



Corso di
Metodi Computazionali per l'Analisi Strutturale (MCAS)
CLM Ing. Veicoli/Meccanica

Parte II B

Principali tipi di elemento e loro impiego

Elementi armonici (o di Fourier) assialsimmetrici con carichi non assialsimmetrici

Figure 25.1: PLANE25 Geometry

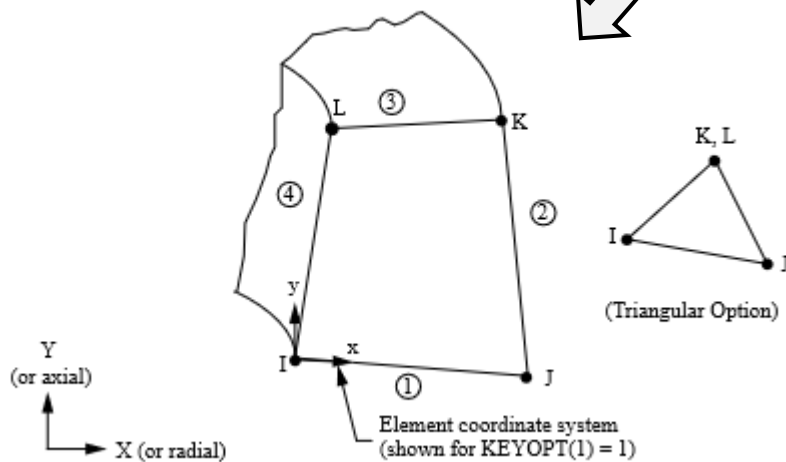
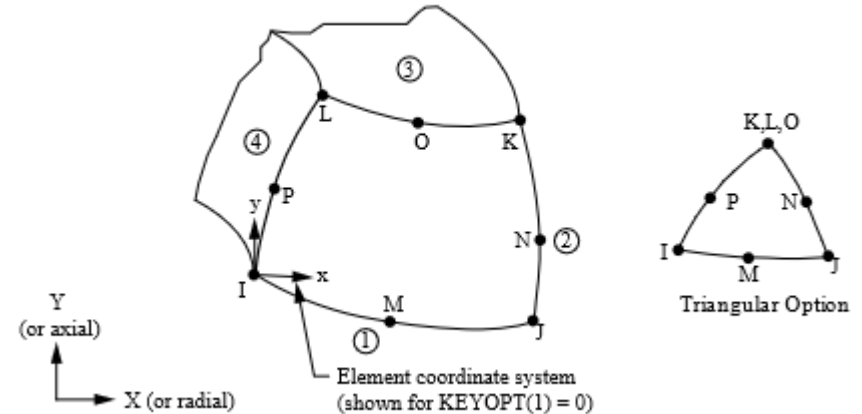


Figure 83.1: PLANE83 Geometry



Corpi aventi geometria assialsimmetrica, soggetti a carichi variabili con la coordinata angolare secondo una f.ne armonica ed eventualmente con componenti fuori piano:

- 4 (3) nodi
- 3 g.d.l /nodo (u_x , u_y e anche u_z fuori piano)
- operano **ESCLUSIVAMENTE** nell'ambito di analisi lineari

Elementi armonici (o di Fourier) assialsimmetrici

In presenza di carichi esterni del tipo:

$$\{F\} \cos(n\theta) \quad (\text{o } \{F\} \sin(n\theta))$$

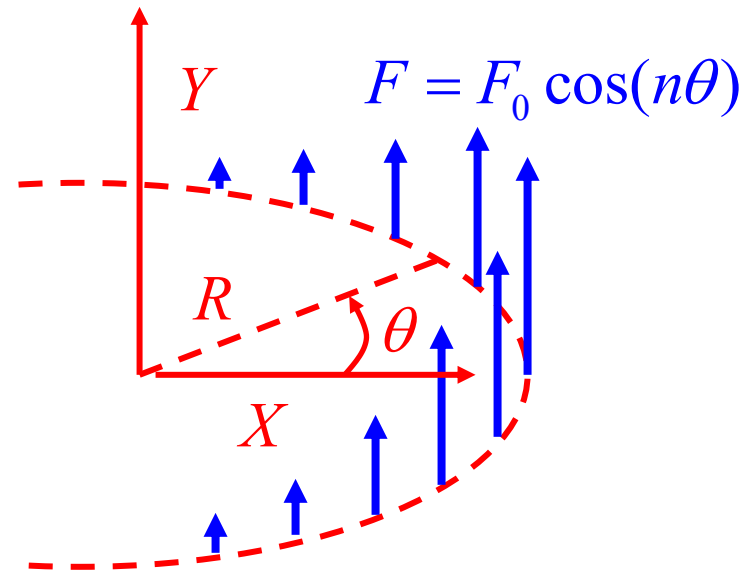
lo stato di spostamento, tensione e deformazione mostra la stessa dipendenza da θ :

$$\{U\} \cos(n\theta) \quad (\text{o } \{U\} \sin(n\theta))$$



È possibile studiare il problema su di un piano ed estrapolare la soluzione agli altri valori di θ

X, Y, Z coordinate glob. Ansys
 R, Y, θ coordinate del problema

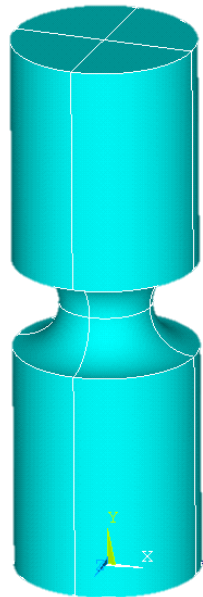
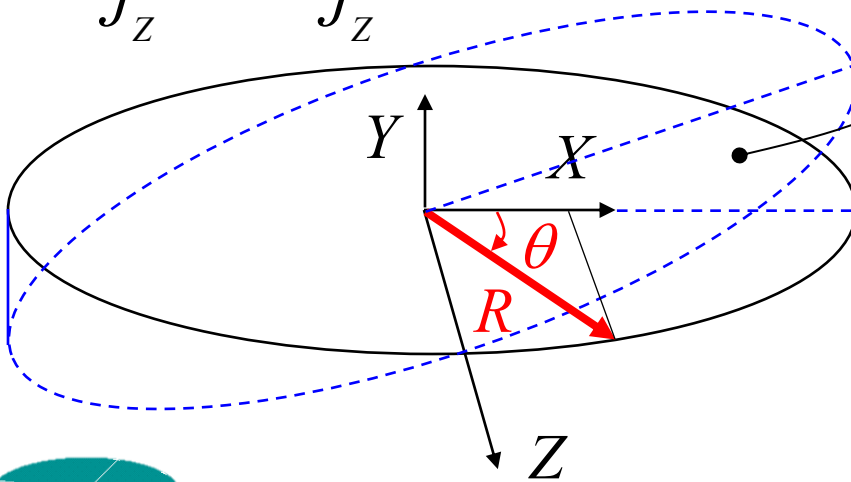


n rappresenta l'ordine di armonica del carico applicato, o della componente di carico



Elementi armonici

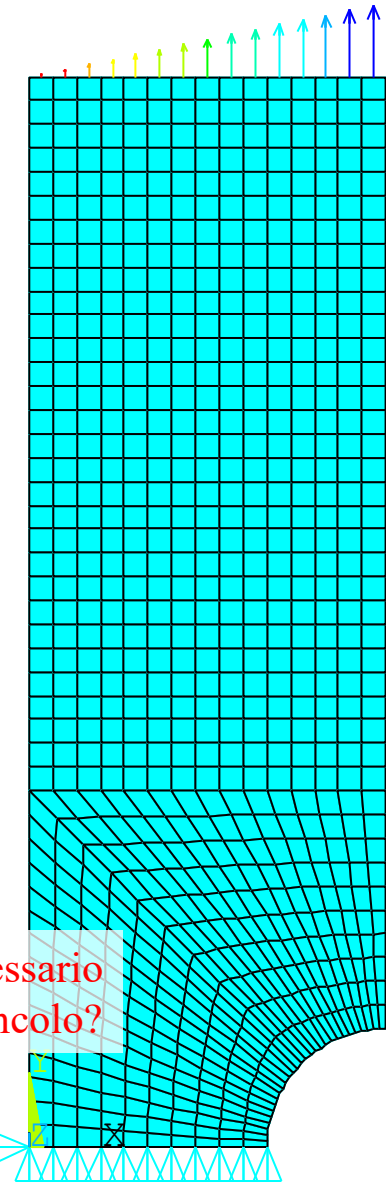
$$\sigma_Y = \frac{M_Z}{J_Z} X = \frac{M_Z}{J_Z} R \cos(\theta) \quad n=1$$



