Introduzione al Metodo agli Elementi Finiti

Finite Element Method, FEM

oppure

Finite Element Analysis, FEA o FE

Applicazione all'analisi statica strutturale elastica lineare

Ing. Ciro Santus

http://people.unipi.it/static/ciro.santus/

Metodo agli Elementi Finiti

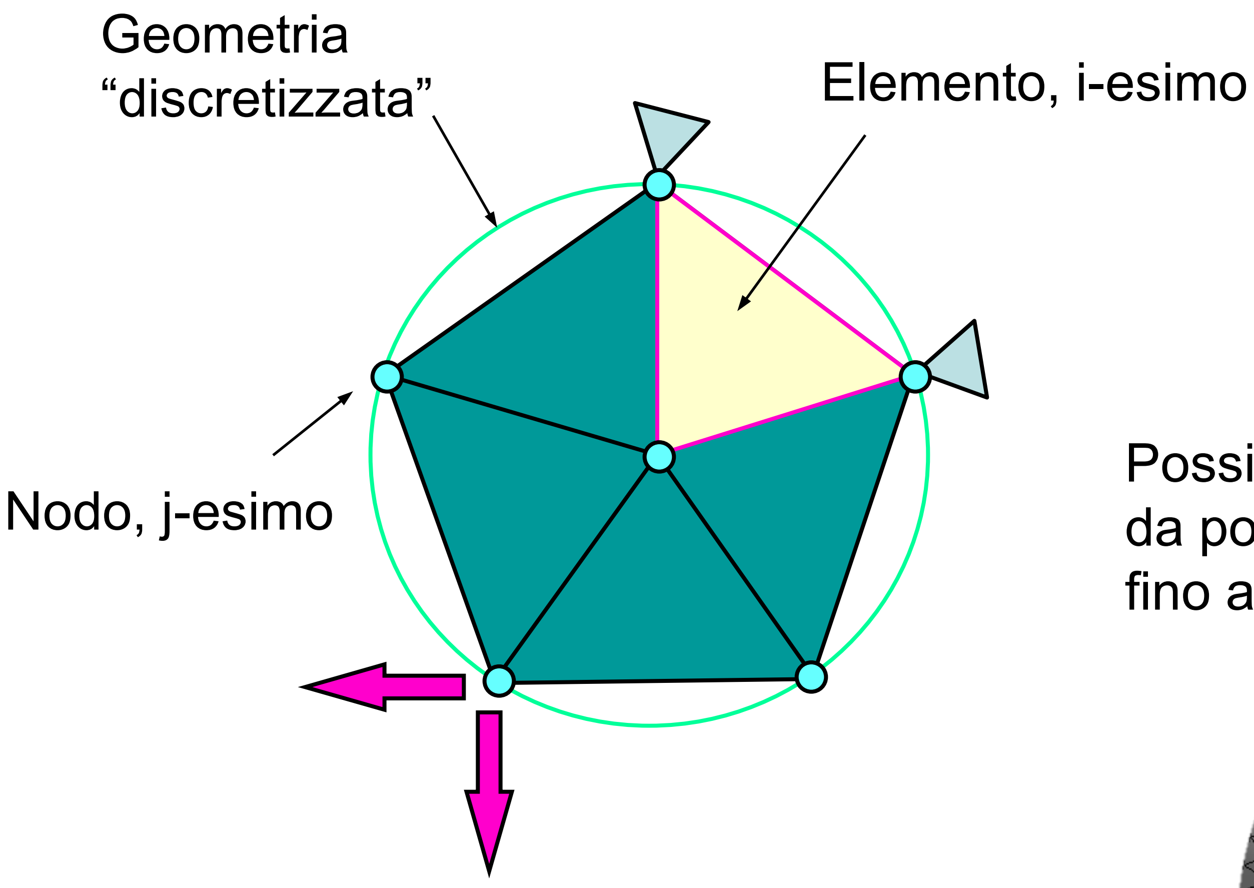
Risoluzione numerica di problemi fisici
(equazioni alle derivate parziali)

Esistono altri metodi alternativi, es.: BEM, metodo delle differenze

Ormai si può considerare il metodo *standard* per risolvere problemi strutturali, termici, fluidodinamici, ecc.

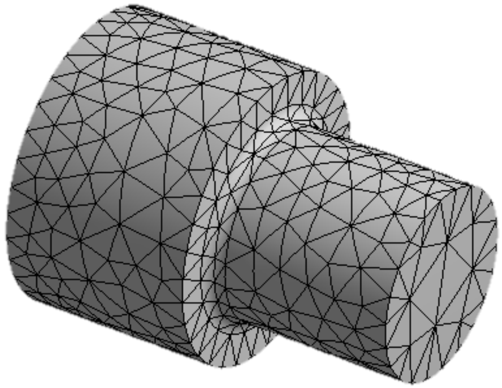
Evoluzione del metodo a partire dagli anni ’50. Attualmente esistono importanti SW commerciali, Es.: Ansys, Abaqus

Nodi & Elementi

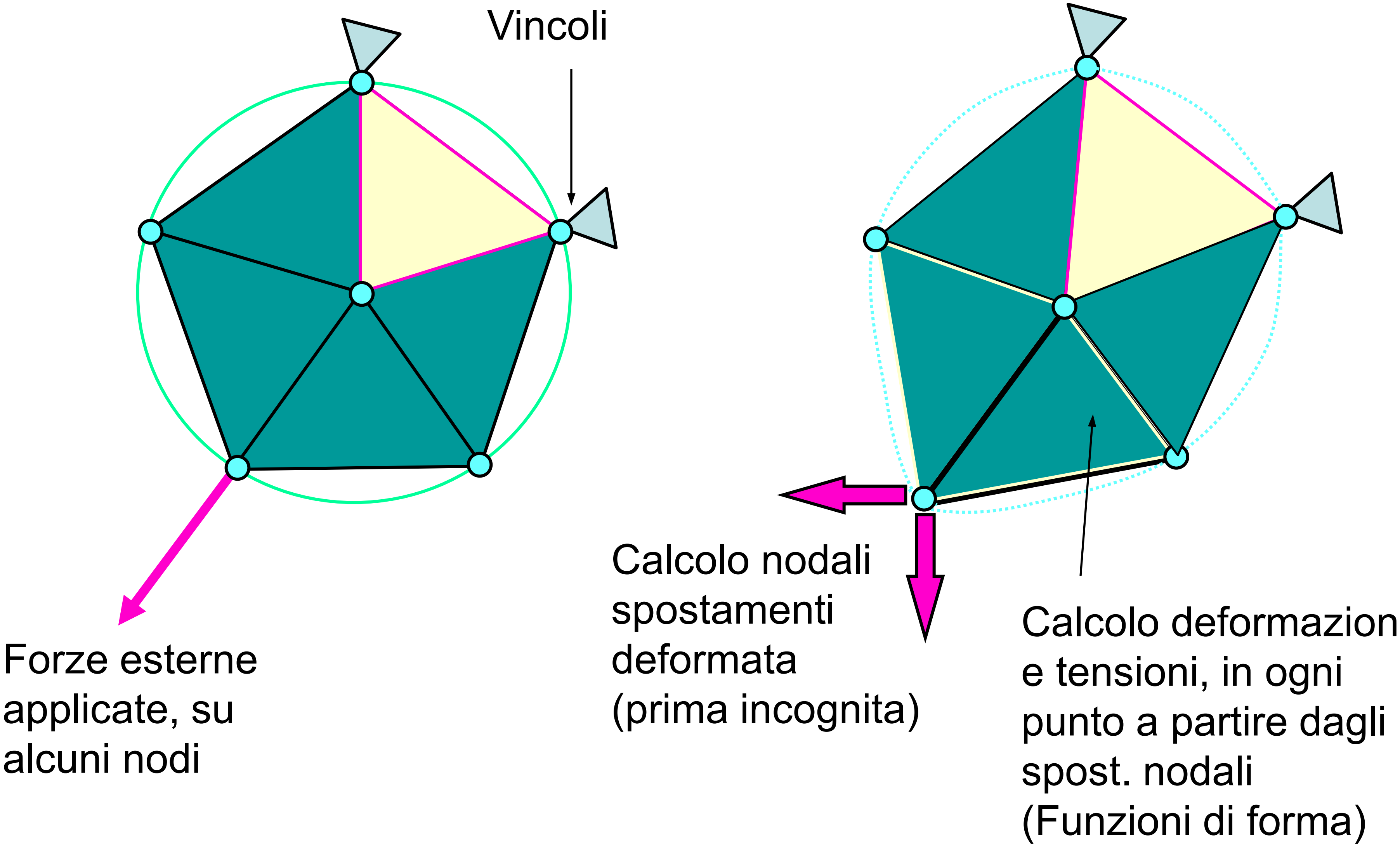


Gradi di libertà del singolo nodo:
Spostamenti nelle direzioni x,y,z

Possibilità di gestire modelli da poche migliaia di elementi, fino a 1 000 000 elementi



Vincoli e carichi



Soluzione del modello agli Elementi Finiti

Il sistema di equazioni differenziali alle derivate parziali, si "riduce" ad un sistema lineare, in cui le incognite sono gli spostamenti nodali.

$$\{F\} = [K]\{U\}$$

Numero molto elevato di incognite, comunque finito, condizione ideale per l'implementazione al calcolatore

La soluzione del modello consiste nella risoluzione di questo sistema nell'incognita $\{U\}$ degli spostamenti nodali.

Scelta del tipo elemento

Geometria	2D	3D
Linee	Elemento trave 2D (beam)	El. trave 3D (beam)
Aree	El. piano (plane strain/stress)	El. Guscio (shell)
Volume	-------	Elemento solido (brick)

Scelta del tipo elemento

Elementi Trave (Beam)

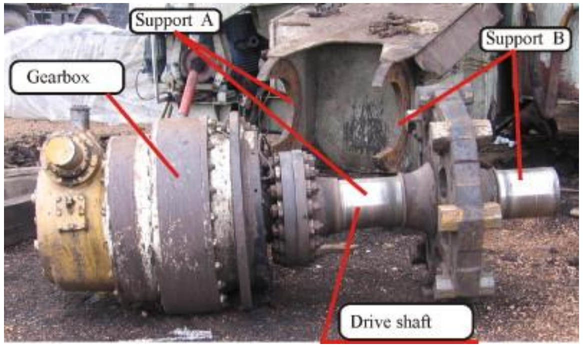
Il nodo rappresenta una sezione

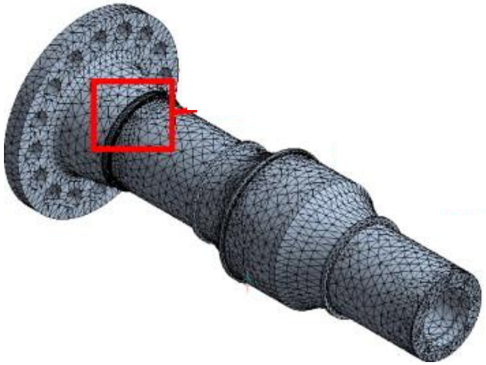
Elementi Guscio (Shell)

Il nodo rappresenta uno spessore

Elementi Solidi (Brick)

Il nodo rappresenta un punto solido

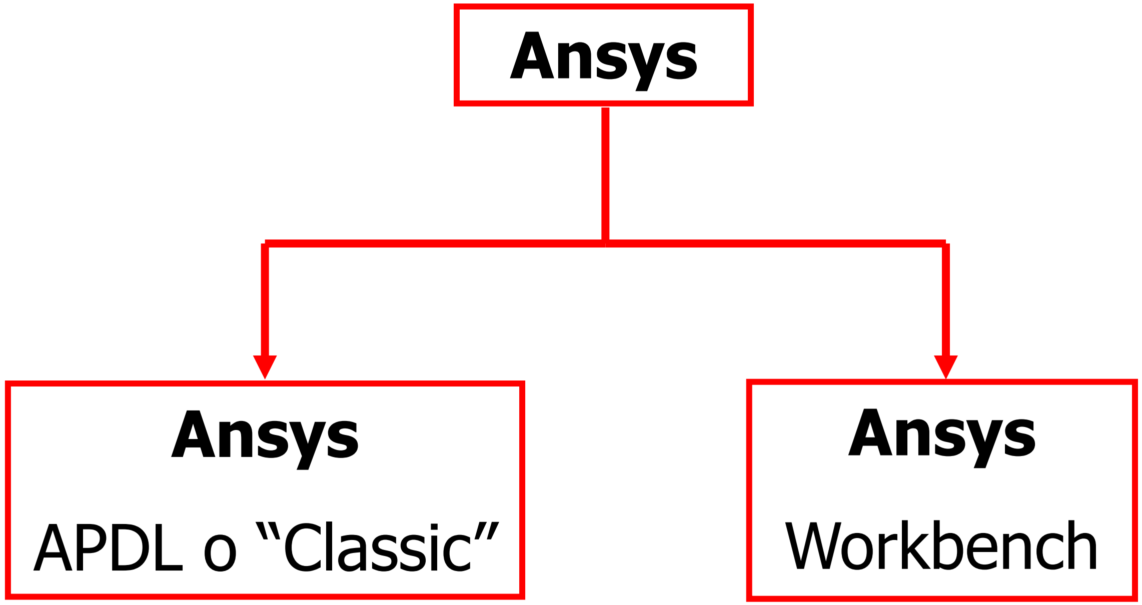


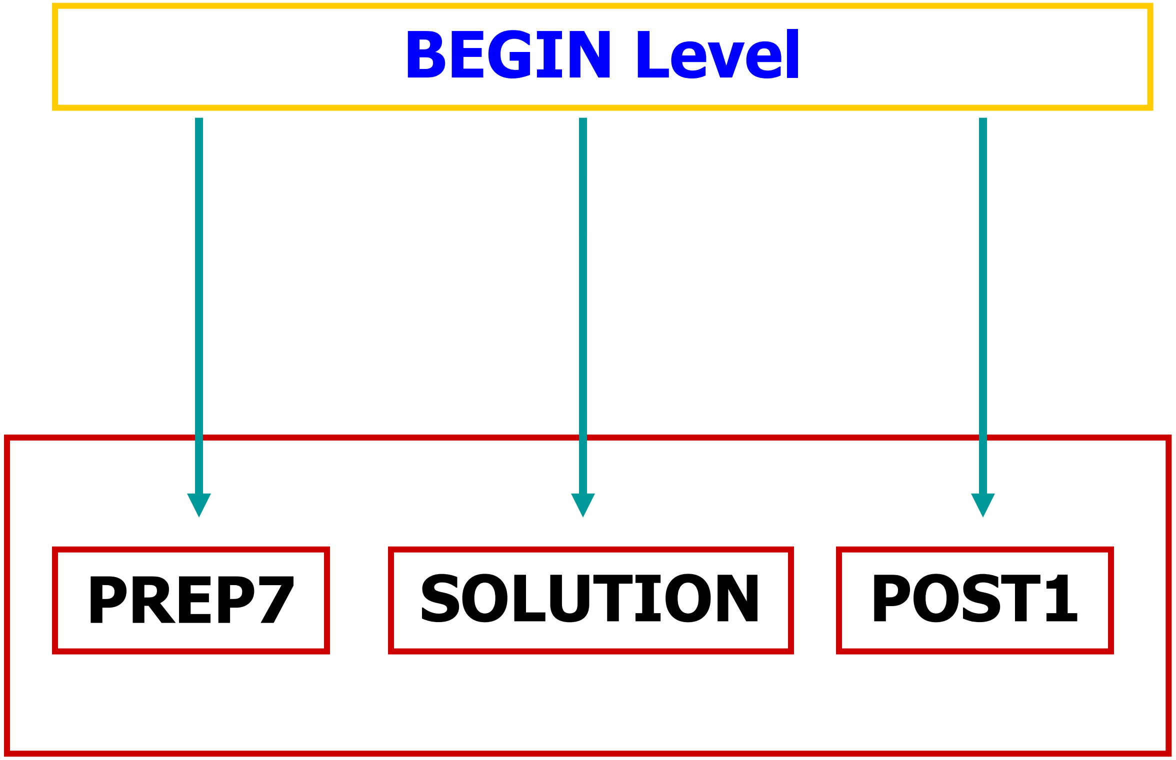


Introduzione al codice

agli Elementi Finiti

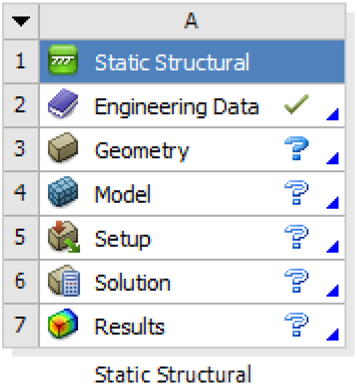
Ansys


Ansys
Ansys
APDL o "Classic"
Ansys
Workbench

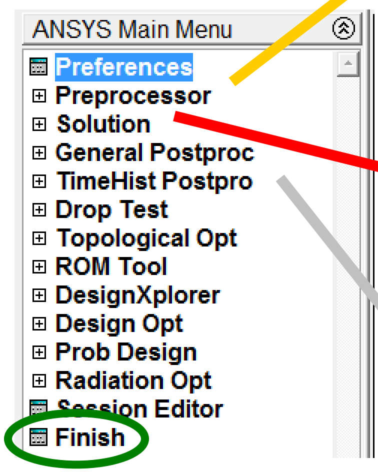


APDL

Workbench



Ansys APDL



PREP7

- definizione ELEMENT TYPE
- definizione REAL CONSTANTS
- definizione MATERIAL PROPERTIES
- definizione GEOMETRIA MODELLO
- definizione MESH del modello
- applicazione di VINCOLI e CARICHI

