabiliti.

In letteratura questi condotti vengono chiamati "autostrade interplanetarie" (*Interplanetary Superhighways* IPS). Essi infatti ruotano accompagnando i corpi e creano una vasta rete di passaggi che si interseca vicendevolmente per ottenere nuove traiettorie a basso costo di energia. L'idea è quindi quella di considerare vari problemi a tre corpi accoppiati e di mettere in comunicazione i punti di equilibrio dei vari sistemi e le orbite periodiche (di Lyapunov) intorno ad essi. Poiché le varietà esistono per ogni valore dell'energia, o equivalentemente dell'integrale di Jacobi, per passare da una all'altra è necessaria raccordare non solo la posizione, ma anche la velocità. Questo passaggio consiste in una spesa minima di energia  $\Delta V$  che è possibile annullare se si aspetta abbastanza a lungo.

In questo lavoro di tesi studieremo l'applicazione di queste tecniche alle missioni Terra-Luna mostrando come sia possibile, attraverso l'intersezione di varietà e la cattura balistica lunare, effettuare un trasferimento che prevede solo un impulso  $\Delta V = 34$  m/s nell'intero viaggio.

Nel primo capitolo sono illustrati risultati classici sul problema dei tre corpi che sappiamo non essere integrabile. Sotto alcune ipotesi restrittive, mostriamo le equazioni del moto del terzo corpo in due differenti sistemi di

riferimento e, una volta individuato un integrale primo del problema, passiamo a calcolare posizione e stabilità dei punti di equilibrio, concentrandoci sulla geometria delle orbite intorno ai punti collineari. Descriviamo infine i tipi di orbite possibili, che ci saranno utili successivamente nella progettazione del trasferimento Terra-Luna.

Nel secondo capitolo trattiamo l'esistenza di orbite complesse che collegano due punti lagrangiani, in particolare  $L_1$  e  $L_2$ , dette connessioni eterocline. Lo scopo è quello di costruire catene di orbite di questo tipo per studiare poi, attraverso la mappa e le sezioni di Poincaré, traiettorie nei loro intorni. Grazie a questi risultati possiamo infine mostrare, evidenziando tutti i passaggi, una costruzione di un'orbita con itinerario assegnato.

La missione giapponese Hiten, nel 1990, a causa di un'insufficiente spinta e poco carburante, non fu in grado di sostenere il classico trasferimento alla Hohmann per arrivare alla Luna. Da allora, anche nei trasferimenti Terra-Luna fu applicata la teoria delle varietà. Nell'ultimo capitolo descriviamo quindi, approssimando il problema a quattro corpi Sole-Terra-Luna-spacecraft ad un doppio problema a tre corpi, la traiettoria di uno spacecraft da un'orbita (di *parking*) intorno alla Terra ad una intorno alla Luna. Ci concentriamo su una particolare sezione di Poincaré nella regione terrestre e tramite le sue intersezioni con le varietà delle orbite periodiche di  $L_2$  del sistema Sole-Terra e di  $L_2$  del sistema Terra-Luna calcoliamo le condizioni iniziali sufficienti affinché lo spacecraft segua una traiettoria che integrata in avanti arrivi nella regione di influenza lunare, e integrata all'indietro torni nell'orbita di partenza intorno alla Terra.

La tecnica classica basata sulla decomposizione del Sistema Solare in problemi Kepleriani a due corpi viene così abbandonata per lasciare spazio alla teoria di Lagrange e di Poincaré, che delinea nuove e convenienti traiettorie per missioni spaziali.