Esempio: cilindro con intaglio soggetto a flessione,
 comando Ansys:
 $n = 1 \leftrightarrow \text{MODE},1$

Modello equivalente 3D

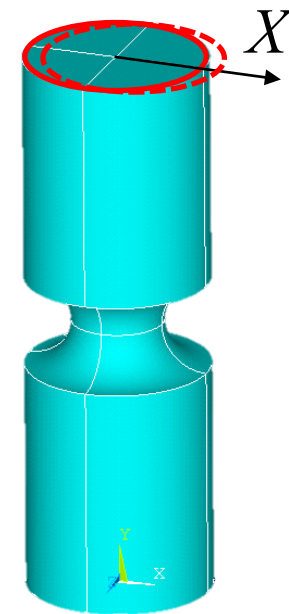
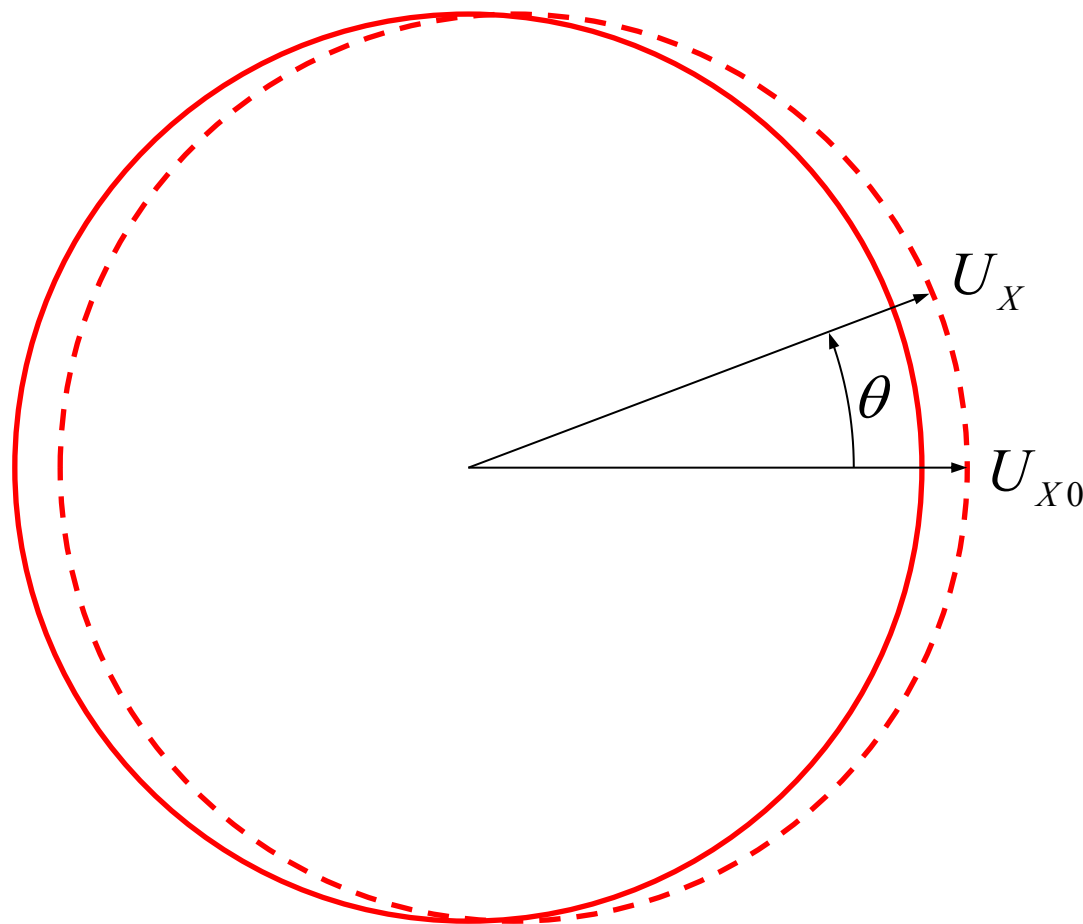
Perché necessario questo vincolo?



File di comandi: *ProvinoIntaglioFlessione_Plane25.inp*

Elementi armonici

*Nell'ambito di piccoli spostamenti, e armonica di ordine 1, la traslazione rigida di una cfr segue la forma: $U_X = U_{X0} \cos(\theta)$
Quindi X è un GdL del sistema, e se non vincolato, è una labilità*



Elementi armonici

Aspetti particolari del modello

c***

c*** vincoli e carichi

c***

lsel,,loc,y,-1,0.001 ! simmetria

dl,all,,symm

lsel,all

nn = node(0,0,0) ! individuazione nodo date le coordinate

d,nn,ux,0 ! vincolo in direzione x per eliminare la labilità

! pressione

lsel,,loc,y,1-0.001,1+1

sfl,all,press,-pa,0

alls

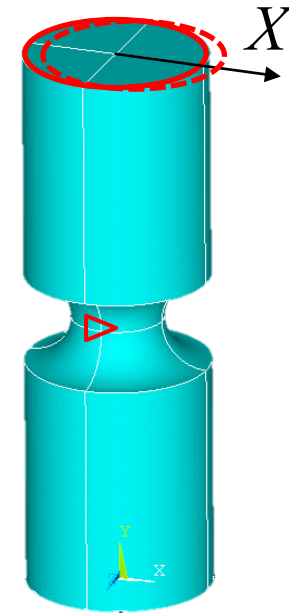
...