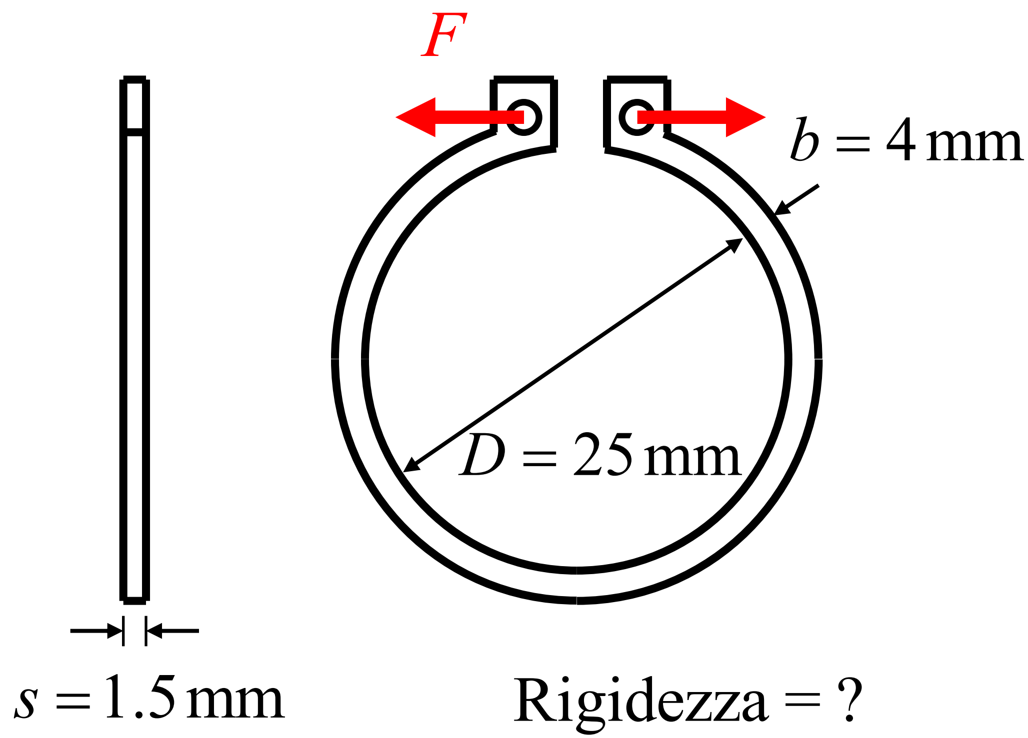
SOLUTION

Soluzione FEM

POST1

- PLOT visualizzazione grafica dei risultati
- LIST risultati in forma numerica

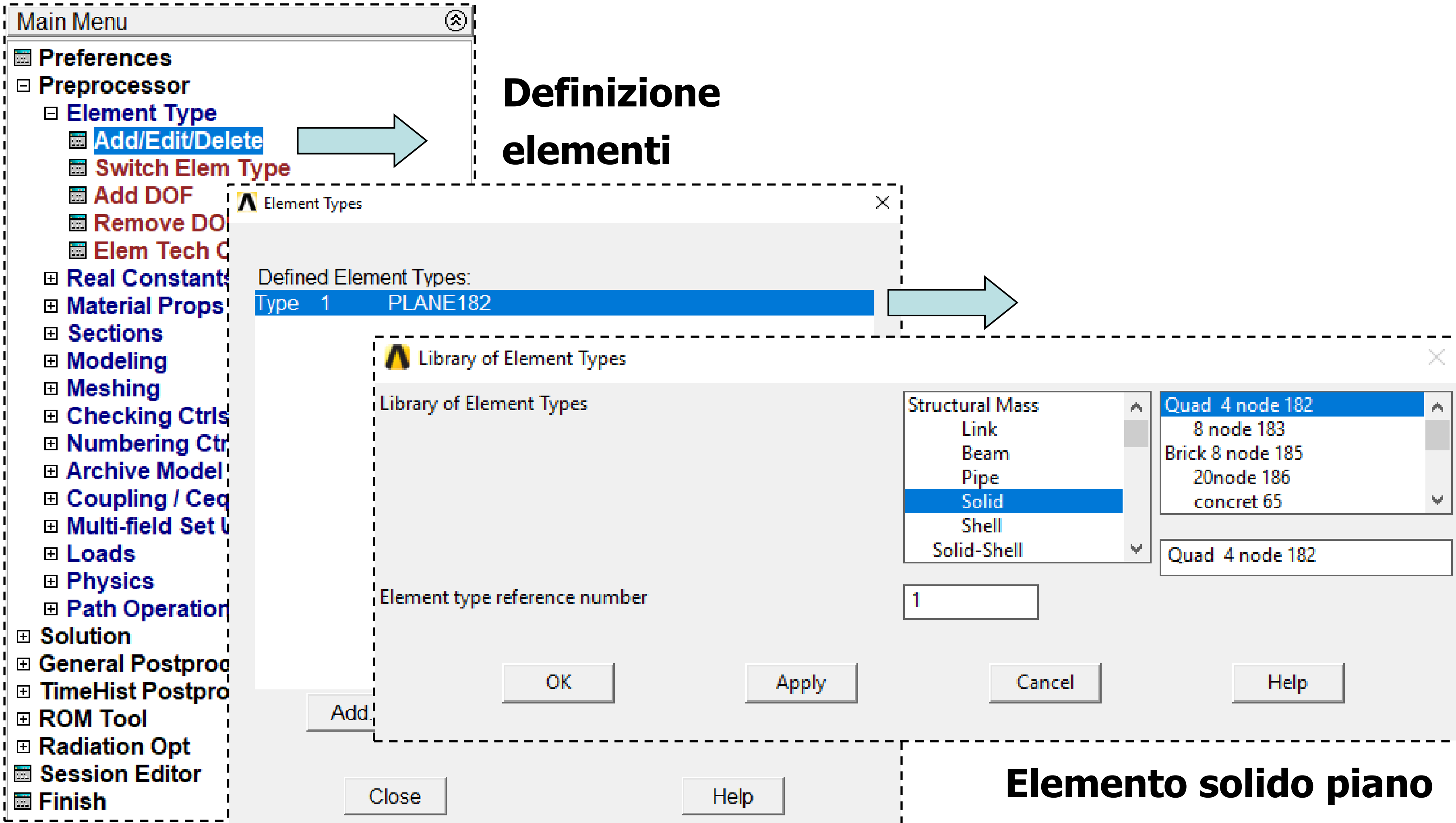
Es.: Modellazione solida:
Anello elastico (plane stress)



Rigidezza = ?

Stato di tensione = ?

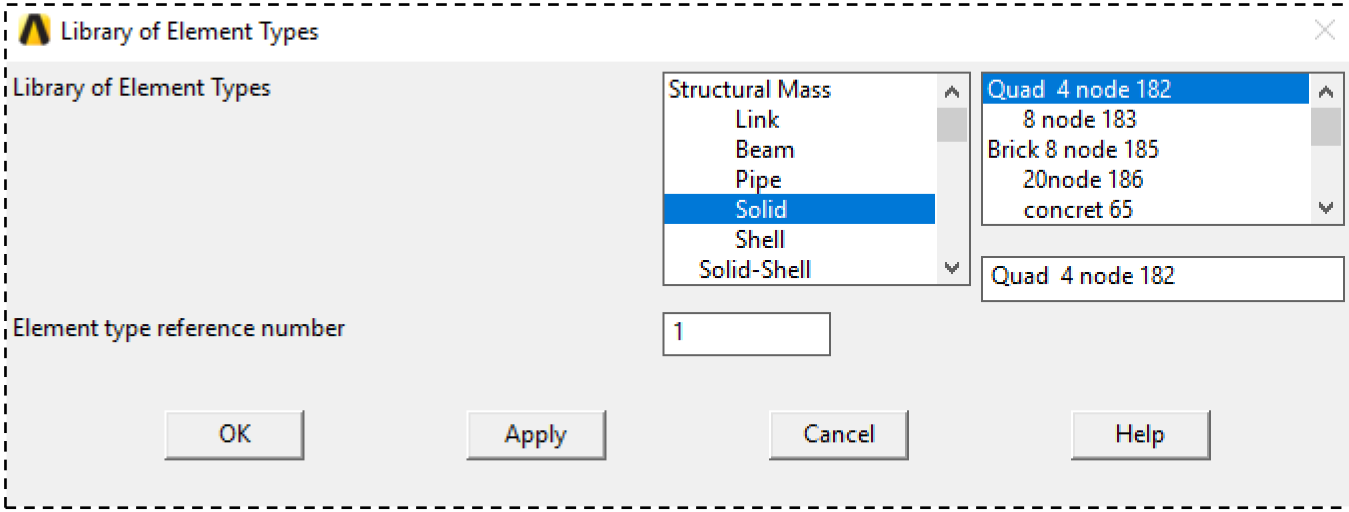
Definizione elementi

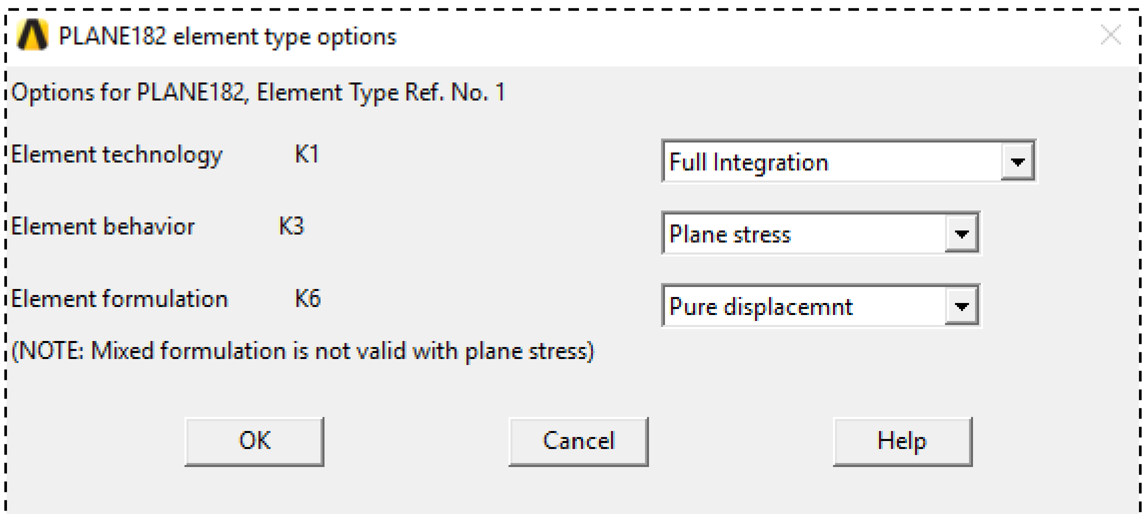


Definizione elementi

Elemento solido piano es. Plane 182

Definizione elementi





Definizione keyoptions

es.:

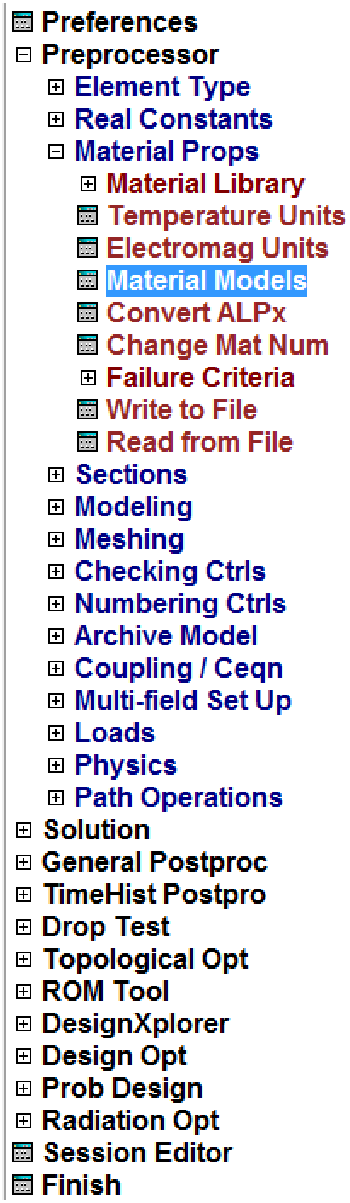
- plane stress
- plane strain
- axisymmetric

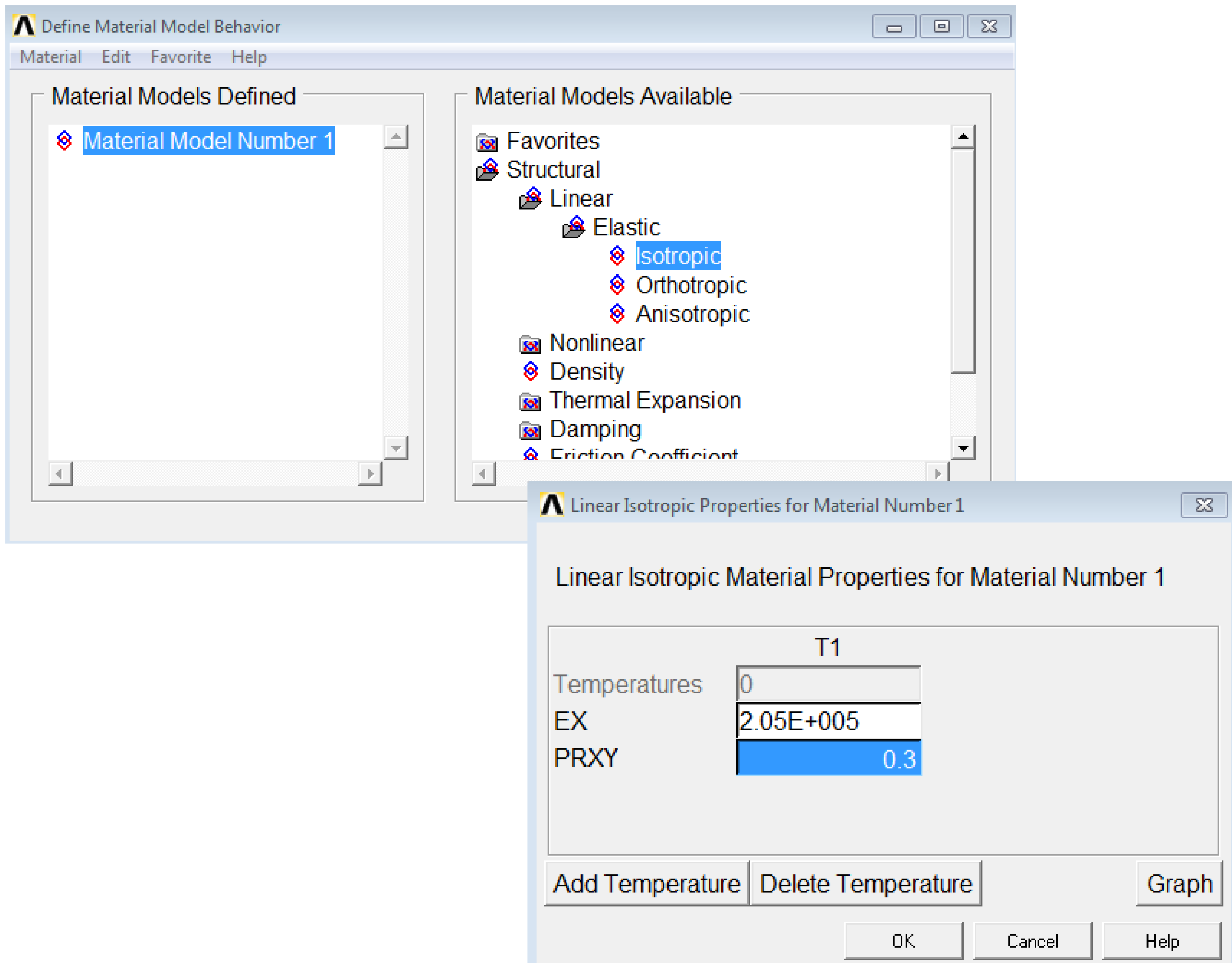
Definizione proprietà dei materiali

Materiale:

