

Attrattori strani e identificazione del caos nei sistemi biologici

Alessia Gentilini

25 giugno 2017

Abstract

Un *sistema biologico* è un organismo vivente in cui le parti che lo compongono interagiscono dinamicamente. In grande approssimazione, più elementi interagiscono quando il comportamento dell'uno influenza quello degli altri. La complessità delle sostanze biologiche richiede l'applicazione di teorie macroscopiche, che mirano a descrivere proprietà generali del sistema biologico piuttosto che il comportamento di una singola molecola. Alcune delle proprietà più interessanti sono quelle dielettriche, approfondite dal matematico Fröhlich, il quale sostiene che un'unità di un sistema biologico è costituita da biomolecole circondate da acqua e ioni. Tale configurazione porta alla formazione di campi elettrici interni molto forti, grazie ai quali le membrane delle cellule sono fortemente polarizzate. F. ha in seguito mostrato la grande sensibilità di alcuni sistemi biologici ai campi elettrici e magnetici deboli, deducendo che l'interazione a lungo raggio, insieme all'esistenza di stati metastabili fortemente polarizzati e alle vibrazioni elettriche lineari, sono decisive per dimostrare l'esistenza di vibrazioni elettriche nel cervello.

A F. si deve dunque l'elaborazione del concetto di *linearità a lungo raggio*, basato sull'esistenza di vibrazioni lineari nella regione dei 10^{11} Hz e di uno stato metastabile con un momento di dipolo elettrico molto forte. Questa ipotesi è stata applicata allo studio del sistema *enzima-substrato* e in particolare allo studio di reazioni enzimatiche collettive che hanno luogo nella Greater membrane del cervello quando esse interagiscono con le molecole del substrato, creando oscillazioni chimiche. Di conseguenza si ha un passaggio lento dallo stato di eccitazione a quello di non eccitazione del sistema di enzimi. Questa oscillazione chimica è connessa ad una corrispondente vibrazione elettrica per mezzo del momento di dipolo degli enzimi eccitati, parzialmente attivato dagli ioni del sistema. La polarizzazione rimanente conduce il sistema all'instabilità ferroelettrica.

Lo scopo di questa tesi é studiare il modello matematico che descrive il comportamento del sistema enzima-substrato precedentemente menzionato, evidenziando la comparsa di attrattori strani e di conseguenza il comportamento caotico di tale sistema al variare di determinati parametri che compaiono nella soluzione del problema.

Nei primi tre capitoli verranno riportati alcuni risultati matematici riguardanti la teoria delle biforcazioni, la transizione al caos e la sua identificazione, facendo particolare riferimento alla teoria di Floquet e agli attrattori strani.

Nel quarto capitolo verrà studiata l'equazione non lineare che descrive il comportamento del sistema enzima-substrato nel caso forzato e non forzato, per poi passare allo studio delle oscillazioni subarmoniche e superarmoniche, che hanno una particolare rilevanza nell'interazione tra i sistemi biologici e le onde elettromagnetiche: esse, infatti, dipendono dalla frequenza del campo elettromagnetico che viene applicato per influenzare le basi chimico-fisiche delle funzioni biologiche. In particolare, aggiungendo oscillazioni superarmoniche, si ha l'eliminazione di biforcazioni omocliniche e di conseguenza l'eliminazione di attrattori caotici sparsi. Questo tipo di oscillazioni compare quando l'eccitazione esterna è troppo vicina o lontana dalla frequenza naturale del sistema.

Nel quinto capitolo, infine, saranno riportati i risultati di una sperimentazione numerica, implementata utilizzando gli algoritmi di Newton-Raphson e Runge-Kutta al quarto ordine, che evidenzia la comparsa di attrattori strani nel sistema studiato.

Riferimenti bibliografici

- [1] H.G. Enjieu Kadji, J.B. Chabi, R. Yamapi, P. Wofo, *Nonlinear dynamics and strange attractors in the biological system*, ScienceDirect, 2005.
- [2] Riccardo Riganti, *BIFORCAZIONI e CAOS nei modelli matematici delle scienze applicate*, Libreria editrice universitaria Levrotto & Bella, Torino, 2000.
- [3] Steven H. Strogatz, *NONLINEAR DYNAMICS AND CHAOS. With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*, Westview Press, U.S, 1994.
- [4] Fröhlich H., *Long range coherence and energy storage in a biological system*, Int. J. Quantum Chemistry, 1968, 641:649-52.

- [5] Kaiser F., *Coherent oscillations in biological system I. Bifurcation Phenomena and Phase Transitions in an Enzyme-Substrate Reaction with Ferroelectric Behaviour*, Z. Naturforsch, 1978, 294:304-33.
- [6] Andrea Milani Comparetti, *Introduzione ai sistemi dinamici*, Pisa University Press, 2015.
- [7] Valter Franceschini, *Sistemi dinamici e caos*, <http://cdm.unimo.it/home/matematica/franceschini.valter/SD2.pdf>.
- [8] C. Mencuccini, V. Silvestrini, *Fisica 2. Elettromagnetismo e ottica*, Liguori, 2016.
- [9] David L. Nelson, Michael M. Cox, *I principi di biochimica di Lehninger*, Zanichelli, 2014.
- [10] Mauro Lo Schiavo, *Note di sistemi dinamici, Vol. 12*, <http://cab.unime.it/journals/index.php/lecture/article/view/928,132-146>.
- [11] Domenico D. Bloisi. *Metodo di Newton-Raphson*, <http://www.dis.uniroma1.it/~bloisi/didattica/pmn1112/lezioni/newton-raphson.pdf>.
- [12] F. Saleri, *Metodi Runge-Kutta*, http://www1.mate.polimi.it/CN/MetODE/runge_stiff.pdf.
- [13] Wikipedia, *Biologia dei sistemi*.