/solu

mode,1

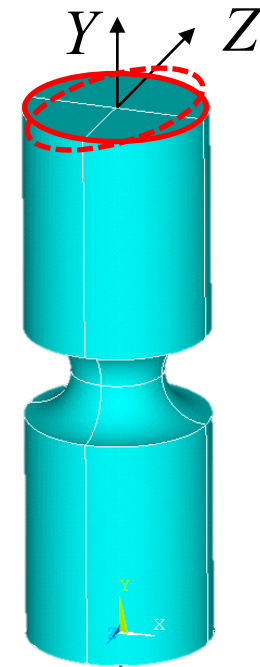
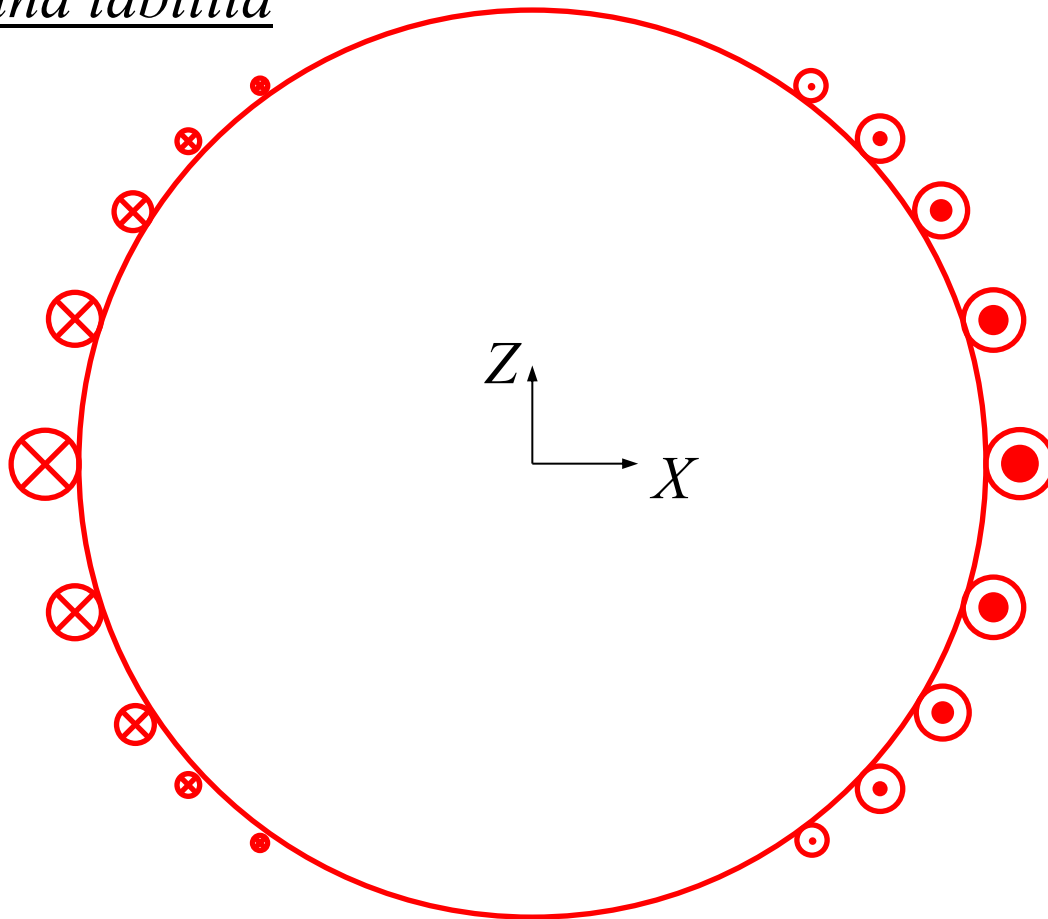
Definisce l'ordine di armonica ed il tipo di f.ne (seno o coseno)

Armonica di ordine 1 (mode,1), è necessario applicare un vincolo in direzione X , ad esempio all'origine



Elementi armonici

Nell'ambito di piccoli spostamenti, e armonica di ordine 1, anche lo spostamento in direzione verticale: $U_Y = U_{Y0} \cos(\theta)$ implica una rotazione rigida, rispetto a Z, e quindi se non vincolato è una labilità



Elementi armonici

In questo caso, tuttavia, lo spost. Y è già annullato dalla simmetria

```
c***
```

```
c*** vincoli e carichi
```

```
c***
```

```
lsel,loc,y,-1,0.001 ! simmetria
```

```
dl,all,,symm
```

```
lsel,all
```

```
nn = node(0,0,0) ! individuazione nodo date le coordinate
d,nn,ux,0 ! vincolo in direzione x per eliminare la labilità
```

```
! pressione
```

```
lsel,,loc,y,1-0.001,1+1
```

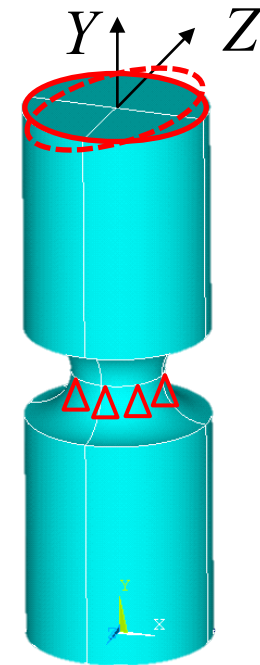
```
sfl,all,press,-pa,0
```

```
alls
```

```
...
```

```
/solu
```

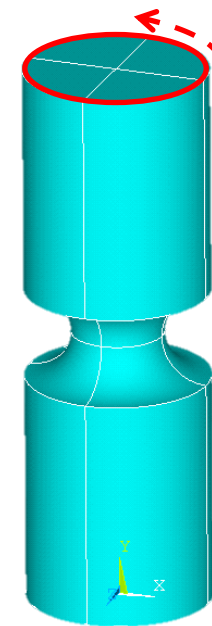
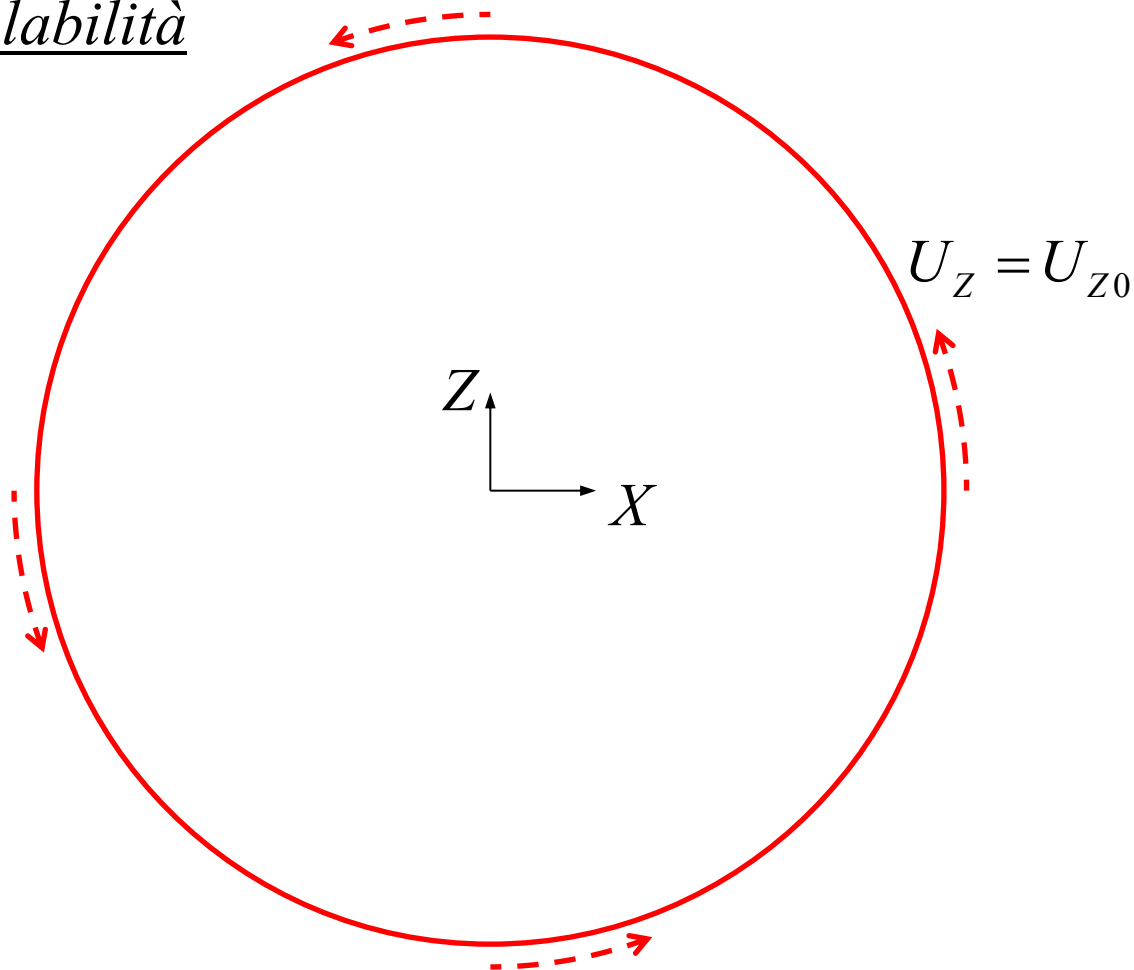
```
mode,1
```



In assenza di tale simmetria sarebbe stato necessario vincolare un punto qualunque, ma non sull'asse, in direzione Y