Elastico Lineare Isotropo Omogeneo

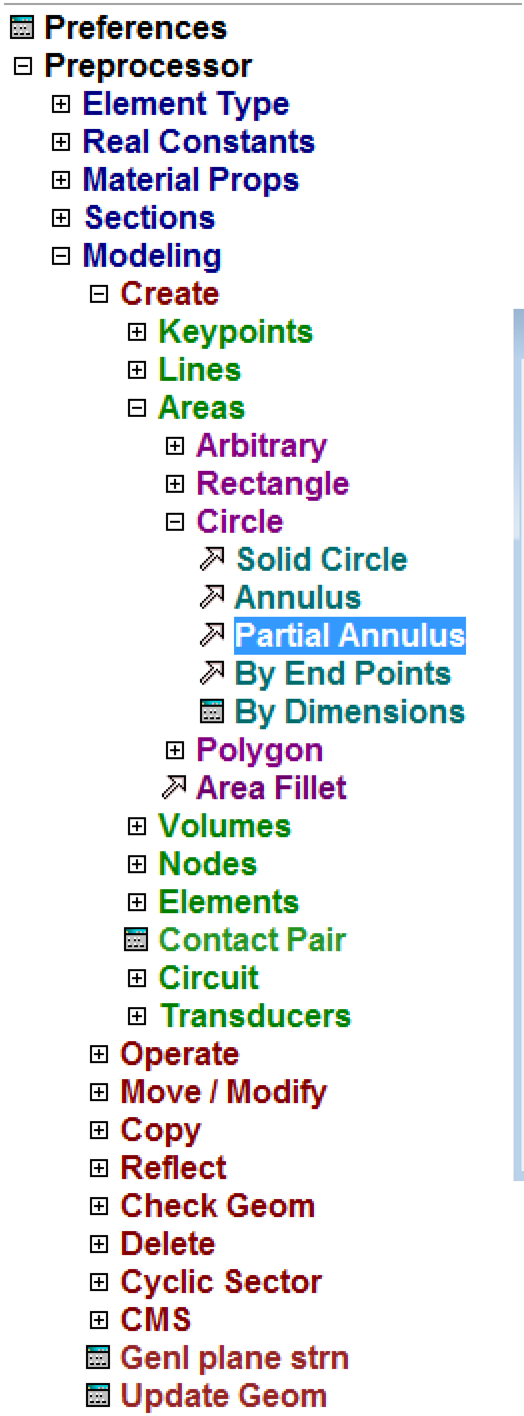
Moduli di Young e Poisson

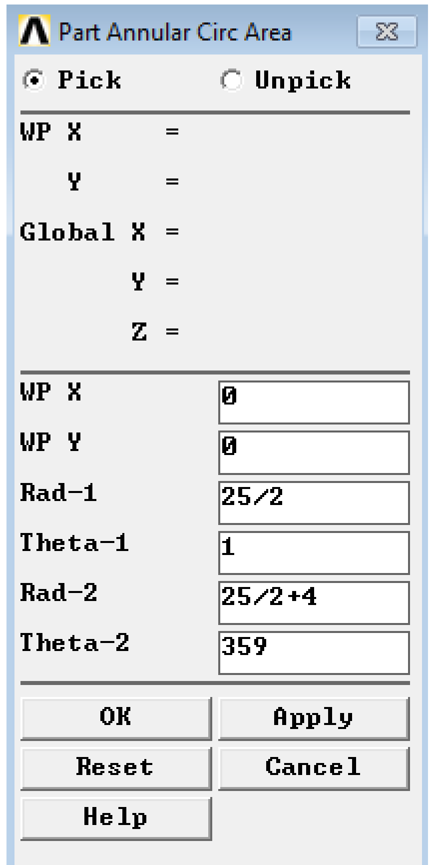


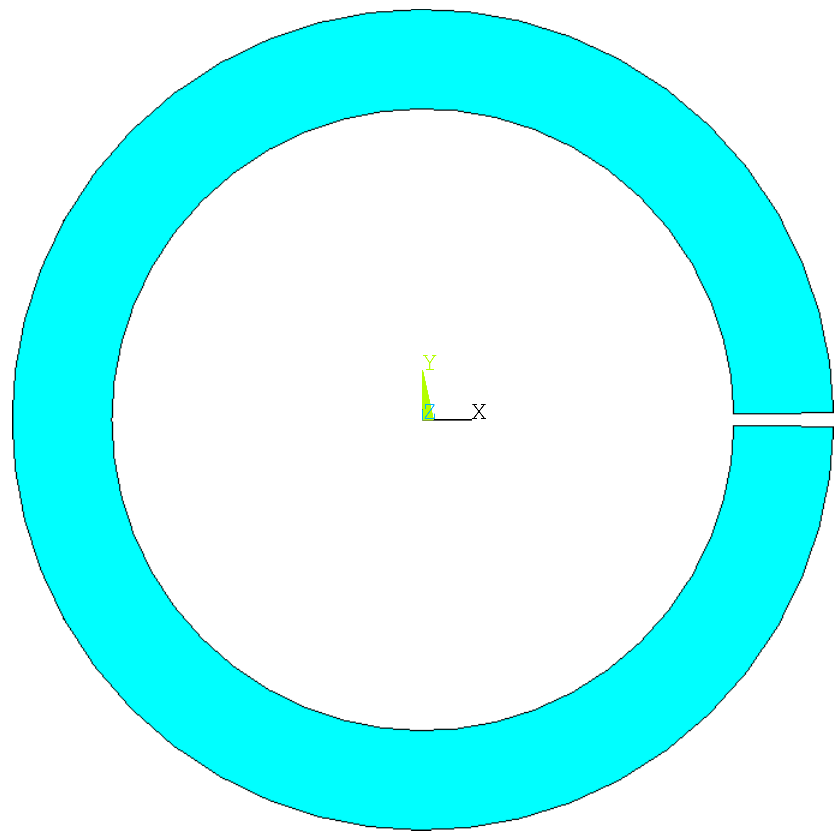


Modellazione solida,

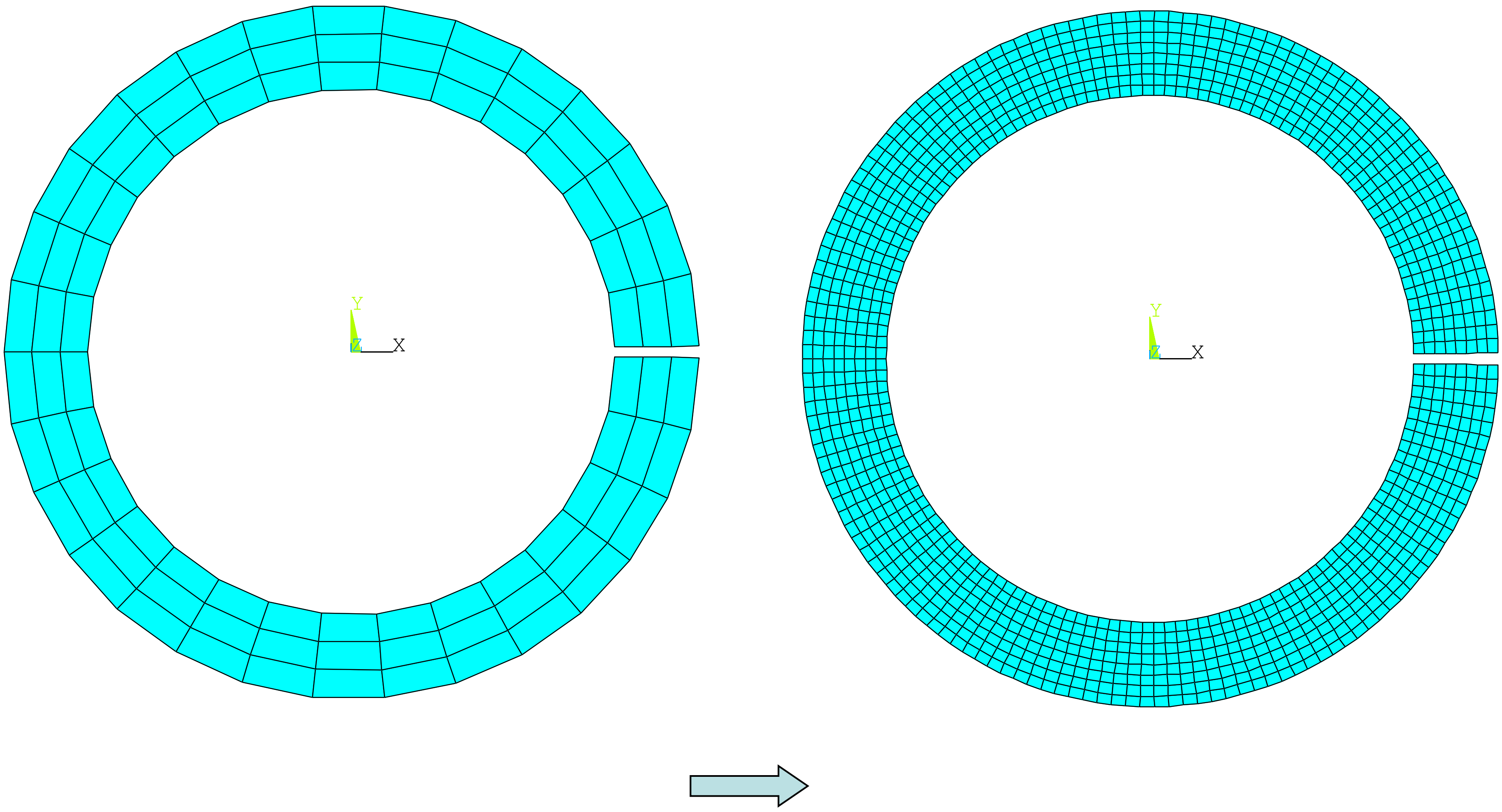
anello elastico, plane stress





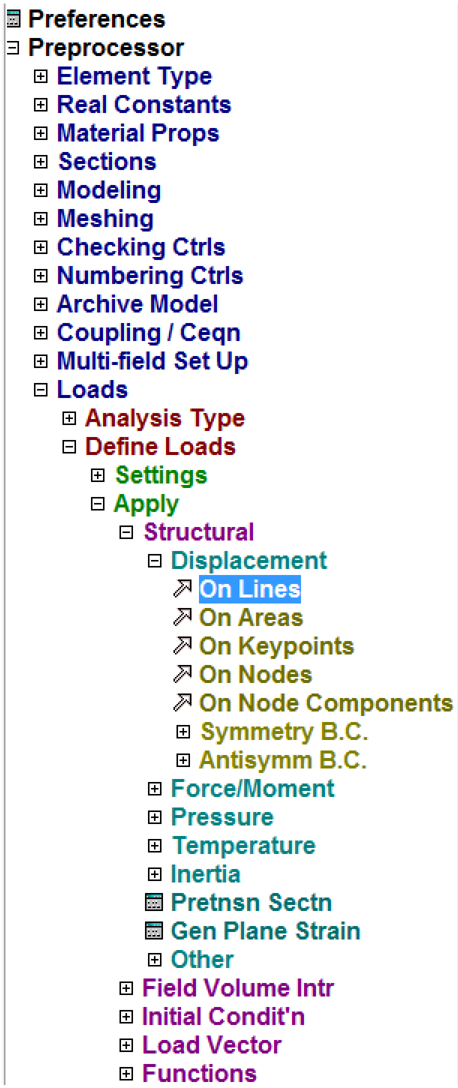


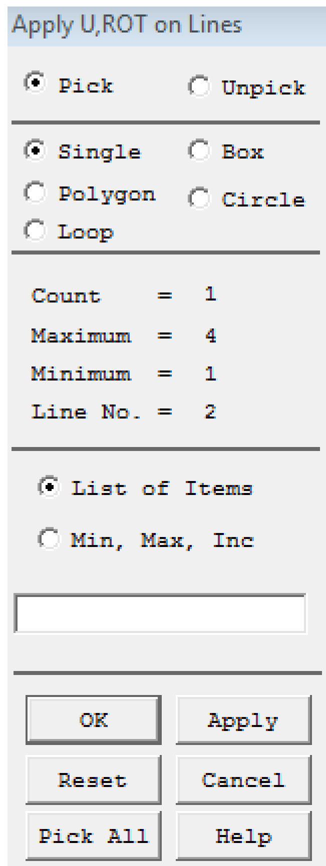
"Mesh": nodi ed elementi

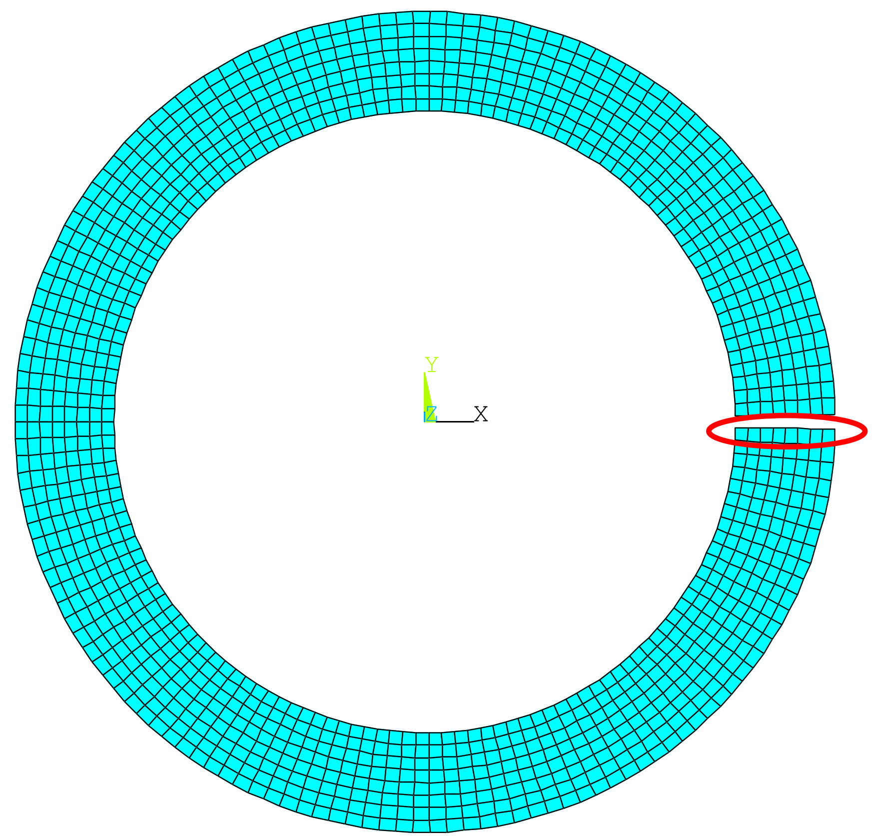


"Infittimento della Mesh"

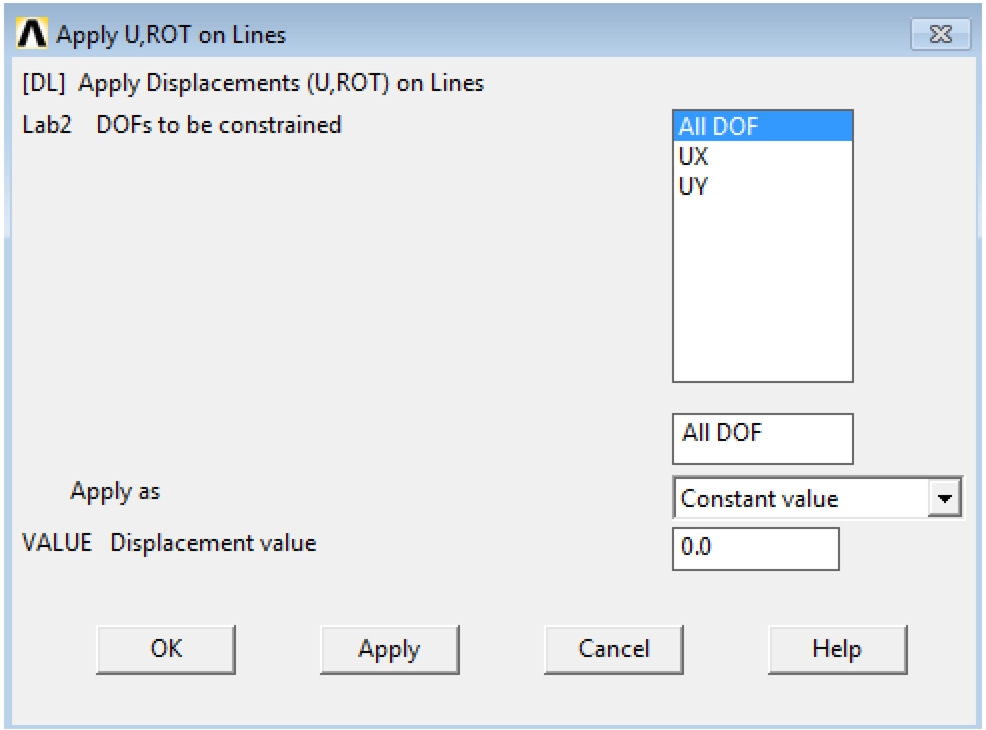
Condizioni di vincolo





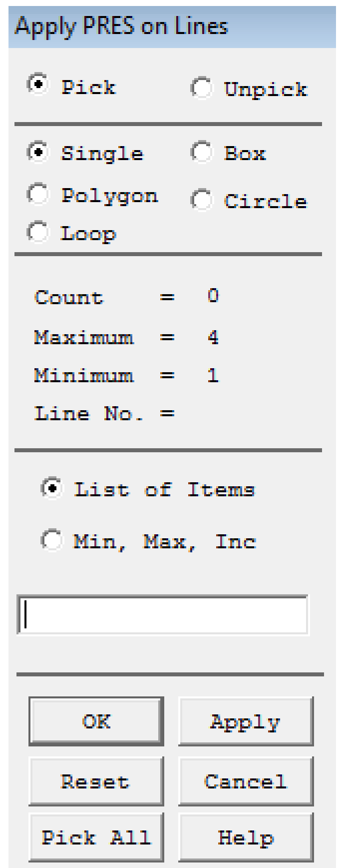


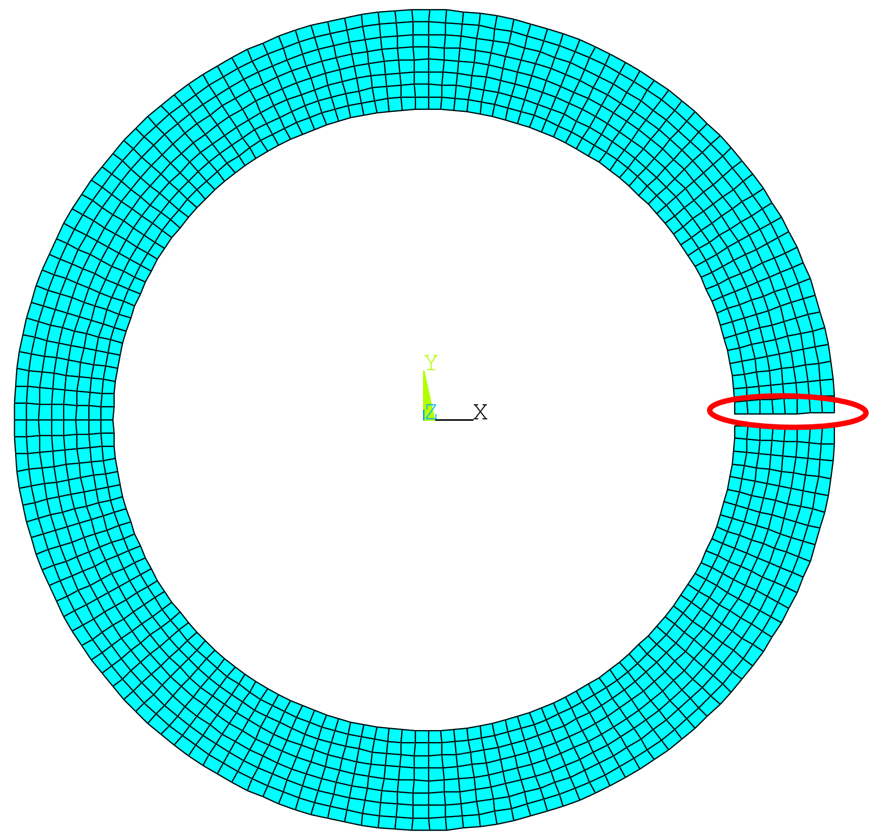
Condizioni di vincolo



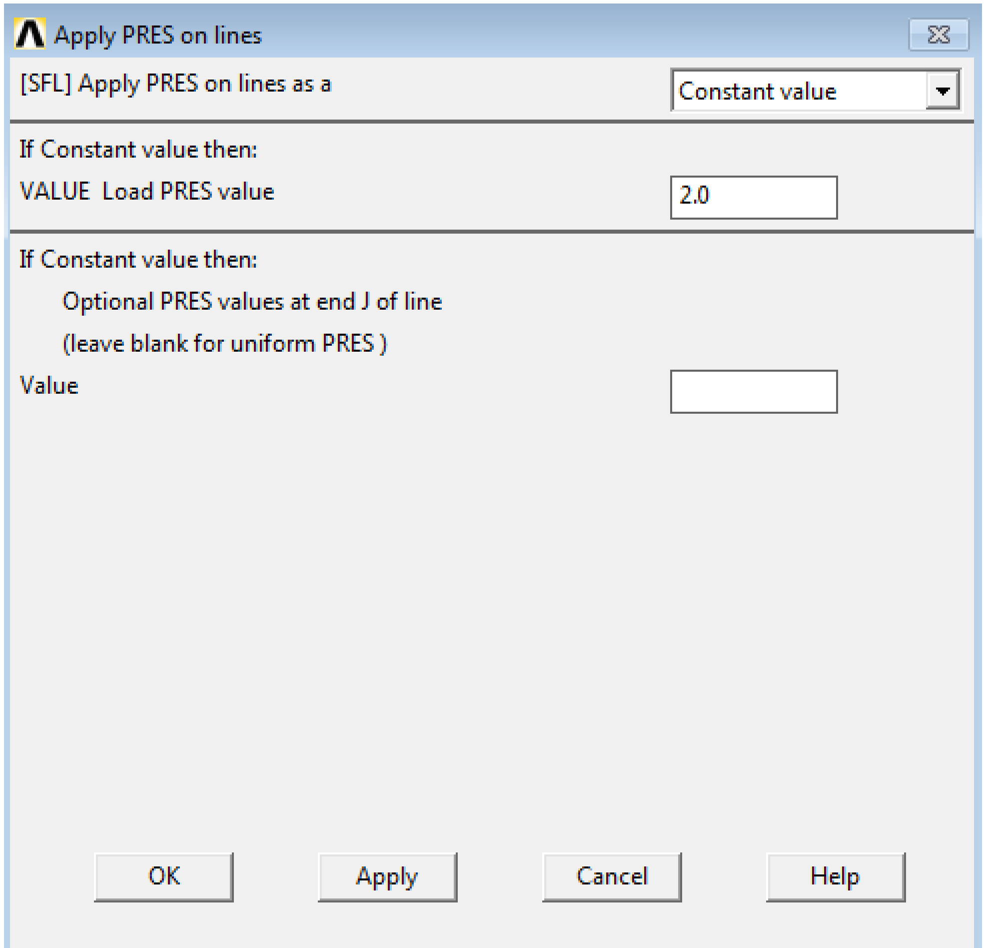
Spostamento imposto su tutti i gradi di libertà = incastro.

