

Il problema dei tre corpi ristretto circolare: applicazione alla progettazione di missioni nello spazio

Candidata: Alessia Bertolucci

Sessione di Laurea: 13 Marzo 2015

Negli ultimi 30 anni si è assistito ad un grande progresso nella progettazione di missioni spaziali, le quali sono cresciute in complessità, richiedendo ricerche di nuove tipologie di traiettorie al fine di ottenere risultati sempre più ambiziosi.

Le strutture dinamiche del problema dei tre corpi possono essere sfruttate in modo efficiente nella progettazione di missioni spaziali, fornendo molte informazioni sulle traiettorie di oggetti del Sistema Solare, come ad esempio oggetti naturali e spacecraft (S/C). I punti di equilibrio del problema dei tre corpi ristretto circolare (P3CRC), chiamati anche *punti lagrangiani* o *punti di oscillazione*, presentano utili proprietà: attorno ai punti di equilibrio *triangolari*, che denoteremo L_4 ed L_5 , esistono regioni con buone proprietà di stabilità, mentre i punti di equilibrio *collineari*, che denoteremo L_1 , L_2 e L_3 generano e controllano molte traiettorie dalle interessanti applicazioni per le missioni spaziali.

Un esempio rilevante dei vantaggi offerti dai punti lagrangiani collineari consiste nella possibilità di effettuare trasferimenti su orbite periodiche e semi-periodiche attorno ad essi (chiamate *orbite di Lissajous*), grazie all'introduzione del concetto di *superfici invarianti* come *separatrici* di tipi differenti di moto e come mezzo per descrivere lo spazio delle fasi. Infatti, le superfici invarianti del P3CRC sono strutture dello spazio delle fasi che esistono per certi valori dell'*integrale di Jacobi* e costituiscono dei *canali dinamici* contenenti orbite: in particolare, le superfici invarianti *stabili* e *instabili* associate alle orbite attorno ai punti collineari L_1 ed L_2 sono dei veri e propri "condotti" di orbite che trasportano oggetti verso uno dei due corpi primari oppure, come nel caso di interesse per questa tesi, tra corpi primari di due sistemi di tre corpi separati.

Queste superfici invarianti possono dunque essere utilizzate nella pianificazione di traiettorie per oggetti in sistemi di tre corpi. In questa tesi ci interesseremo alla loro applicazione nella progettazione del *Petit Grand Tour* delle lune di Giove, una missione così organizzata: lo S/C, partendo al di

l'orbita di Ganimede, verrà "catturato" dal campo gravitazionale di Ganimede e inserito in un'orbita attorno ad esso; dopo un periodo orbitale, viaggerà poi verso la luna Europa e finirà in un'orbita ad alta inclinazione attorno ad essa. Vedremo in particolare come si arriva a costruire il *Petit Grand Tour*, analizzando tutti i passaggi necessari.

Nel primo capitolo studieremo il P3CRC: dopo aver scritto le equazioni del moto, calcoleremo i punti di equilibrio, studiandone la stabilità nel caso planare e analizzando poi, nel caso spaziale, la struttura delle superfici invarianti in un intorno dei punti di equilibrio collineari. Mostriamo che queste superfici invarianti si comportano come *separatrici* tra due tipi di moto: orbite transitorie, interne alla superficie, e orbite non transitorie, all'esterno.

Nel secondo capitolo ci occuperemo di trovare *connessioni eterocline* tra coppie di orbite di librazione, una attorno a L_1 , l'altra attorno a L_2 : cercheremo intersezioni tra le superfici invarianti instabili di un punto e quelle stabili dell'altro. Poiché queste connessioni sono orbite asintotiche, non sono necessarie manovre per effettuare questo trasferimento, che si svolgerà dunque senza spese di energia. Descriveremo poi un metodo per la costruzione di orbite con itinerari prescritti, prima nel caso planare poi in quello spaziale, ed applicheremo i risultati ottenuti alla costruzione di un *Petit Grand Tour* tridimensionale: approssimando le dinamiche del problema dei quattro corpi Giove-Europa-Ganimede-satellite come due problemi dei tre corpi accoppiati, cercheremo le intersezioni tra i "condotti" di orbite transitorie, racchiusi dalle superfici stabili e instabili, tra un sistema di tre corpi e l'altro, in modo da ottenere connessioni eterocline che formino un itinerario come descritto sopra. Nel passaggio da un sistema di tre corpi all'altro, ci sarà bisogno di dare un impulso ΔV allo S/C nel punto di intersezione tra la superficie instabile associata ad un'orbita attorno al punto L_1 del sistema Giove-Ganimede-satellite e la superficie stabile associata ad un'orbita attorno al punto L_2 del sistema Giove-Europa-satellite. Le due superfici corrispondono infatti ad energie diverse nei relativi sistemi e per poter effettuare il trasferimento da un'orbita in una superficie ad una nell'altra, lo S/C avrà bisogno di questo impulso. Questo metodo di costruzione di orbite si rivelerà particolarmente vantaggioso: l'impulso totale ΔV necessario per compiere questo tour è approssimativamente la metà di quello che sarebbe necessario utilizzando metodi classici che fanno uso delle orbite di trasferimento di Homann.

In generale, l'utilizzo di superfici invarianti come condotti per il trasferimento di S/C ci permette quindi di progettare orbite complesse a basso consumo di energia, aprendo le porte a nuove grandi possibilità nell'esplorazione del Sistema Solare.