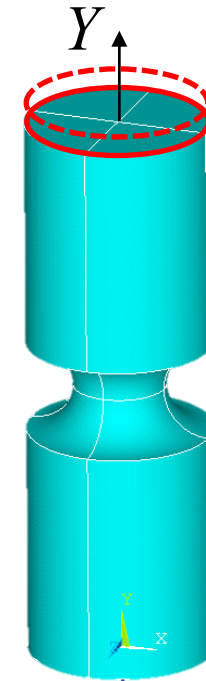
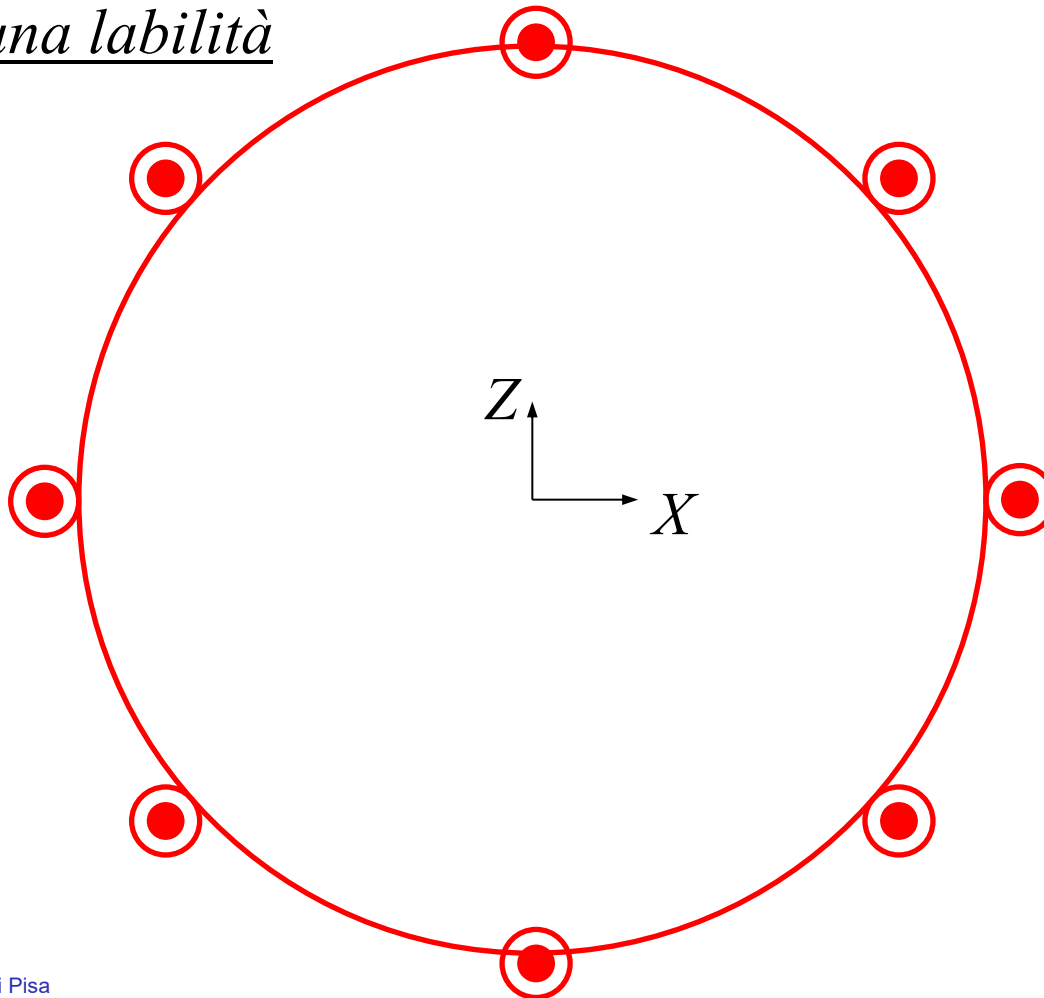
Elementi armonici

Nell'ambito di piccoli spostamenti, e armonica di ordine 0, la rotazione rigida di una cfr segue la forma: $U_Z = U_{Z0} \cos(0 \times \theta)$. Quindi Z (ovvero θ) è un GdL del sistema, e se non vincolato è una labilità



Elementi armonici

Nell'ambito di piccoli spostamenti, e armonica di ordine 0, anche lo spostamento in direzione verticale: $U_Y = U_{Y0} \cos(0 \times \theta)$ implica una traslazione rigida (assiale), e quindi se non vincolato è una labilità





Comando **MODE**

MODE, *MODE*, *ISYM*

Specifies the harmonic loading term for this load step.

MODE

Number of harmonic waves around circumference for this harmonic loading term (defaults to 0).

ISYM

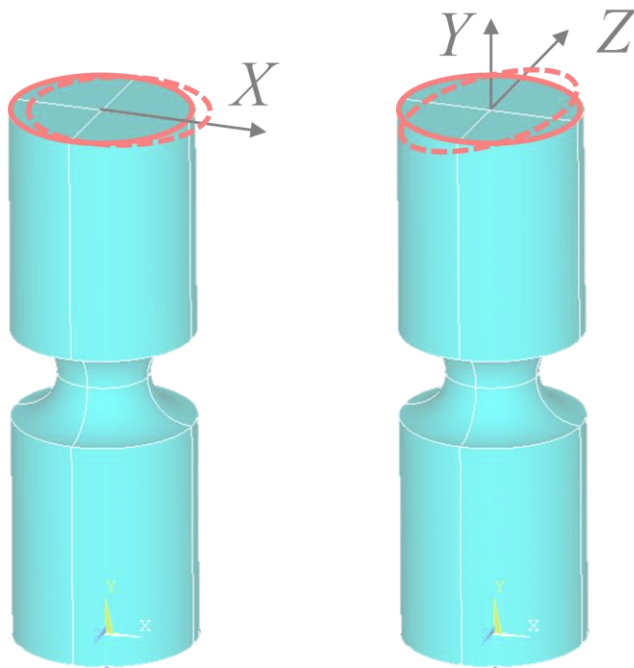
Symmetry condition for this harmonic loading term (not used when *MODE* = 0):

- 1 — Symmetric (UX, UY, ROTZ, TEMP use cosine terms; UZ uses sine term) (default).
- 1 — Antisymmetric (UX, UY, ROTZ, TEMP use sine terms; UZ uses cosine term).

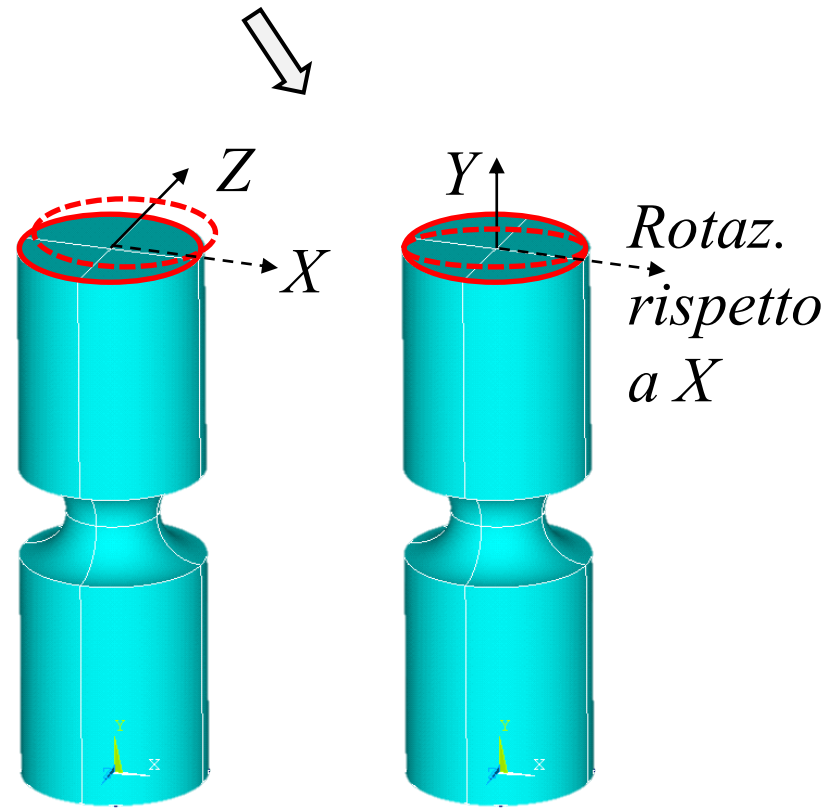
Nel caso di $ISYM = -1$ (non usato nell'esempio) il carico applicato nel piano è secondo $\sin(\cdot)$, e analogamente le componenti di spostamento nel piano, mentre di default è secondo $\cos(\cdot)$