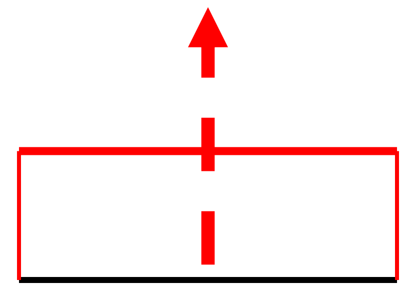
Condizioni di carico: pressione sulla linea





Condizioni di carico: pressione sulla linea uniforme





$$p = 2\,\mathrm{MPa},\ b = 4\,\mathrm{mm}$$

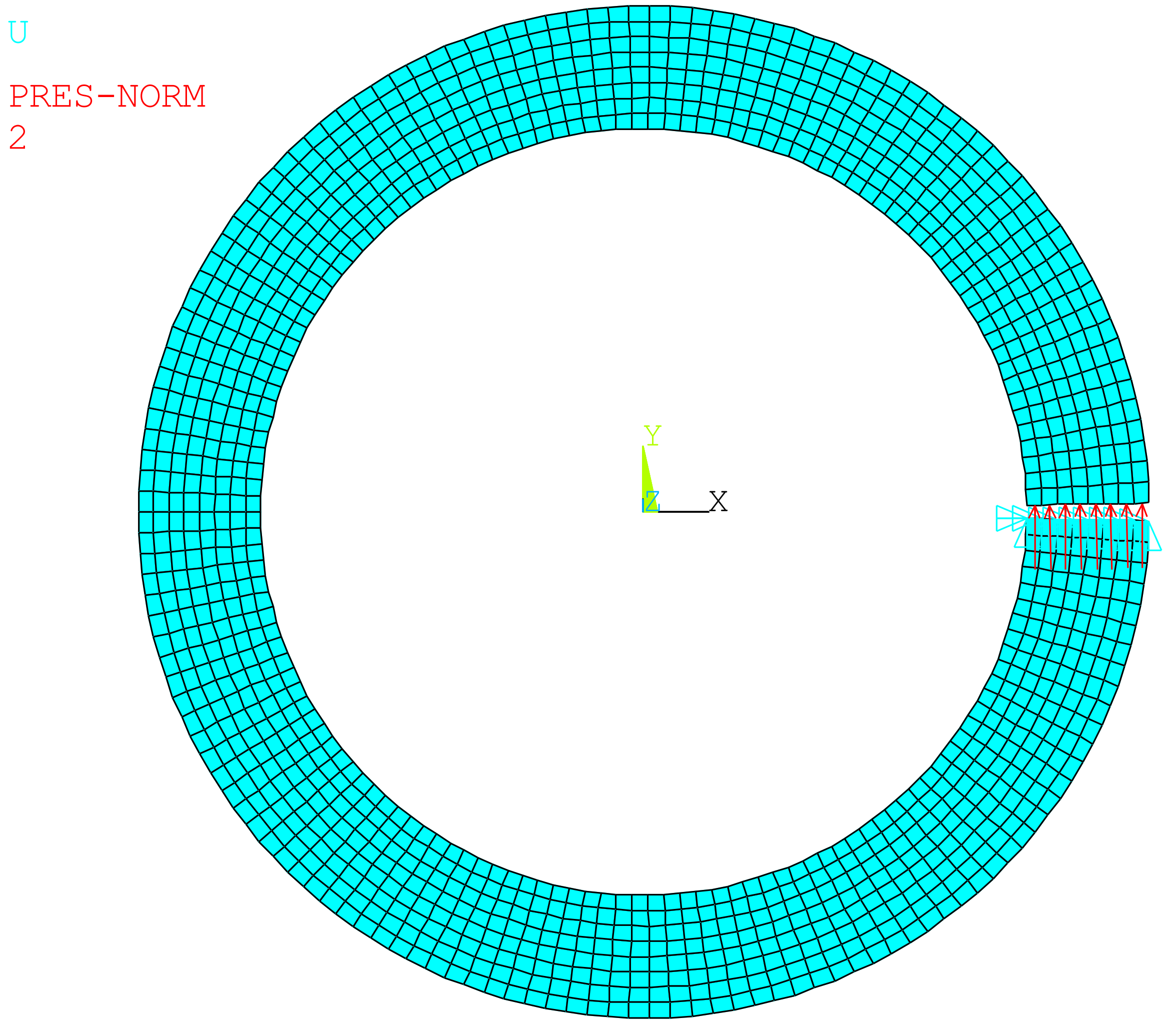
$$P = p\,b = 8\,\mathrm{N/mm}$$

$$F = P\,s = 12\ \mathrm{N}$$

Alternativamente si può dare come input la forza F

Condizione di vincolo: incastro

Condizioni di carico: pressione



Piccolo errore nella direzione della forza

Solution

- Solution
  - Analysis Type
  - Define Loads
  - Load Step Opts
  - SE Management (CMS)
  - Results Tracking
  - Solve
    - Current LS → Calcola la soluzione
    - From LS Files
    - Partial Solu
  - Manual Rezoning
  - Multi-field Set Up
  - ADAMS Connection
  - Diagnostics
  - Unabridged Menu

Postprocessing: POST1

Rappresentazione **deformata**

Listato numerico dei risultati

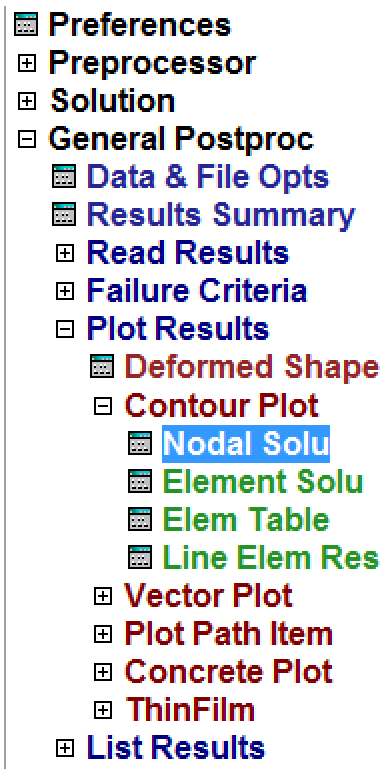
Plot grafico dei risultati

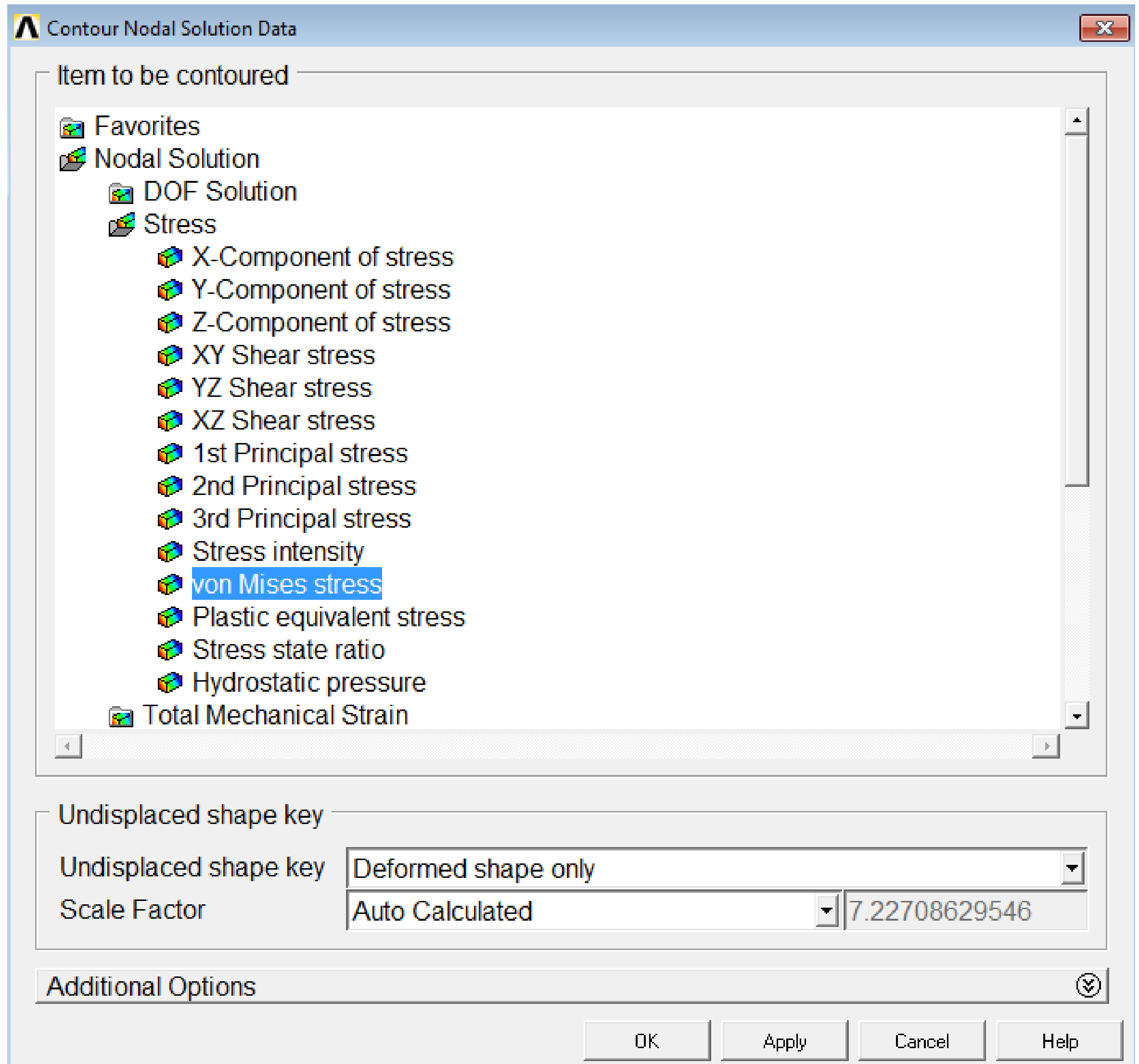
(tensioni eqv., tensioni principali, ecc.)

Grafici dell'andamento dei risultati su *path* definiti sul modello

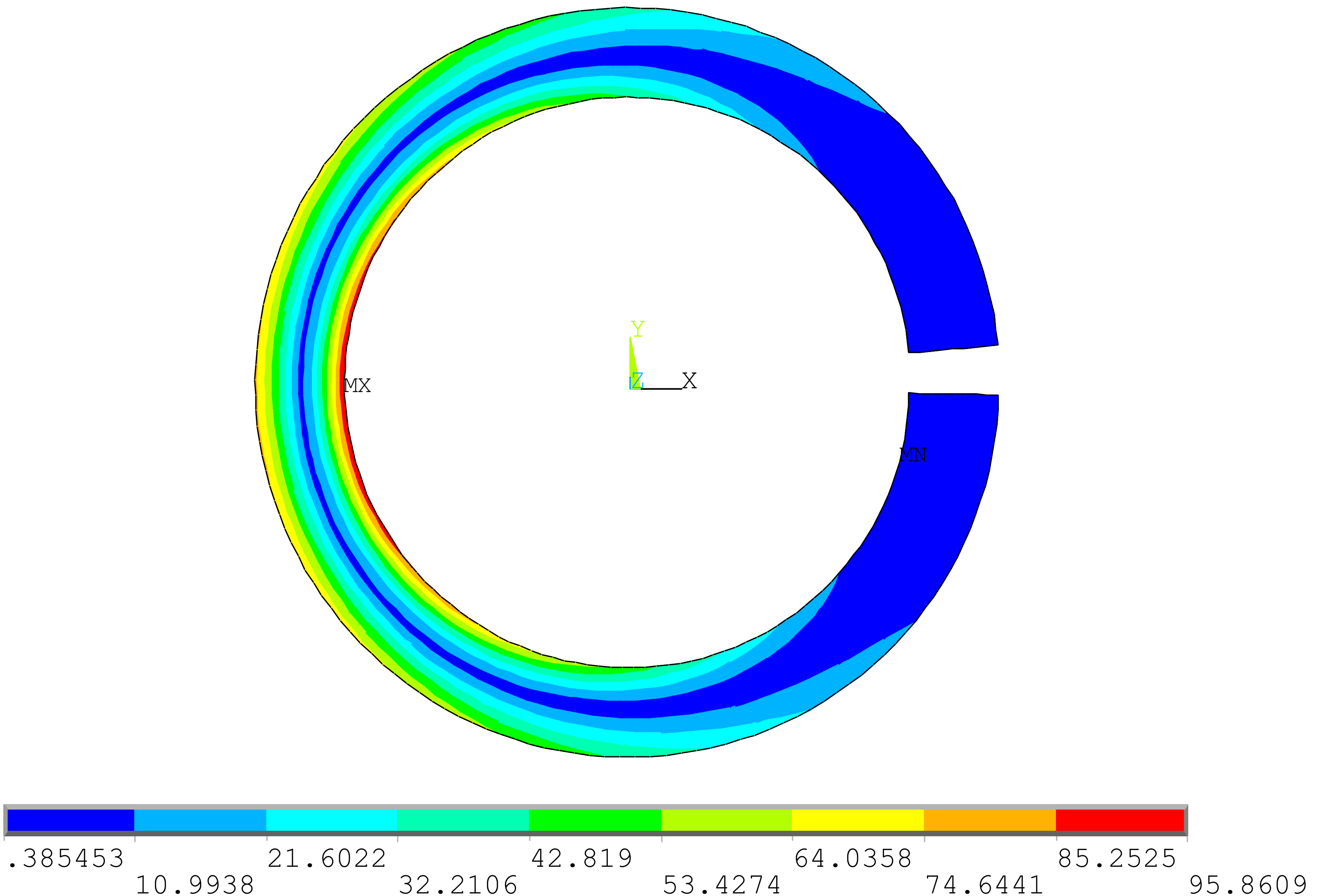
Postprocessing: Plot results - Nodal Solution

Tensione eq. von Mises





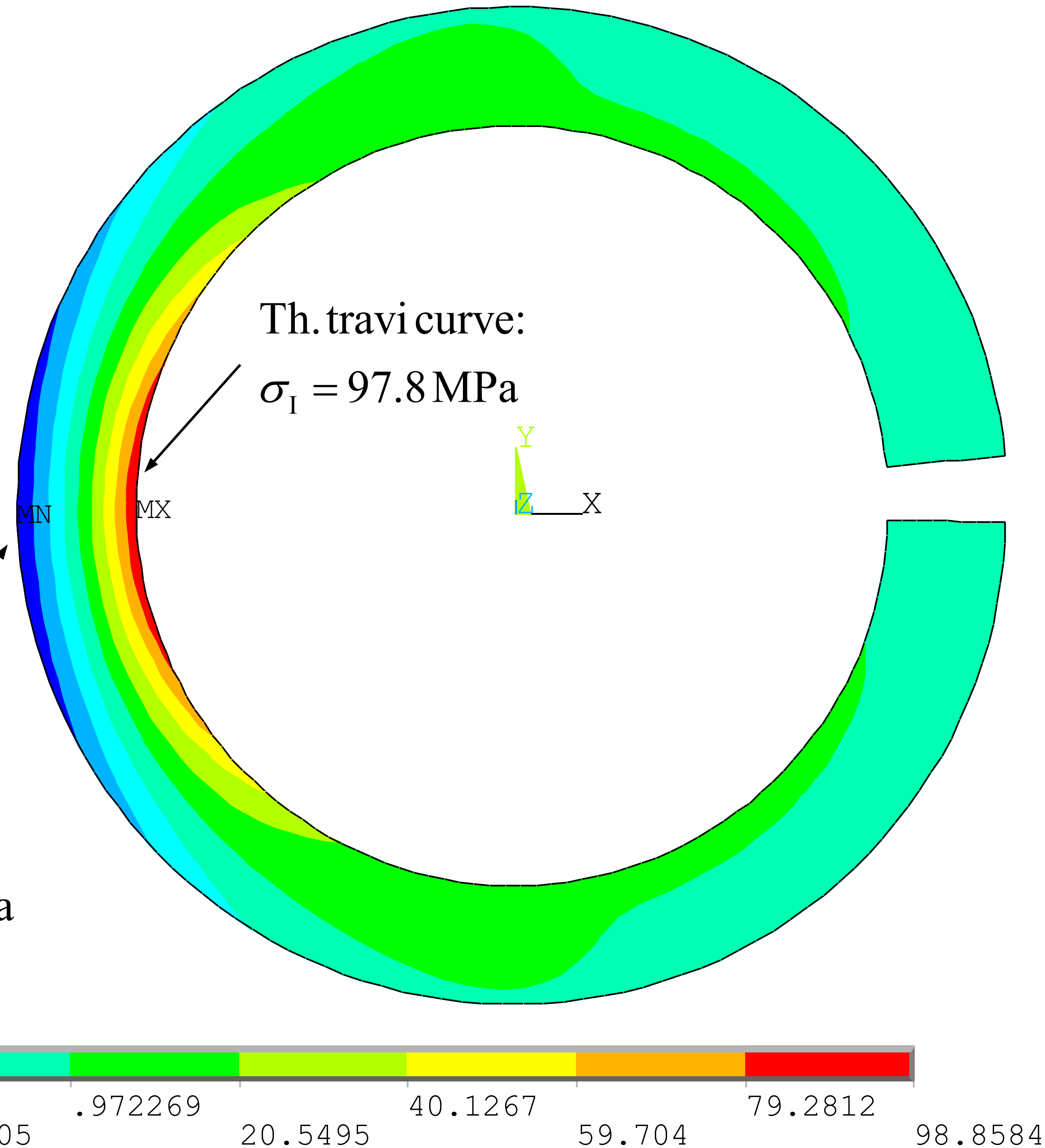
Postprocessing: Tensione eq. von Mises



Postprocessing: sigma_Y

Confronto con modello trave curva

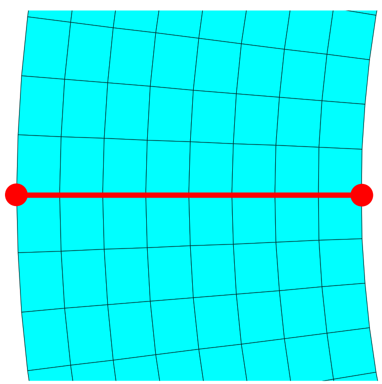
Calcolo flessione, trave a forte curvatura (anello Seeger)				
D_I, mm	D_E, mm	Spessore radiale, mm		
25	33	4		
D_m, mm		p, MPa	Spessore assiale	
29		2	2	
		F, N		
M_f, N mm		16		
464				
W, mm^3		A, mm^2	r_I, mm	r_E, mm
5.333		8	12.5	16.5
		r_G, mm	r_N	e, mm
sigma_0, MPa		14.500	14.408	0.092
87		c_I, mm	c_E, mm	
		1.908	2.092	
sigma_I,B, MPa		sigma_E,B MPa		sigma_T, MPa
95.8		-79.6		2.0
sigma_I, MPa		sigma_E, MPa		
97.8		-77.6		

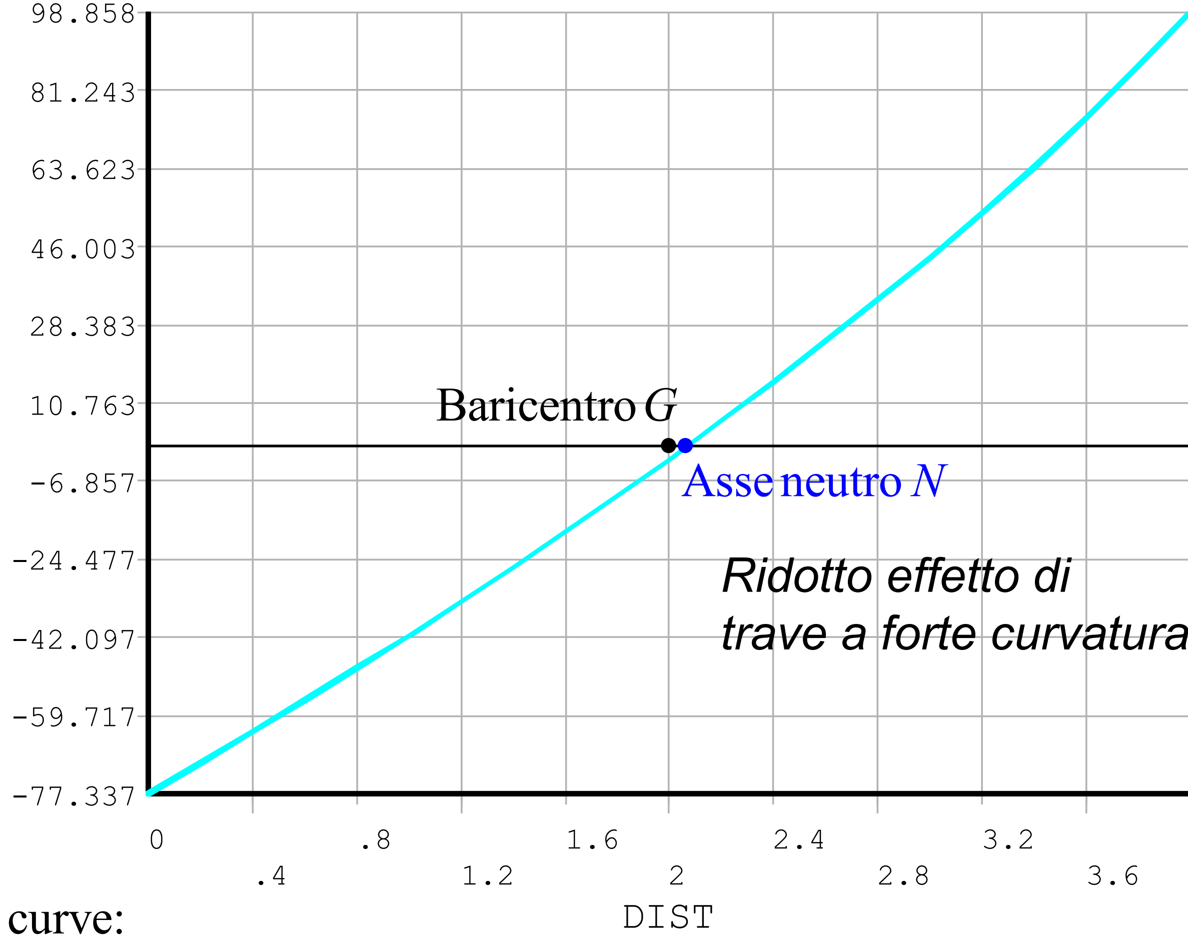


Th. travi curve:

$$\sigma_E = -77.6\,\mathrm{MPa}$$

Postprocessing: sigma_Y, utilizzo del "path"





