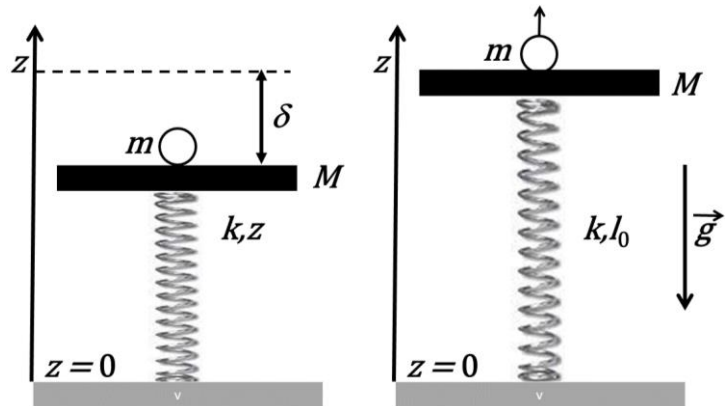


**Esercizio 1**

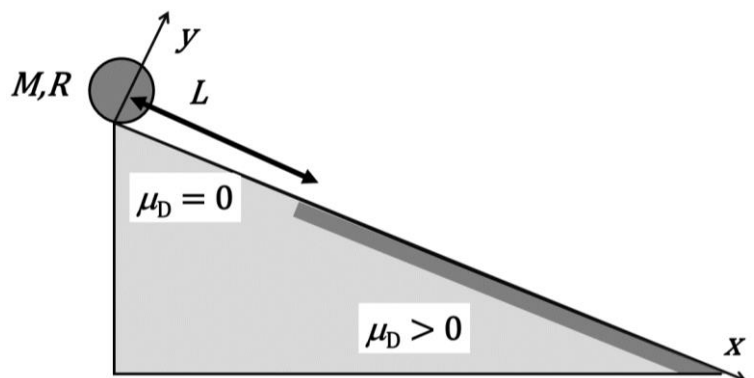
Un fucile a molla è schematizzabile come una molla di costante elastica  $k$  e lunghezza riposo  $l_0$  su cui è saldato un piatto di massa  $M$ . La molla è mantenuta in posizione verticale e l'altro suo estremo è fissato ad un pavimento orizzontale. Introduciamo un asse  $z$  verso l'alto, con origine sul pavimento su cui è fissata la molla. Un proiettile di massa  $m$  viene appoggiato sul piatto e la molla viene compressa, come in Figura a sinistra e successivamente lasciata libera di riallungarsi.



- 1) Si individuino tutte le forze agenti sul piatto e sul proiettile e si calcoli, in funzione della compressione della molla, la reazione del piatto su  $m$  (la compressione è  $\delta = l_0 - z$ ) prima che il proiettile si distacchi dal piatto. La molla viene rilasciata ed il proiettile viene sparato verso l'alto, come in Figura a destra.
- 2) Supponendo che la compressione sia sufficiente per consentire il distacco del proiettile dal piatto, si determini in funzione della compressione iniziale  $\delta_0$  la lunghezza della molla quando il proiettile viene sparato verso l'alto e la massima altezza verticale raggiunta dal proiettile stesso.
- 3) Esiste un valore minimo  $\delta_{min}$  della compressione  $\delta_0$  al di sotto del quale il proiettile non si distacca dal piatto? Se sì, determinarlo; se no, dimostrare perché non esiste.
- 4) Cosa cambierebbe nelle domande 1) e 2) se la molla non ubbidisse rigorosamente alla legge di Hooke, ma la relazione fra la forza prodotta dalla molla e la sua compressione fosse del tipo:  $F = -k(\delta + \alpha\delta^3)$  con  $\alpha$  positivo?

**Esercizio 2**

Un cilindro pieno di massa  $M$  e raggio  $R$  viene appoggiato fermo sulla cima di uno scivolo, composto da un tratto liscio di lunghezza  $L$  e da un tratto scabro molto lungo, caratterizzabile con un coefficiente di attrito dinamico  $\mu_D$ . Lo scivolo ha la forma di un piano inclinato e forma un angolo  $\theta$  con la direzione orizzontale. Si utilizzi un sistema di coordinate con un asse  $x$  lungo lo scivolo orientato nel verso della discesa ed un asse  $y$  ad esso ortogonale, come in Figura.



- 1) Si descriva il moto del cilindro nel tratto liscio ( $0 \leq x \leq L$ ) e si calcoli la velocità  $V_0$  del centro di massa del cilindro quando giunge al confine con il tratto scabro.  
Si supponga ora che il coefficiente di attrito dinamico e le dimensioni del tratto scabro siano tali da portare il cilindro alla condizione di puro rotolamento in un intervallo di tempo  $\tau$ .
- 2) Si descriva il moto del cilindro nel tratto scabro fino al raggiungimento della condizione di puro rotolamento e si calcoli il valore minimo di  $\mu_D$  necessario per il raggiungimento di tale condizione ed in funzione di  $\mu_D$  l'intervallo di tempo  $\tau$ .
- 3) Si determini l'impulso trasferito da tutte le forze esterne al cilindro durante l'intervallo  $\tau$  ed in particolare il limite di tale impulso quando  $\mu_D \rightarrow \infty$ .
- 4) Sempre nel caso di  $\mu_D$  molto grande si calcoli la variazione di energia cinetica del cilindro.