Elementi armonici

Nel caso di armonica di ordine 1, e $ISYM = -1$
 La labilità non è più secondo X , ma secondo Z , e comunque
 rimane anche secondo Y anche se la rotazione è nell'altro piano



Mode = 1, ISYM = 1

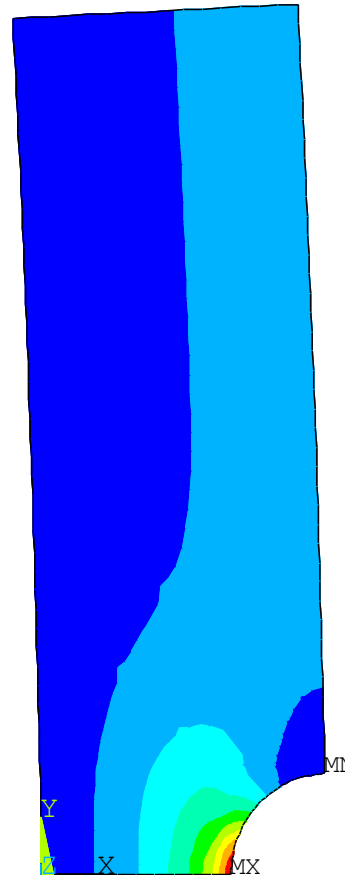


Mode = 1, ISYM = -1

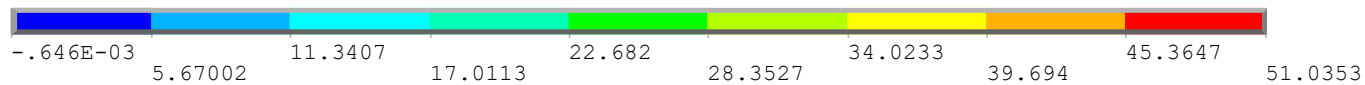
Elementi armonici

1
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
SY (AVG)
RSYS=0
DMX =.018785
SMN =-.646E-03
SMX =51.0353

ANSYS
2019 R3
ACADEMIC



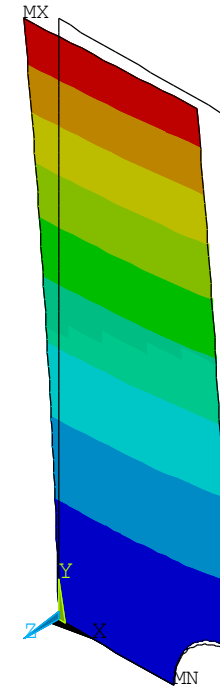
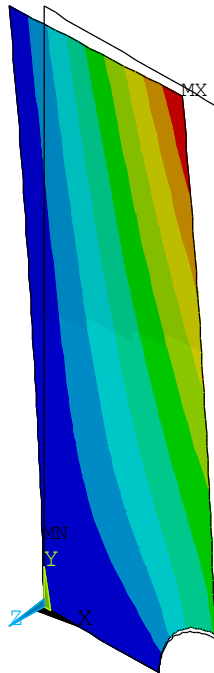
Soluzione
Stress Y



File di comandi: ProvinoIntaglioFlessione_Plane25.inp

Elementi armonici, variabilità angolare

Sul piano sono rappresentate le ampiezze delle funzioni angolari sia secondo $\cos(\theta)$ sia $\sin(\theta)$, e non le componenti al piano $\theta = 0$

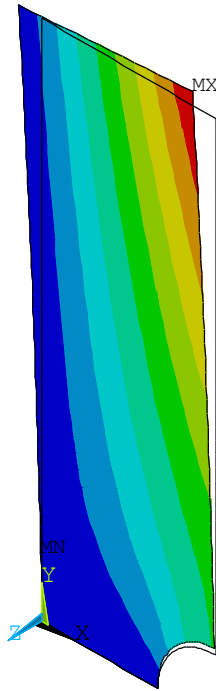


Soluzione spost. UY
 dipendenza: $\cos(\theta)$
 sarebbe piano $\theta = 0^\circ$

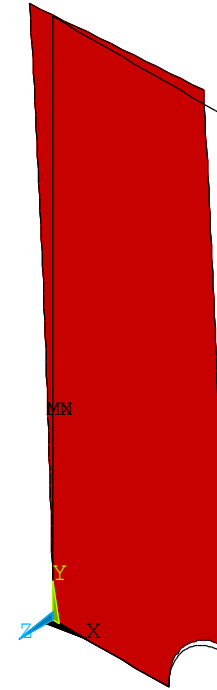
Soluzione spost. UZ
 dipendenza: $\sin(\theta)$
 sarebbe piano $\theta = 90^\circ$, tuttavia
 è mostrata sul piano $X-Y$

Elementi armonici, variabilità angolare

Tuttavia, è possibile imporre un angolo e valutare le componenti a quel valore di θ secondo la loro dipendenza angolare



```
set,,,,,0
plnsol,u,y,2
```

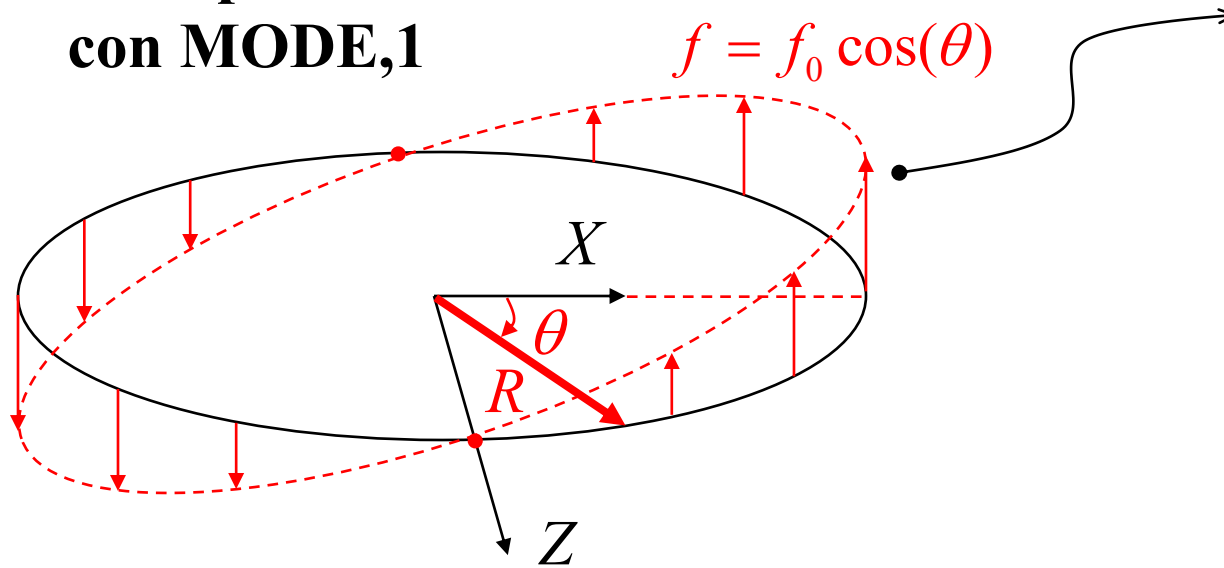


```
set,,,,,0
plnsol,u,z,2
```

Il comando SET solitamente si usa per richiamare un Load Step (mostrato in seguito), mentre in questo caso si specifica l'angolo in gradi, es.: 0° (oppure 30° , 45° etc.) del piano in cui si vuole visualizzare i risultati