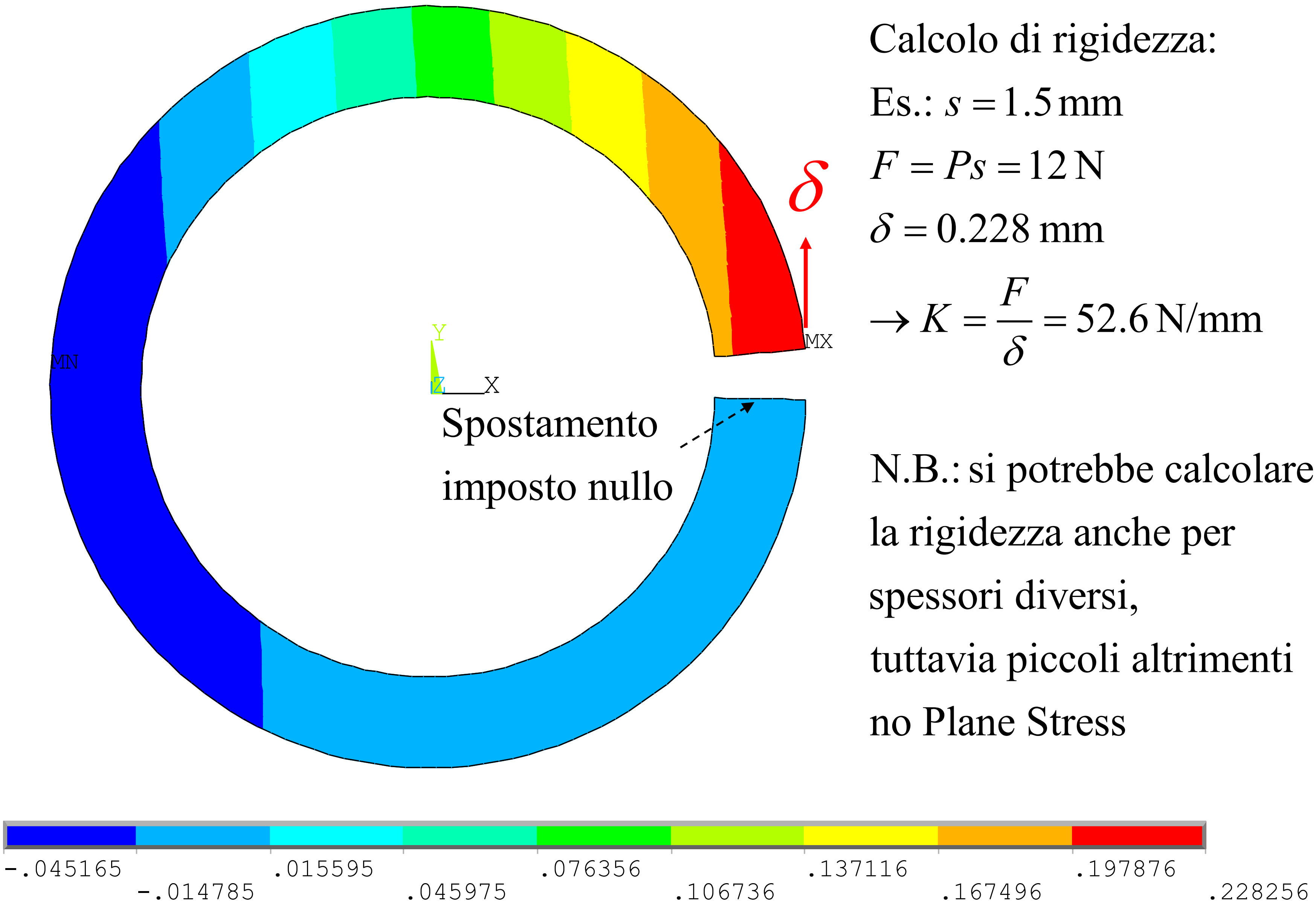
Th. travi curve:

$\sigma_E = -77.6\,\text{MPa}$

Th. travi curve:

$\sigma_I = 97.8\,\text{MPa}$

Postprocessing: Spostamento secondo Y



Calcolo di rigidezza:

Es.: $s = 1.5\,\text{mm}$

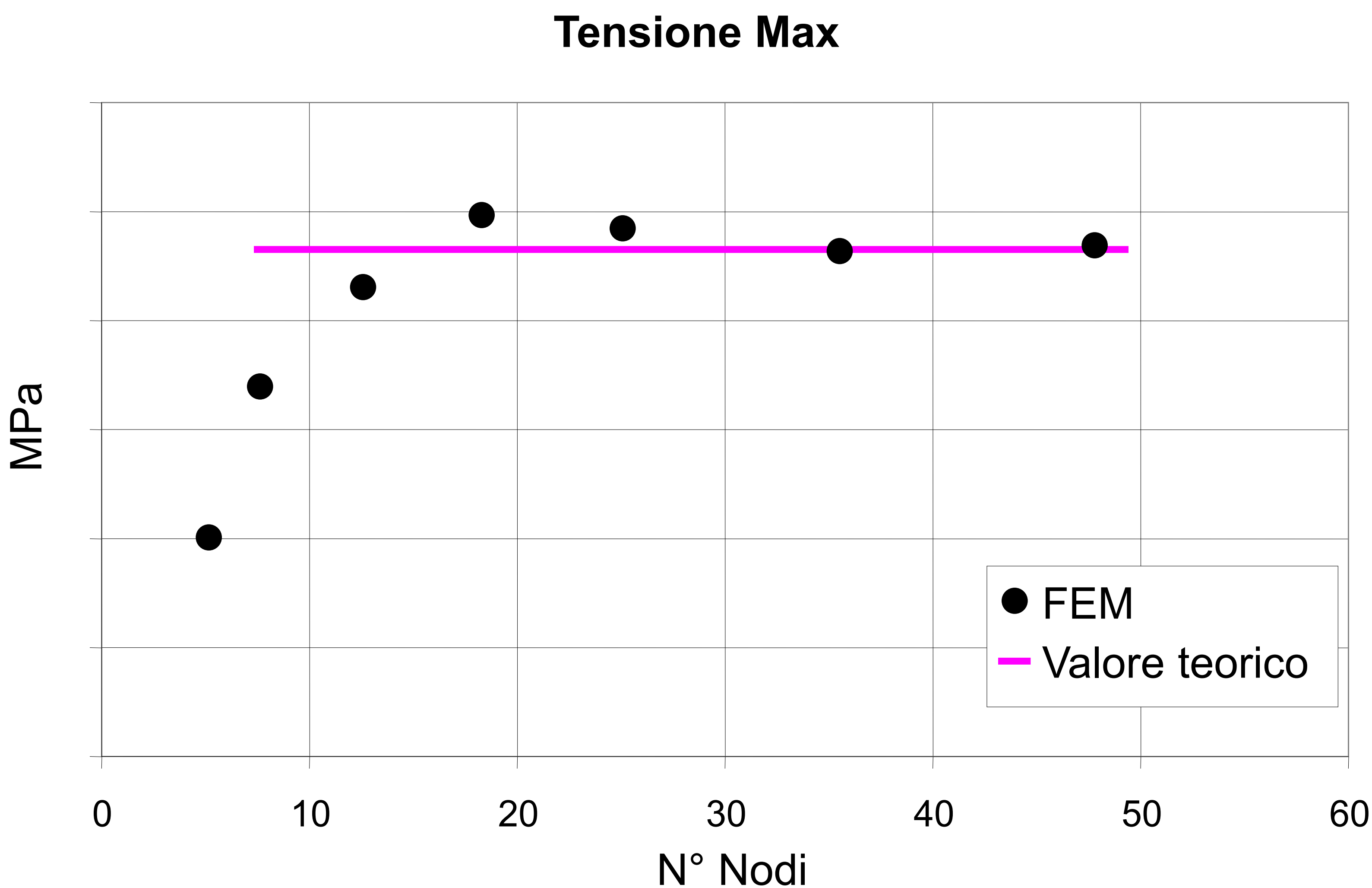
$F = Ps = 12\,\text{N}$

$\delta = 0.228\,\text{mm}$

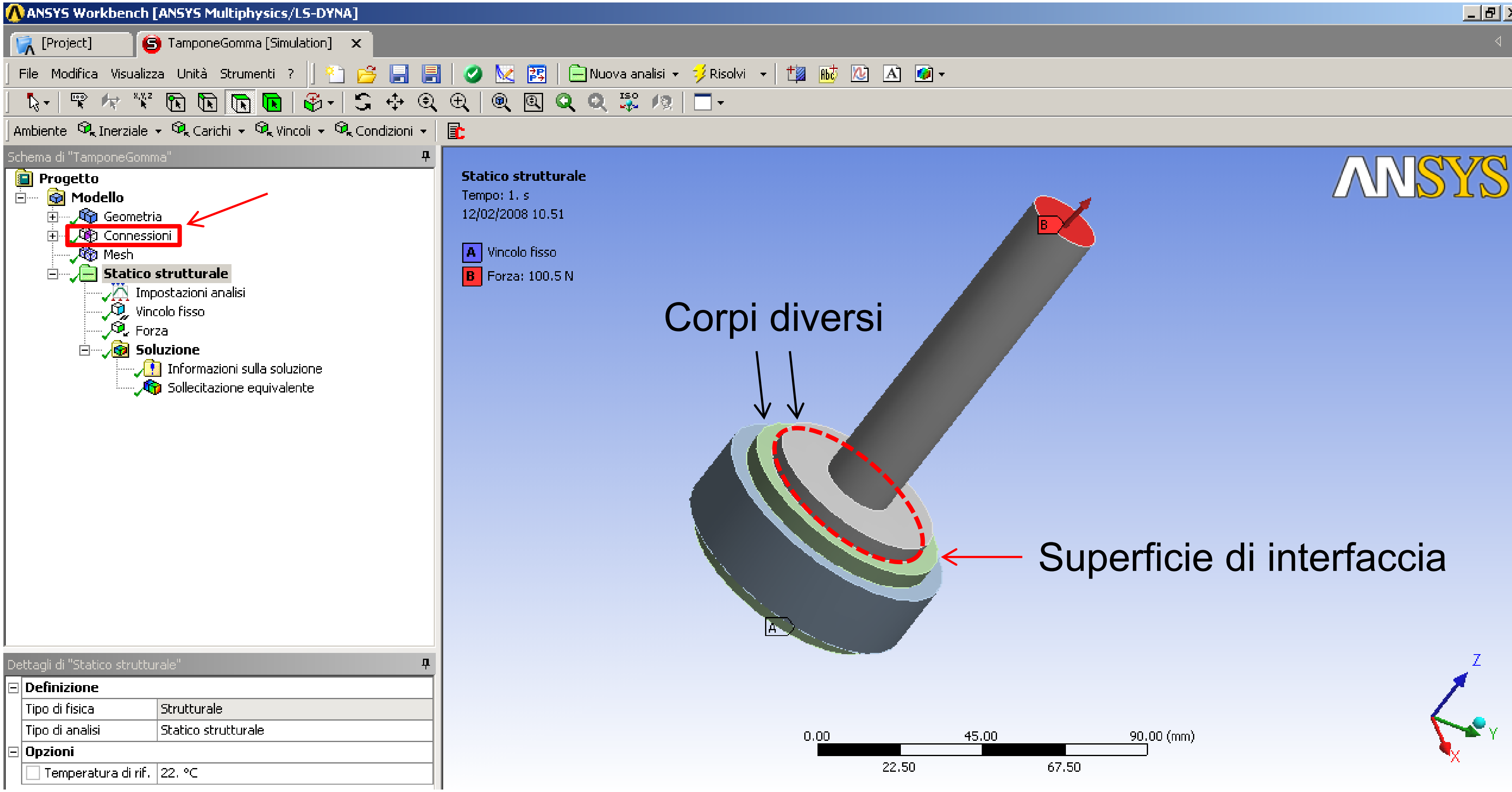
$\rightarrow K = \dfrac{F}{\delta} = 52.6\,\text{N/mm}$

N.B.: si potrebbe calcolare la rigidezza anche per spessori diversi, tuttavia piccoli altrimenti no Plane Stress

Analisi di convergenza



Ansys Workbench



- Possibilità di **importare** modelli 3D dai principali **Software CAD**:

  Pro/E, OneSpace, **SolidWorks**, CATIA, Unigraphics

- Identificazione automatica delle interfacce di contatto – **Connessioni (Connections)**

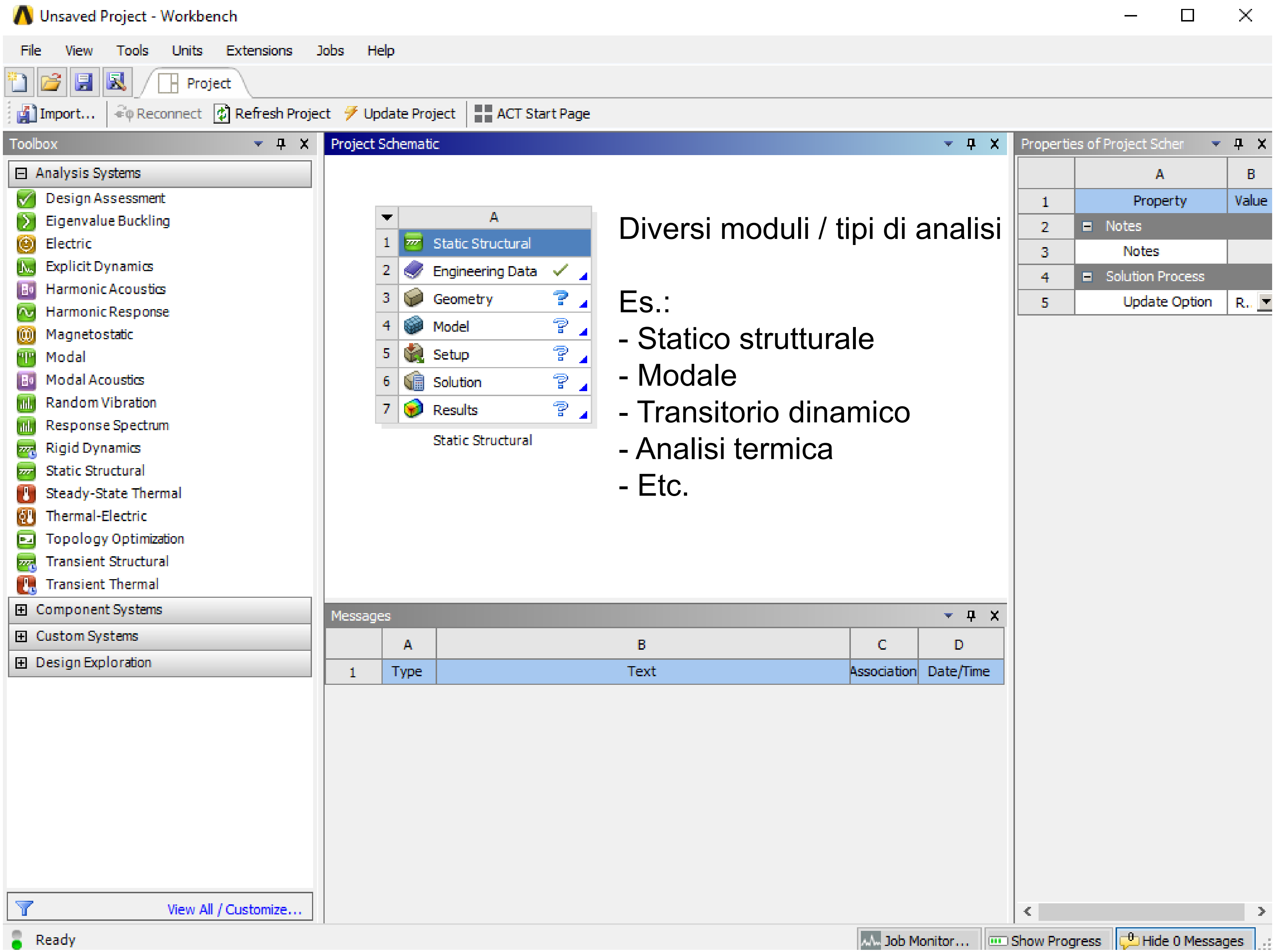
- Utilizzo semplice ed intuitivo / alcune limitazioni nell'utilizzo di funzioni avanzate

Introduzione al Metodo agli Elementi Finiti

Esempio di utilizzo di Ansys Workbench

Ing. Ciro Santus
http://people.unipi.it/static/ciro.santus/

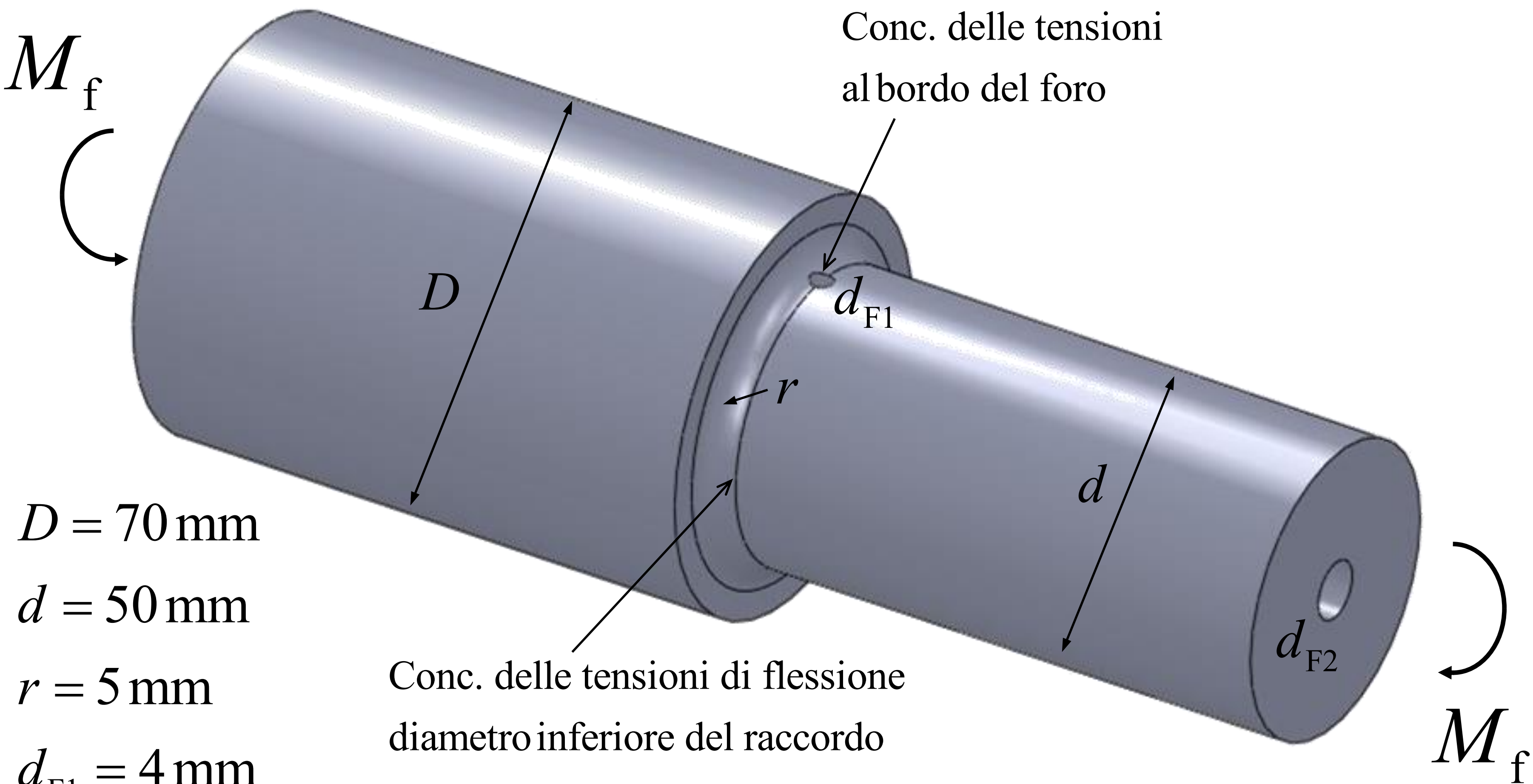
Ansys Workbench



Diversi moduli / tipi di analisi

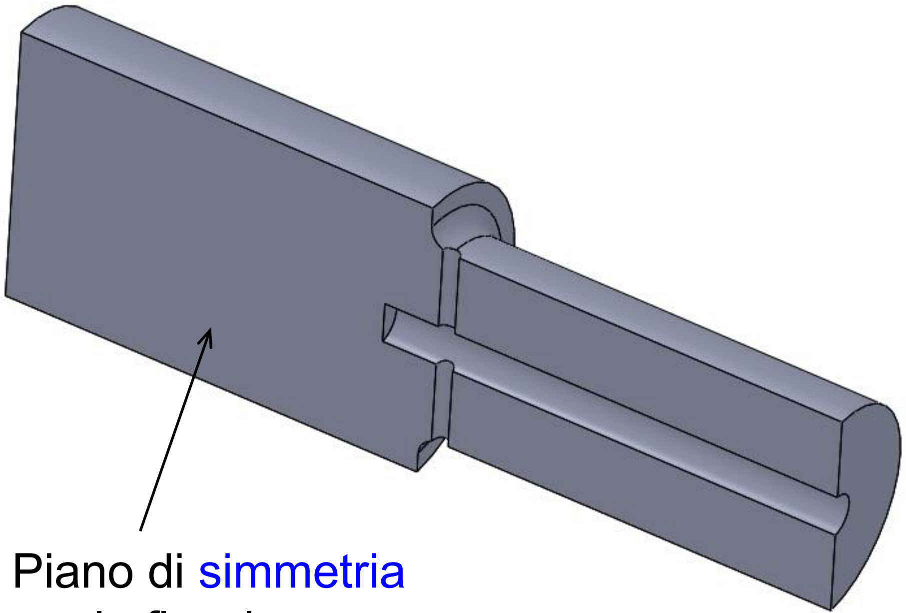
Es.:
- Statico strutturale
- Modale
- Transitorio dinamico
- Analisi termica
- Etc.

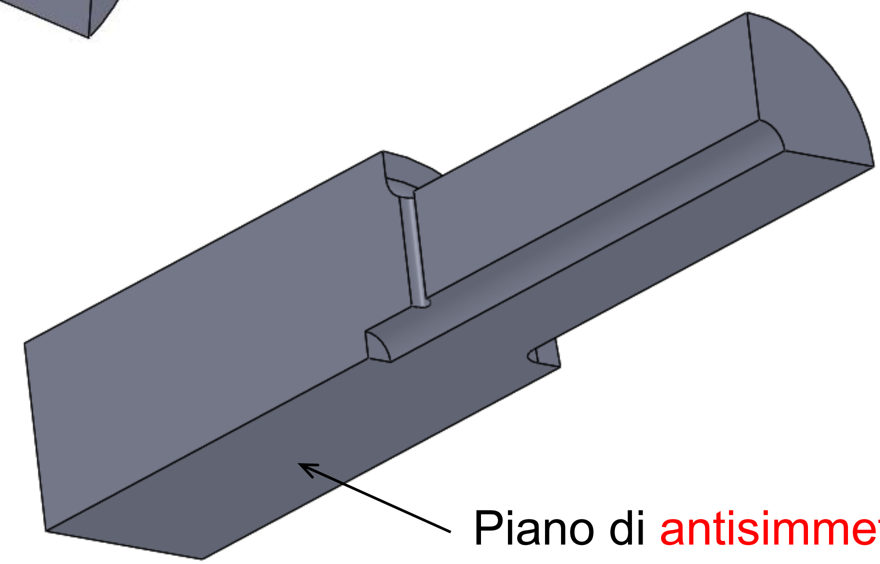
Esempio 1: Albero con variazione di diametro e raggio di raccordo, determinazione del K_t



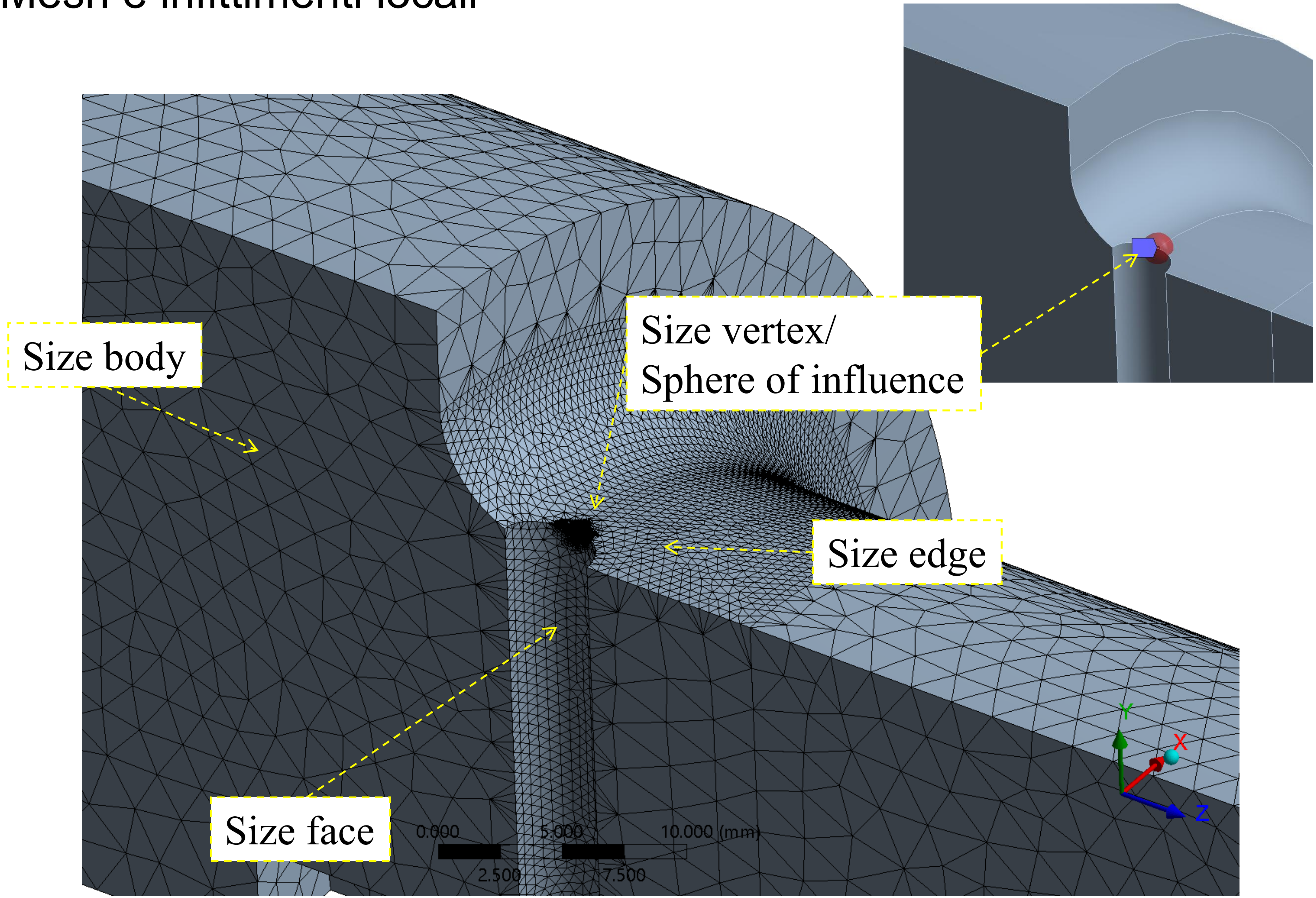
$$D = 70\,\text{mm}$$
$$d = 50\,\text{mm}$$
$$r = 5\,\text{mm}$$
$$d_{F1} = 4\,\text{mm}$$
$$d_{F2} = 10\,\text{mm}$$

Utilizzo delle simmetrie – Simmetria rispetto ad o più un piani

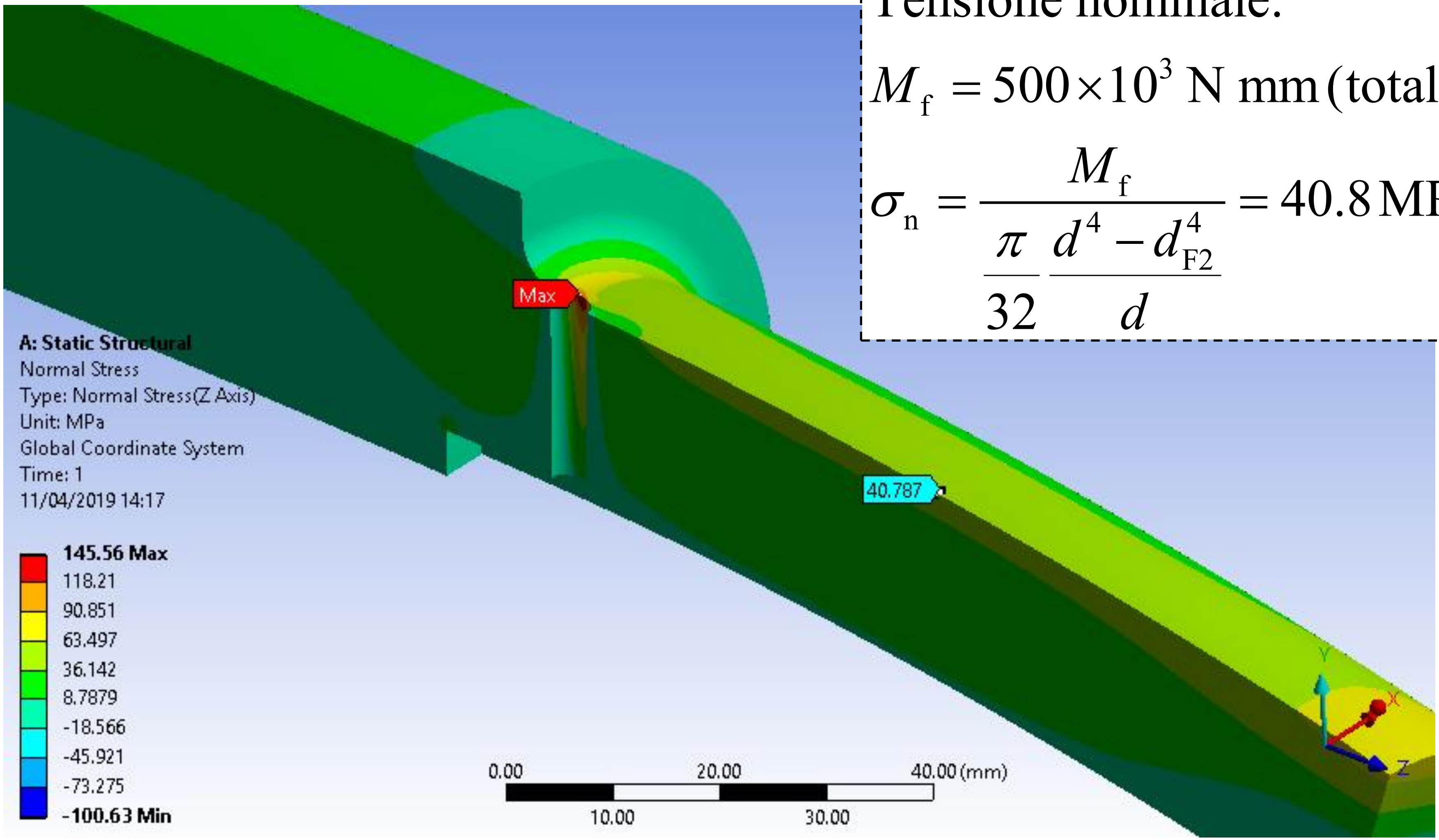




Mesh e infittimenti locali



Soluzione, tensione nominale

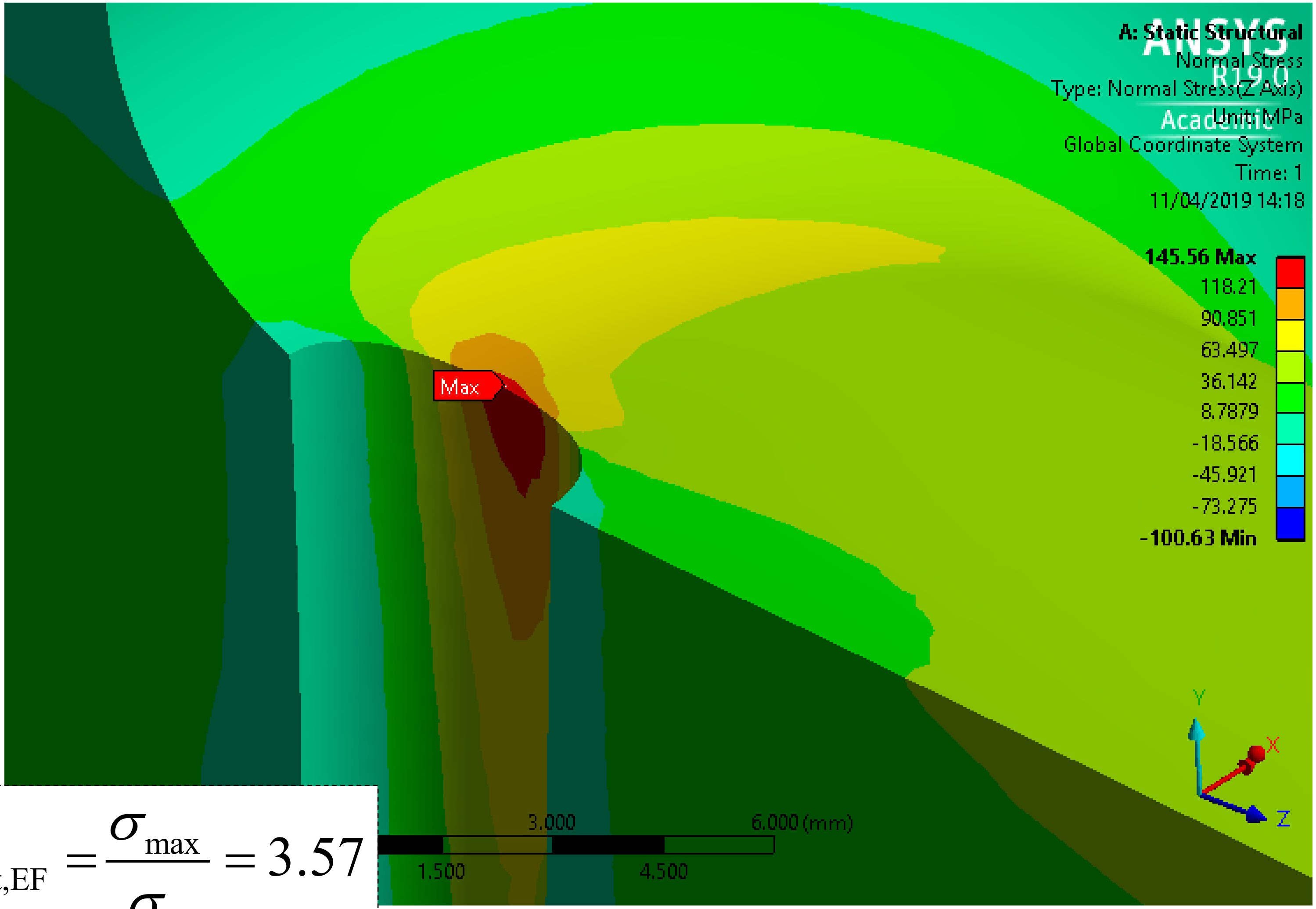


Tensione nominale:

$$M_{\mathrm{f}} = 500 \times 10^3 \ \mathrm{N\ mm} \,(\text{totale})$$

$$\sigma_{\mathrm{n}} = \frac{M_{\mathrm{f}}}{\frac{\pi}{32} \frac{d^4 - d_{\mathrm{F2}}^4}{d}} = 40.8 \,\mathrm{MPa}$$

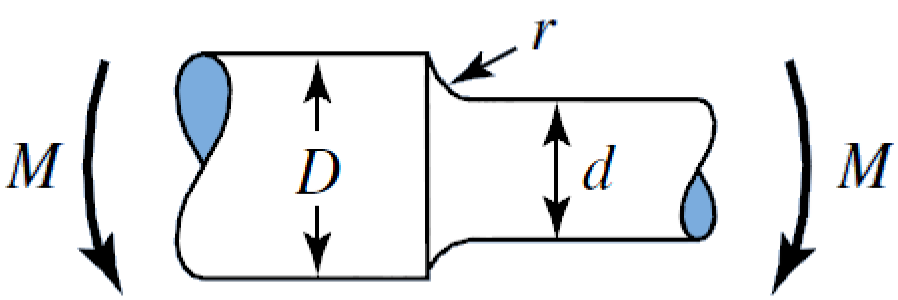
Soluzione, concentrazione delle tensioni