Elementi armonici

Esempio di forza concentrata con MODE,1



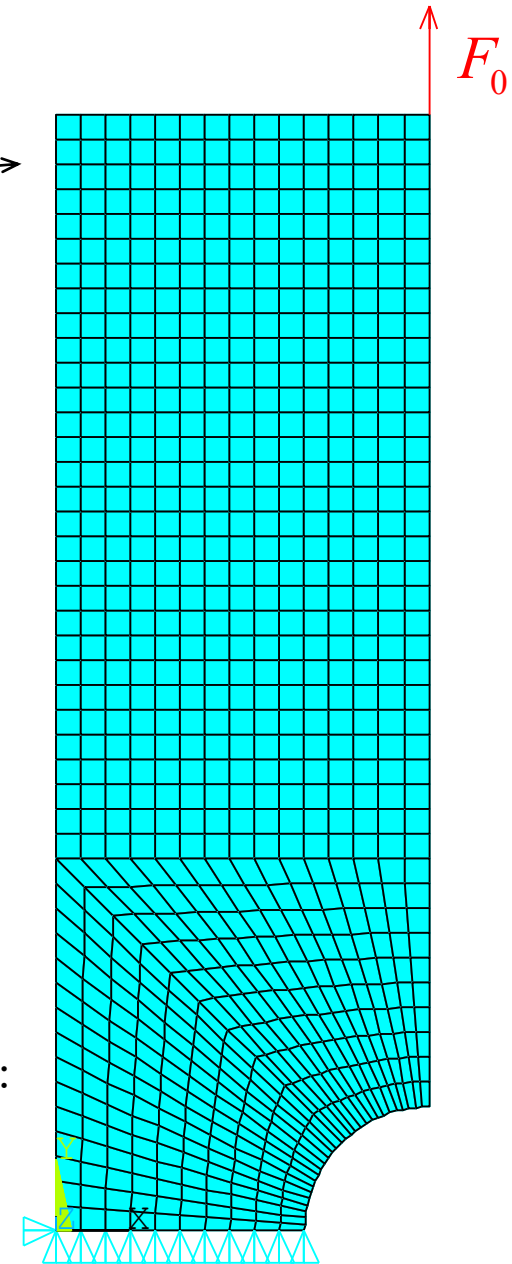
Relazione fra momento e forza distribuita:

$$M = \int_0^{2\pi} f R^2 \cos(\theta) d\theta =$$

$$= \int_0^{2\pi} f_0 R^2 \cos^2(\theta) d\theta = \pi f_0 R^2 \rightarrow f_0 = \frac{M}{\pi R^2}$$

Forza concentrata da applicare al modello (int.le come se costante):

$$F_0 = \int_0^{2\pi R} f_0 d\xi = 2\pi R f_0 \rightarrow F_0 = 2 \frac{M}{R}$$

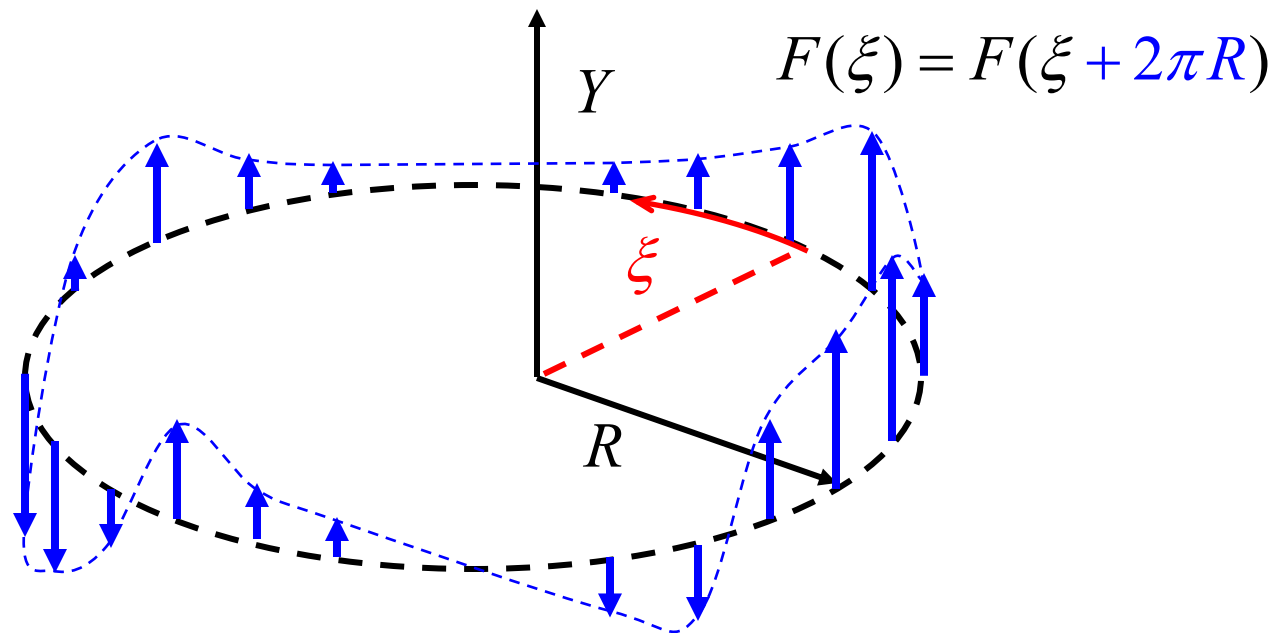


File di comandi: *ProvinoIntaglioFlessione_Plane25.inp*

Elementi armonici

Analisi di corpi assialsimmetrici soggetti a carichi generici

Un carico applicato ad un corpo assialsimmetrico è sempre una funzione **periodica**, in quanto il valore assunto dal carico stesso lungo ogni possibile circonferenza di raggio R si ripete:



Elementi armonici

Analisi di corpi assialsimmetrici soggetti a carichi generici

Il carico quindi può essere espresso tramite la serie di Fourier:

$$F(\xi) = \frac{A_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cos\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right) + B_i \sin\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right)$$

in cui: $L = 2\pi R$

F.ni armoniche

Analisi (separata) con
elementi di Fourier
per ogni componente
della serie

Sovrapposizione
effetti (an. lineare)

Soluzione
complessiva
per $F(\xi)$

Elementi armonici

Analisi di corpi assialsimmetrici soggetti a carichi generici

Calcolo dei coefficienti della serie di Fourier:

$$F(\xi) = \frac{A_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cos\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right) + B_i \sin\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right)$$

$$A_0 = \frac{2}{L} \int_0^L F(\xi) d\xi \quad \leftarrow \text{caso particolare: } A_i \text{ con } i = 0$$

$$A_i = \frac{2}{L} \int_0^L F(\xi) \cos\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right) d\xi \quad (\text{formule di Eulero-Fourier})$$