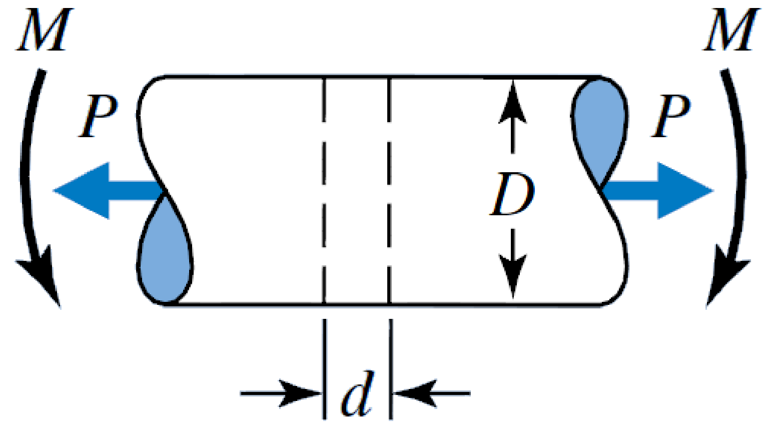
$$K_{\mathrm{t,EF}} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\mathrm{n}}} = 3.57$$

Soluzione di riferimento

Combinazione di concentrazione delle tensioni – prodotto di K_t



$$K_{t,1} = 1.57$$



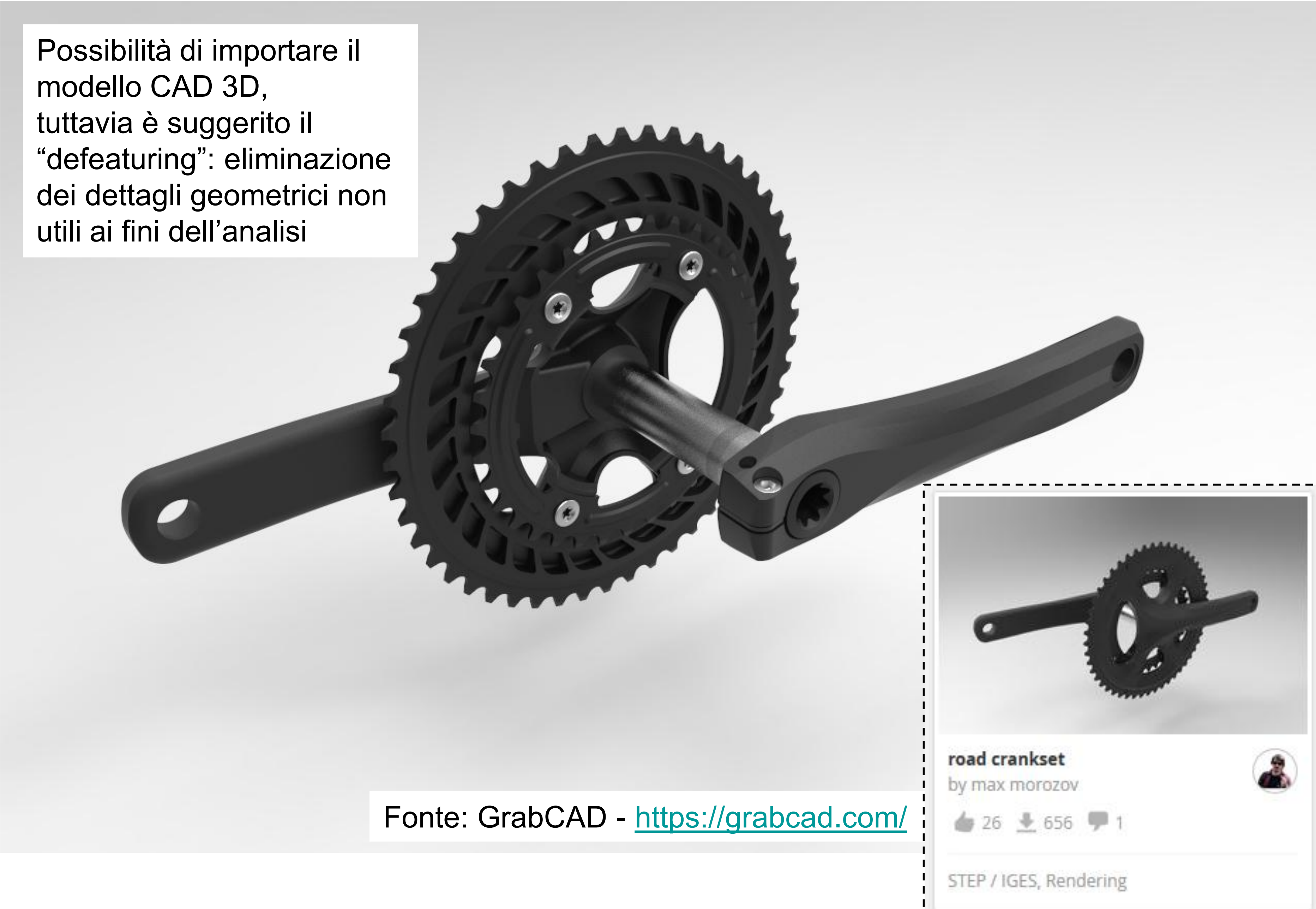
$$K_{t,2} = 2.69$$

$$K_t \approx K_{t,1} \times K_{t,2} = 4.22$$

$$(K_{t,EF} = 3.57)$$

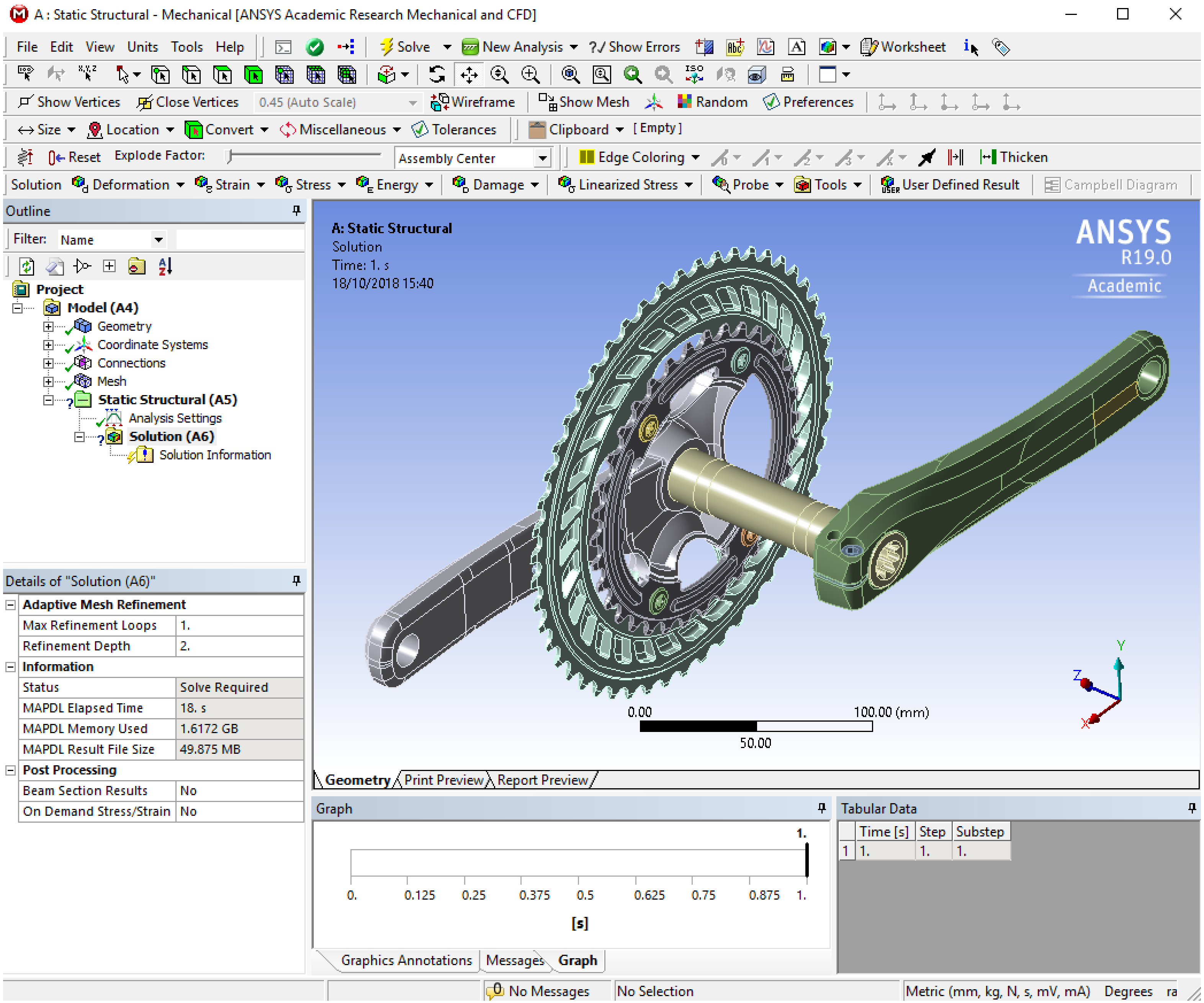
Esempio 2: Complessivo pedale e corona per catena bicicletta

Possibilità di importare il modello CAD 3D, tuttavia è suggerito il “defeaturing”: eliminazione dei dettagli geometrici non utili ai fini dell’analisi

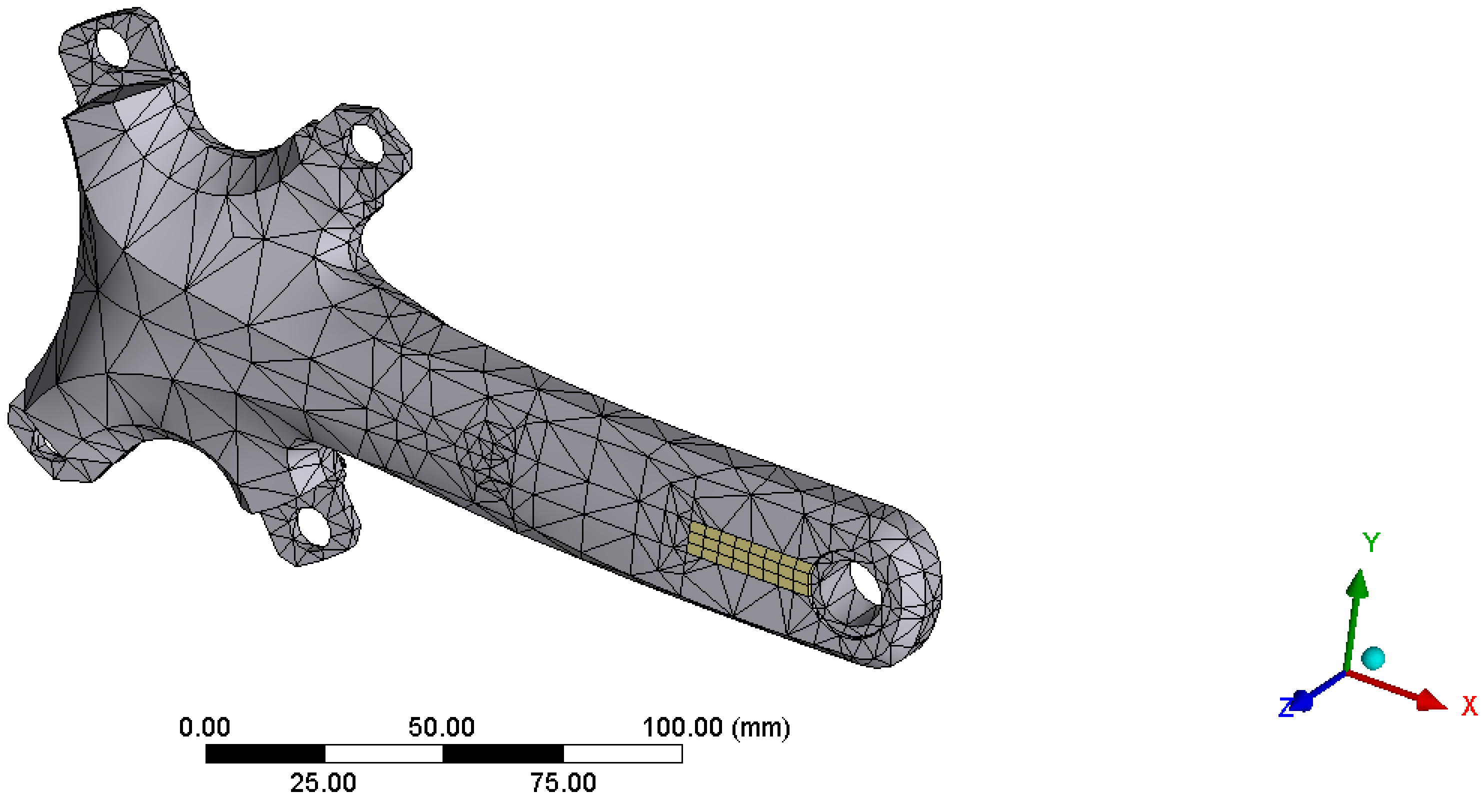


Fonte: GrabCAD - https://grabcad.com/

Importazione del modello 3D



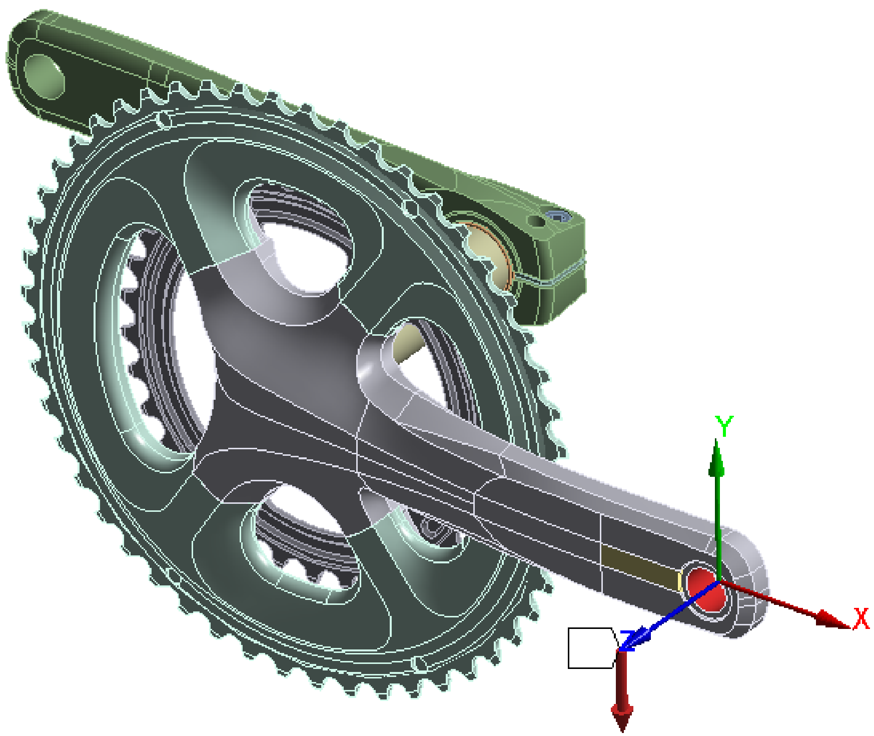
Obiettivo dell'analisi



Elemento di interesse dell'analisi:
Pedivella (destra) di pezzo con la flangia di collegamento alla corona

Suddivisione in elementi (Mesh) iniziale

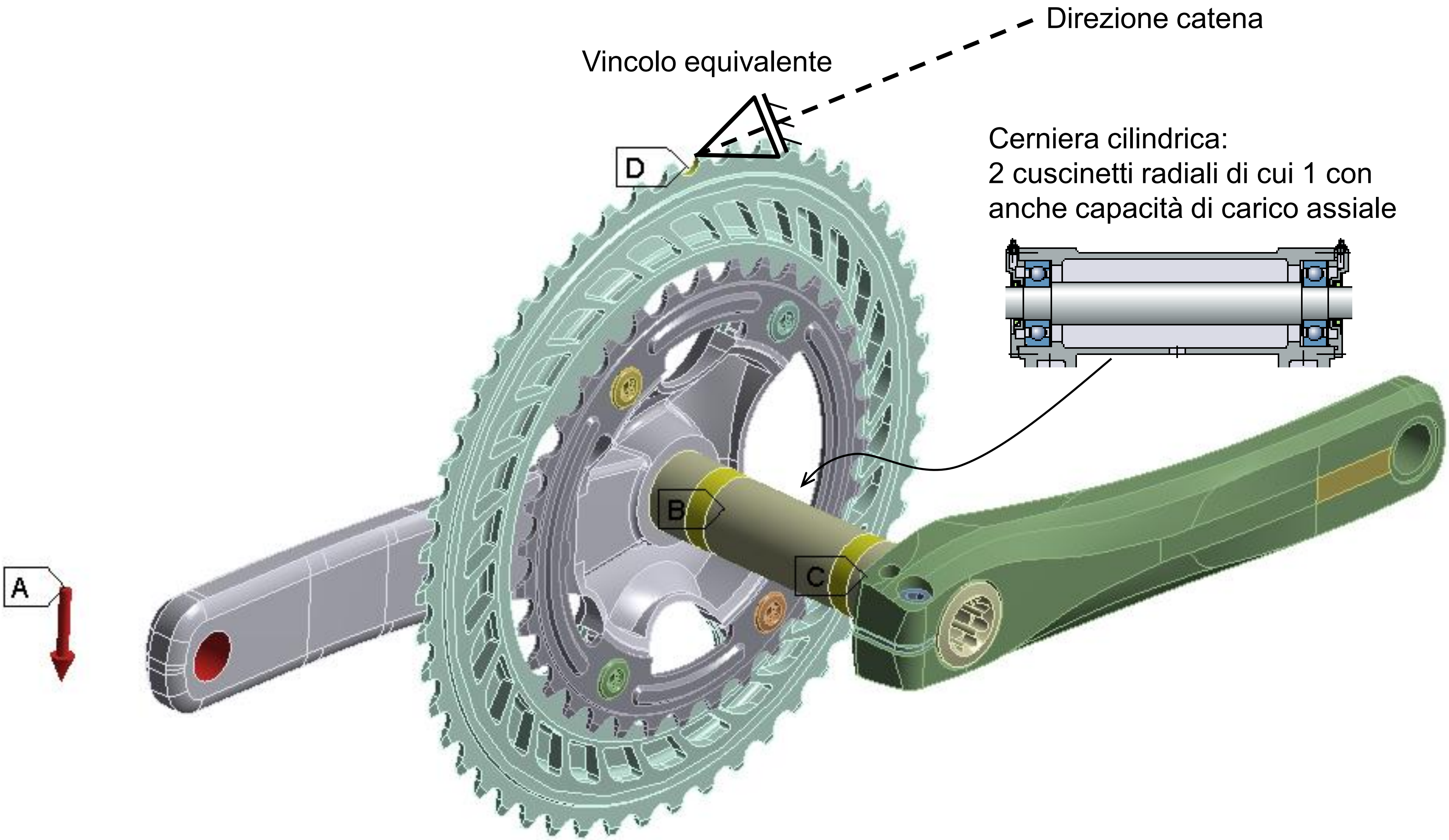
Applicazione del carico



Possibilità di applicare una forza *Remota*, in corrispondenza del centro del pedale