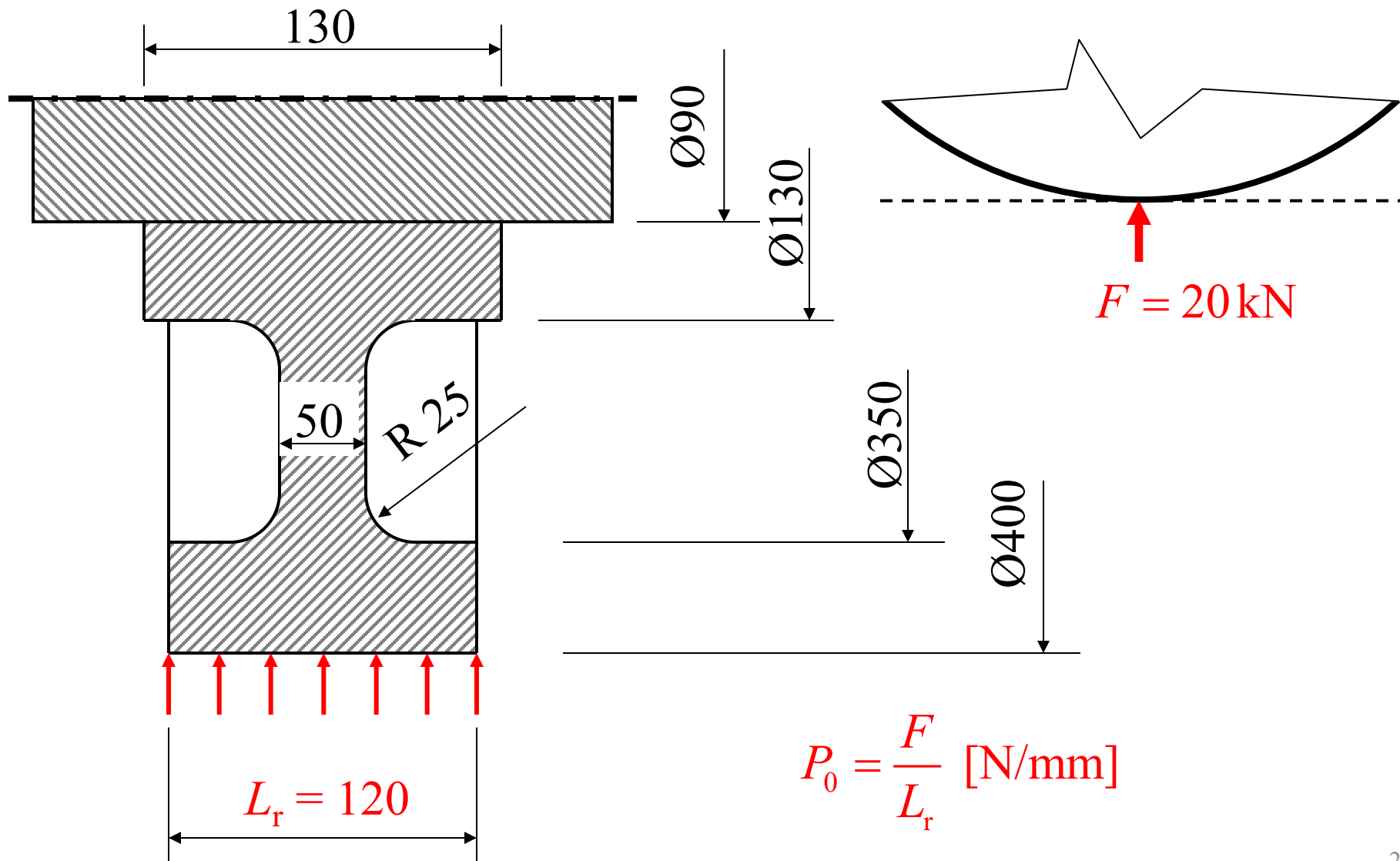
$$B_i = \frac{2}{L} \int_0^L F(\xi) \sin\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right) d\xi \quad A_i \text{ per ogni } i = 0, 1, \dots$$

$$B_i \text{ per ogni } i = 1, \dots$$

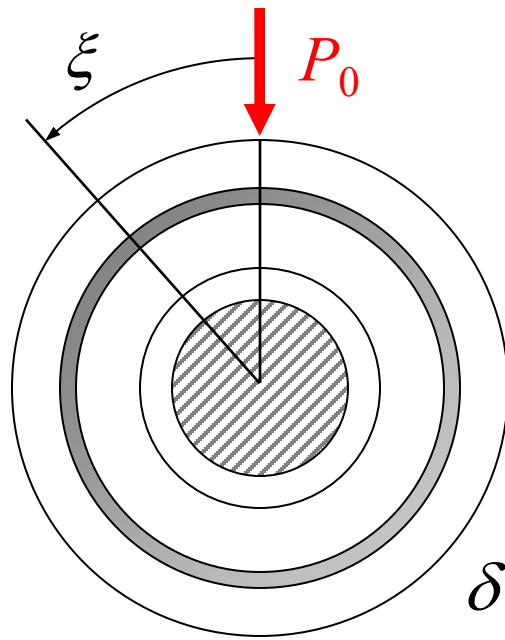


Elementi armonici

Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su una linea



Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su una linea



$p(\xi) =$ F.ne periodica di periodo $L = 2\pi R$

$p(\xi) = ?$

Funzione “ δ di Dirac”



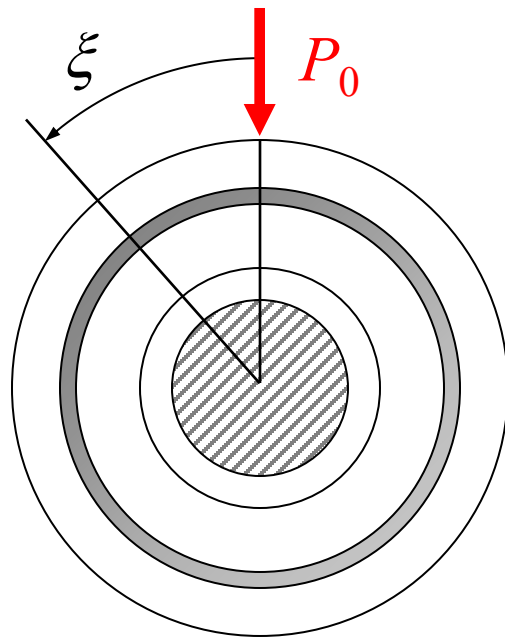
$\delta(\xi, 0) = 0$ per $\xi \neq 0$

$$\int_{X_0}^{X_1} \delta(\xi, 0) d\xi = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 \in \{X_0, X_1\} \\ 0 & \text{se } 0 \notin \{X_0, X_1\} \end{cases}$$

da cui:

$$\int_{X_0}^{X_1} F(\xi) \delta(\xi, 0) d\xi = \begin{cases} F(0) & \text{se } 0 \in \{X_0, X_1\} \\ 0 & \text{se } 0 \notin \{X_0, X_1\} \end{cases}$$

Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su una linea



$p(\xi) =$ F.ne periodica di periodo $L = 2\pi R$

$p(\xi) = ?$

Introdotta la funzione:

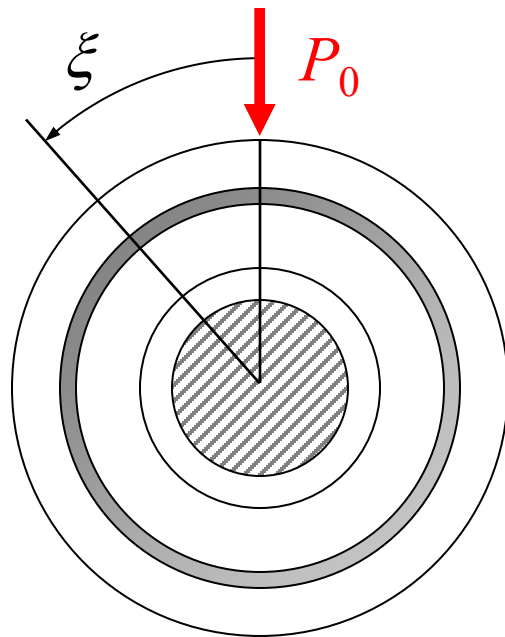
$$p(\xi) = P_0 \delta(\xi, 0) \text{ in cui } [\delta(\xi, 0)] = \text{mm}^{-1}$$

integrando si ottiene:

$$\int_{-L/2}^{L/2} p(\xi) d\xi = \int_{-L/2}^{L/2} P_0 \delta(\xi, 0) d\xi = P_0$$