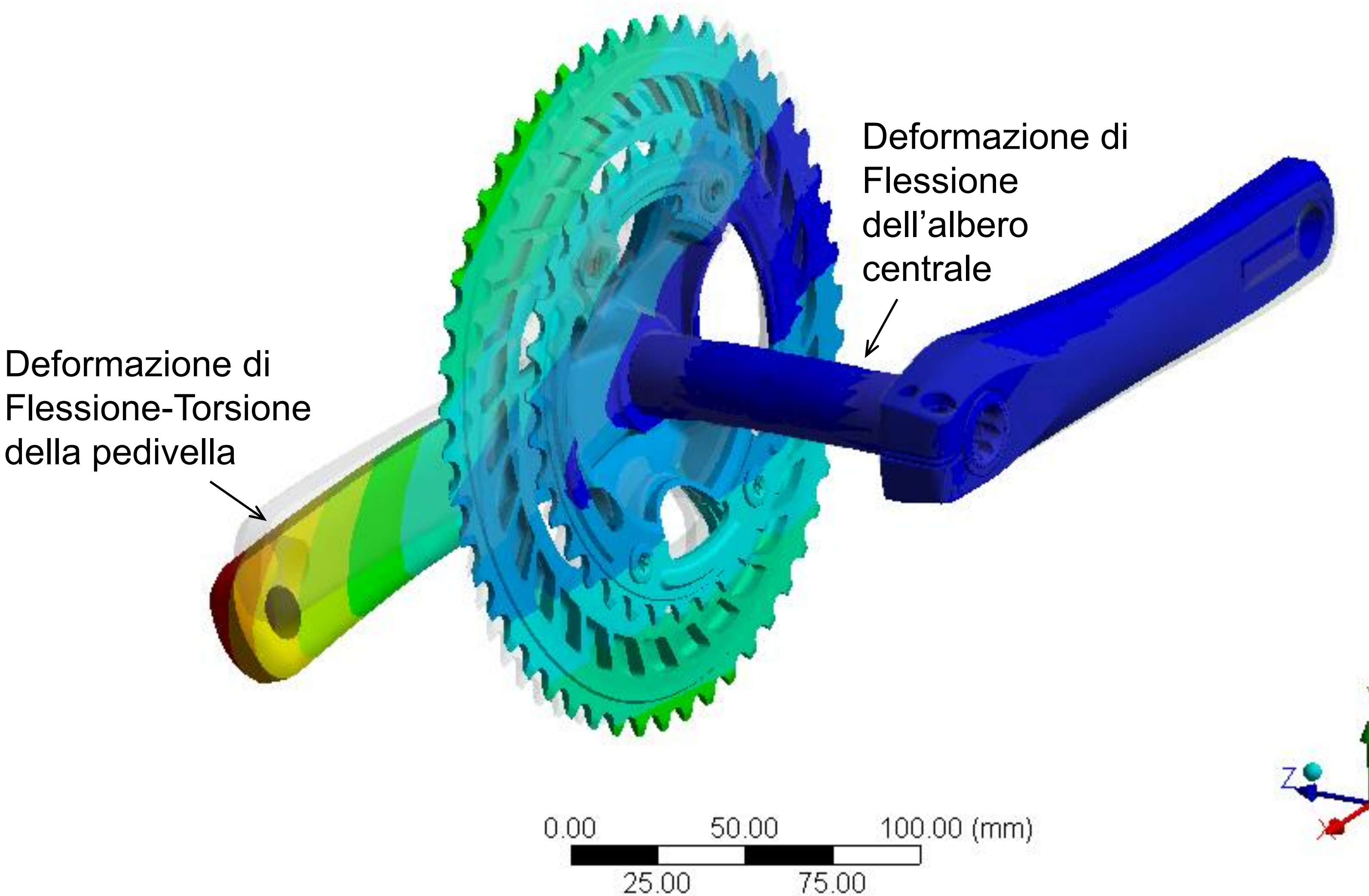
Sollecitazione di flessione e torsione agente sulla pedivella

Applicazione dei vincoli

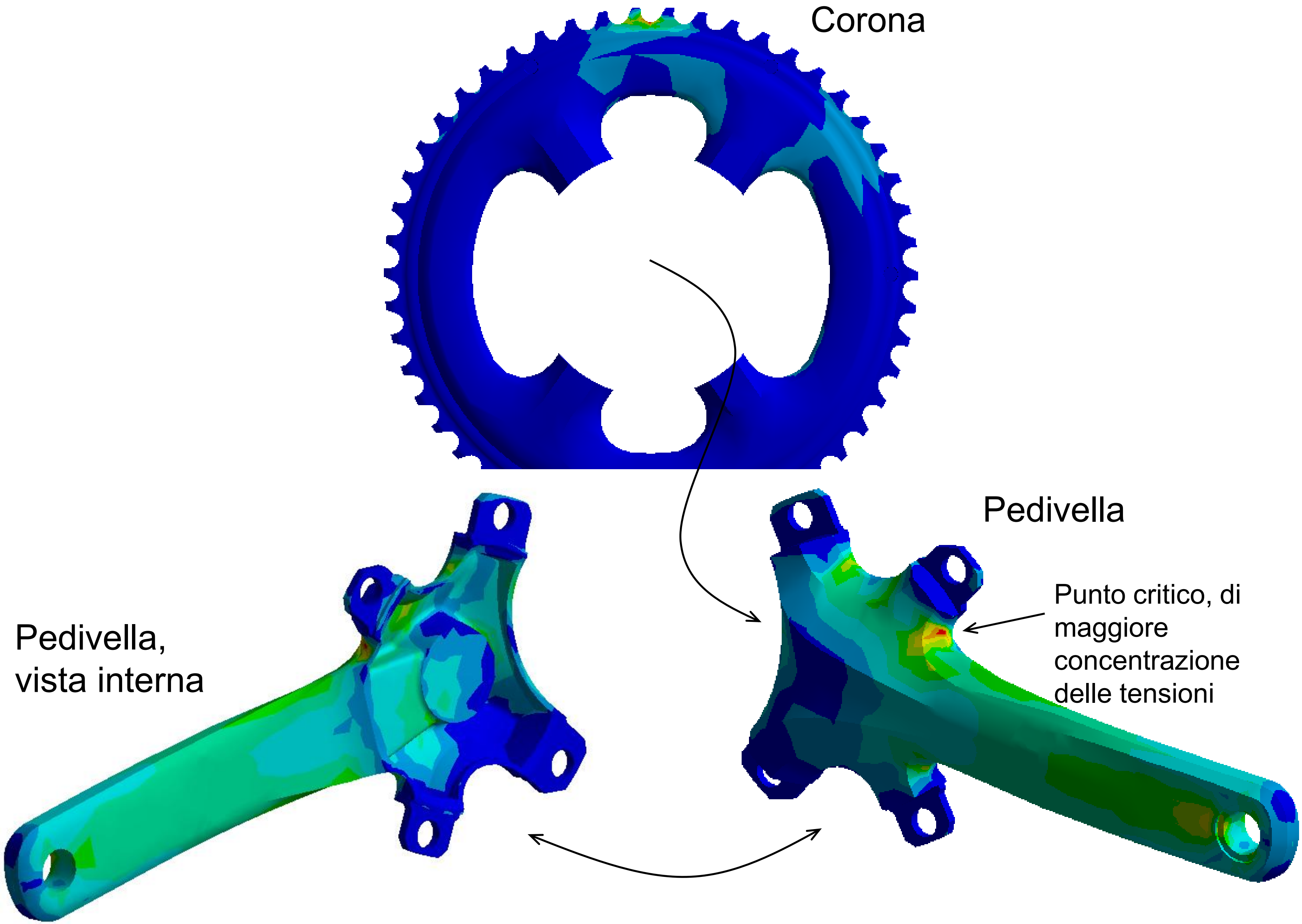


Applicazione di vincoli che riproducono i cuscinetti B – C
e l’azione della catena, vincolo D

Soluzione – campo di Spostamenti

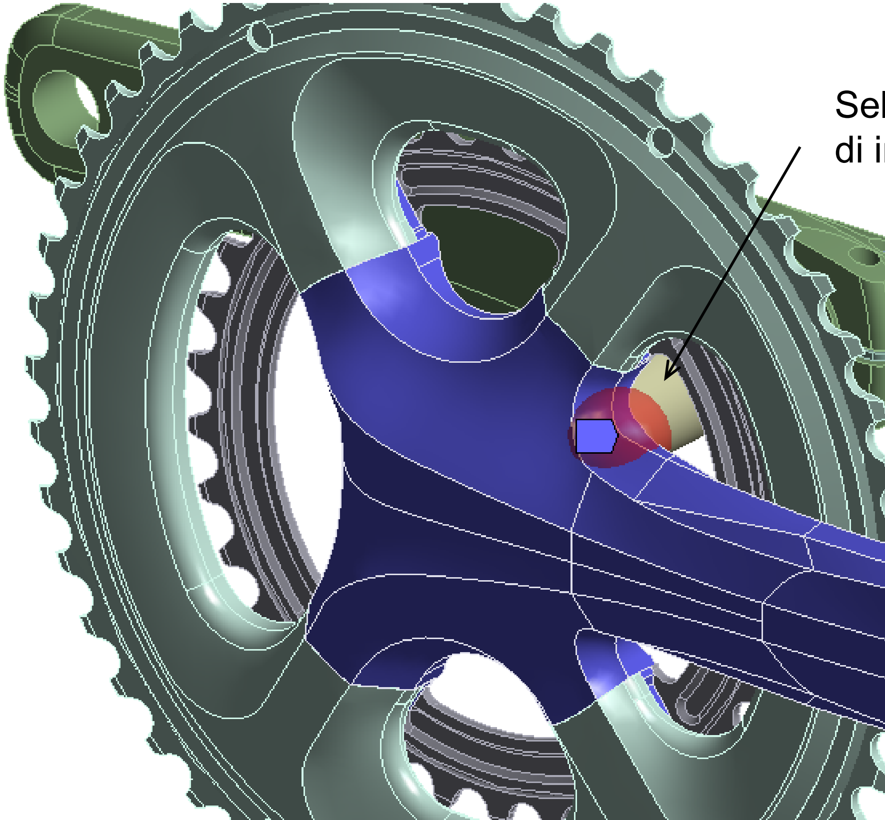


Soluzione – distribuzione della tensione equivalente (von Mises)

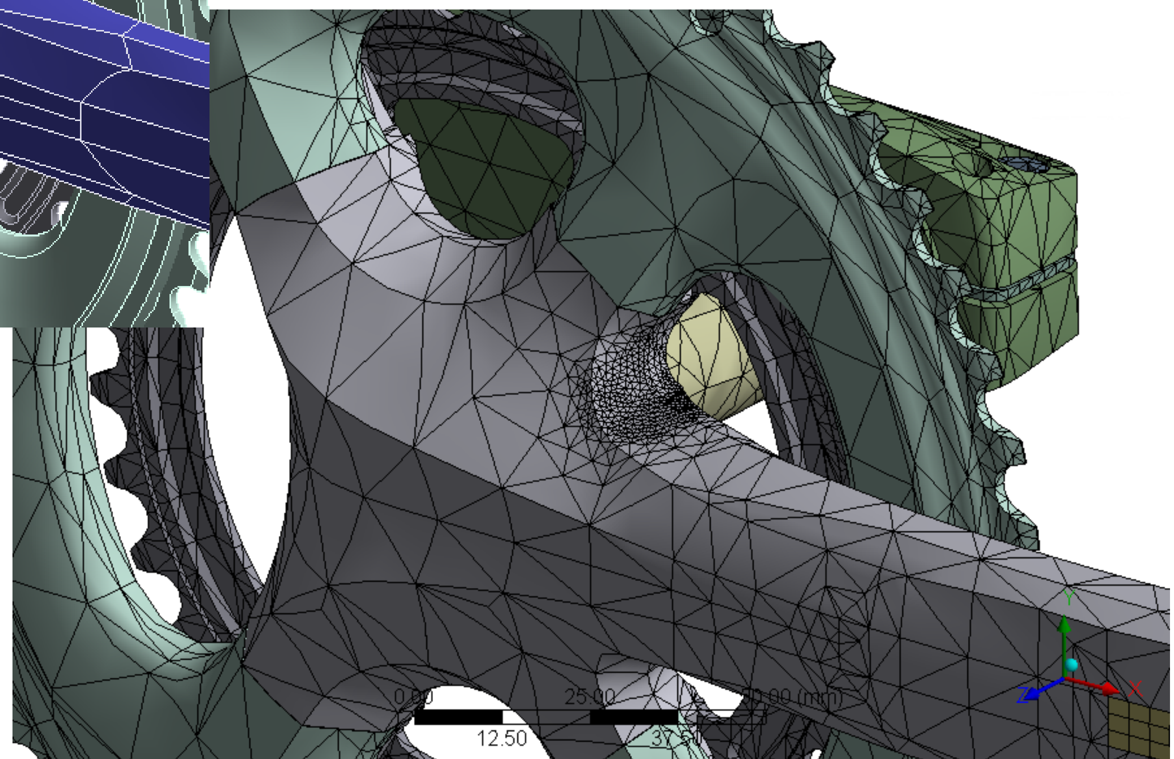


Infittimento della Mesh nella zona di maggiore concentrazione

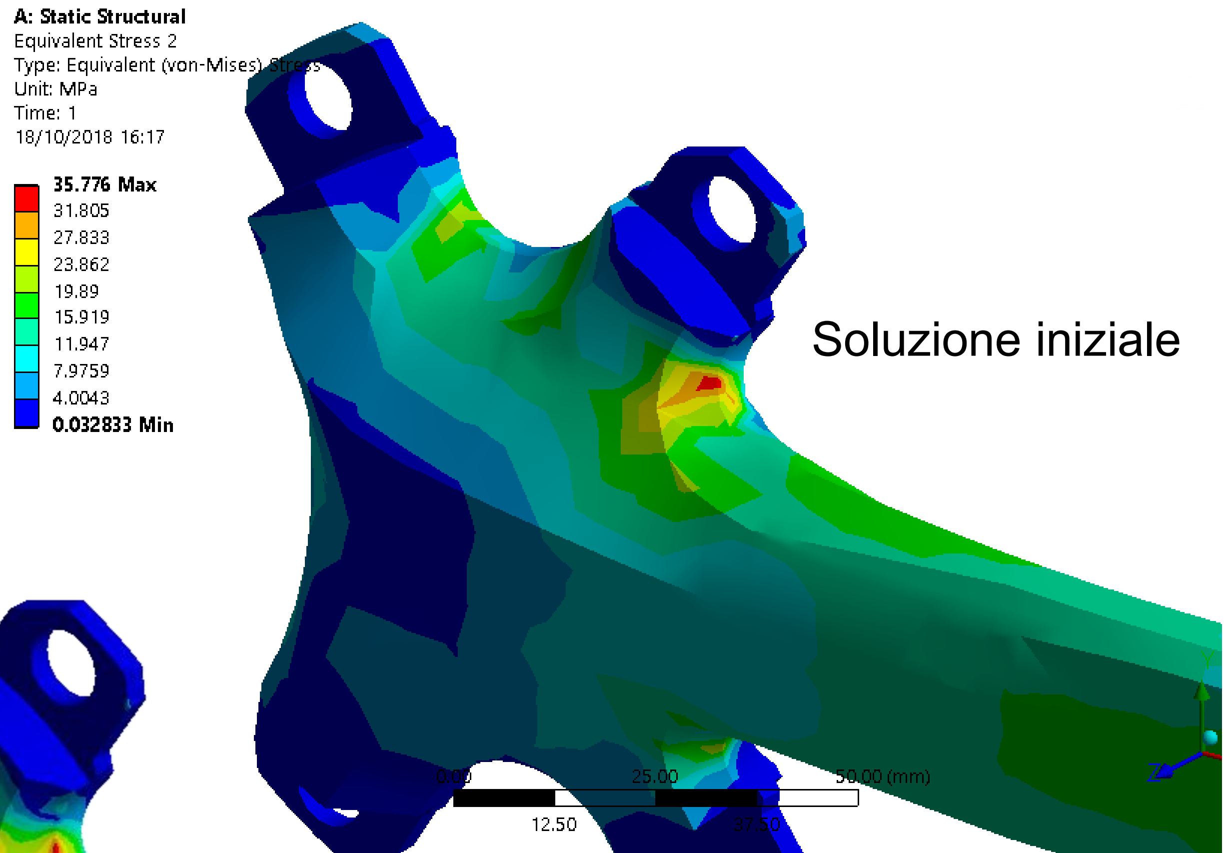
Selezione, a sfera, della zona di infittimento



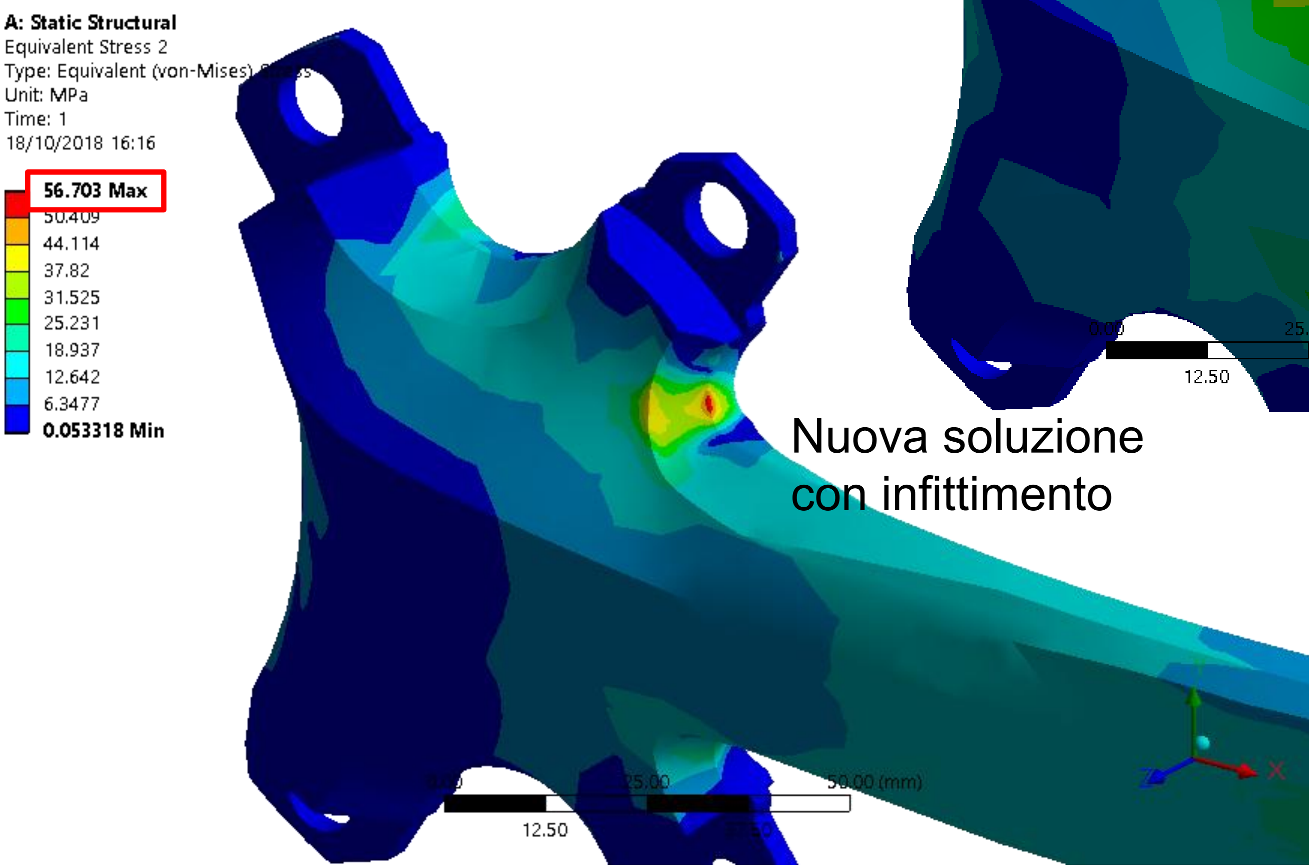
Nuova Mesh con infittimento locale



Soluzione con infittimento



Soluzione iniziale



Nuova soluzione con infittimento