Quindi la definizione della funzione di pressione è corretta, in quanto è sempre nulla escluso nel punto di singolarità, e la risultante è rispettata

Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su una linea



$p(\xi) =$ F.ne periodica di periodo $L = 2\pi R$

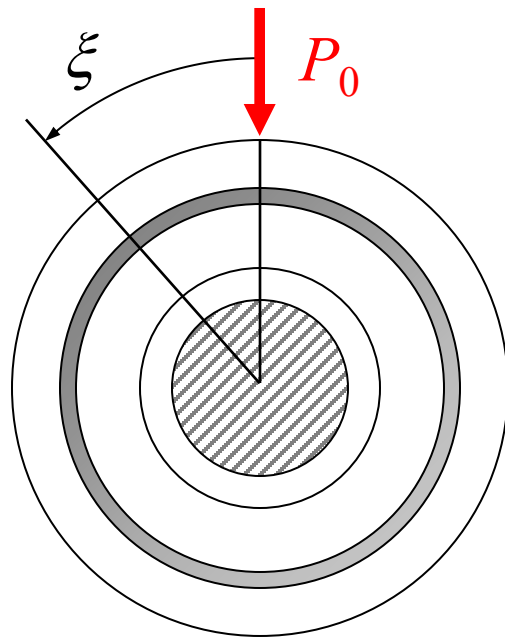
$$p(\xi) = P_0 \delta(\xi, 0)$$

Si può procedere a calcolare le componenti armoniche sfruttando le formule precedenti

Componenti *antisimmetriche*, $\sin(\cdot)$, tutte nulle:

$$\begin{aligned} B_i &= \frac{2}{L} \int_{-L/2}^{L/2} p(\xi) \sin\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right) d\xi = \frac{2}{L} \int_{-L/2}^{L/2} P_0 \sin\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right) \delta(\xi, 0) d\xi = \\ &= \frac{2}{L} P_0 \sin(i0) = 0 \end{aligned}$$

Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su una linea



$p(\xi) =$ F.ne periodica di periodo $L = 2\pi R$

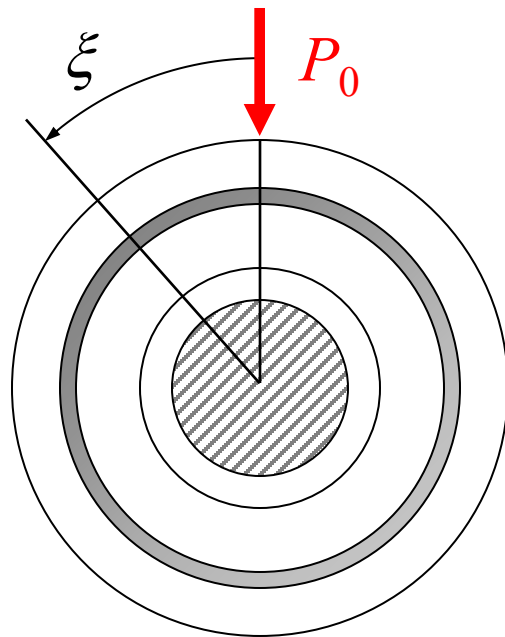
$$p(\xi) = P_0 \delta(\xi, 0)$$

Si può procedere a calcolare le componenti armoniche sfruttando le formule precedenti

Componenti *simmetriche*, $\cos(\cdot)$, non nulle:

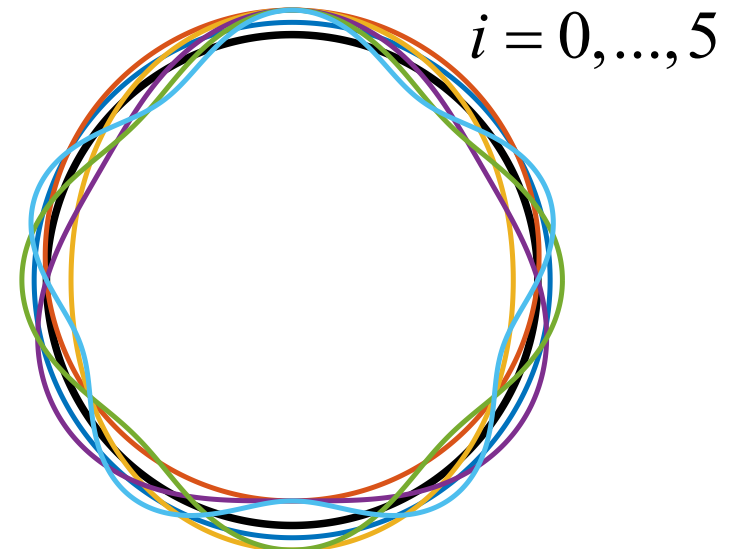
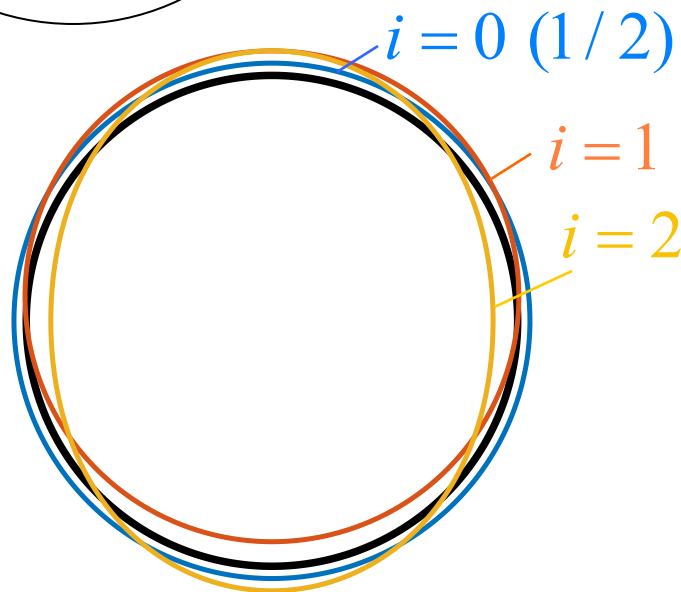
$$\begin{aligned} A_i &= \frac{2}{L} \int_{-L/2}^{L/2} p(\xi) \cos\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right) d\xi = \frac{2}{L} \int_{-L/2}^{L/2} P_0 \cos\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right) \delta(\xi, 0) d\xi = \\ &= \frac{2}{L} P_0 \cos(i0) = 2 \frac{P_0}{L} \quad \Rightarrow \quad p(\xi) \approx \frac{P_0}{L} + \sum_{i=1}^N 2 \frac{P_0}{L} \cos\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right) \end{aligned}$$

Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su una linea

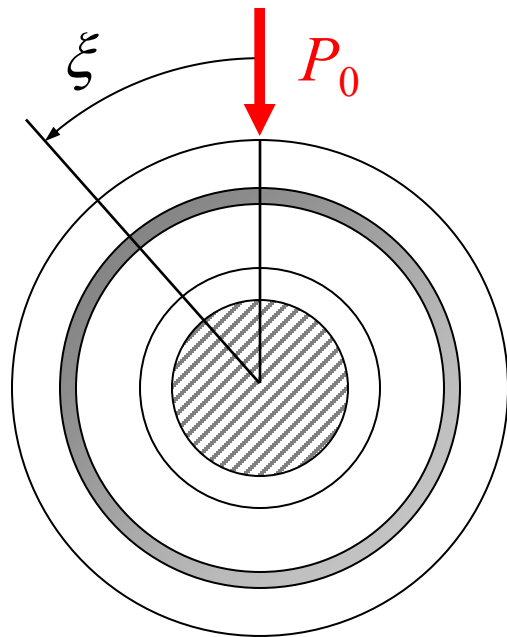


$$p(\xi) = \frac{P_0}{L} + \sum_{i=1}^N 2 \frac{P_0}{L} \cos\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right)$$

Visualizzazione grafica
delle prime componenti:

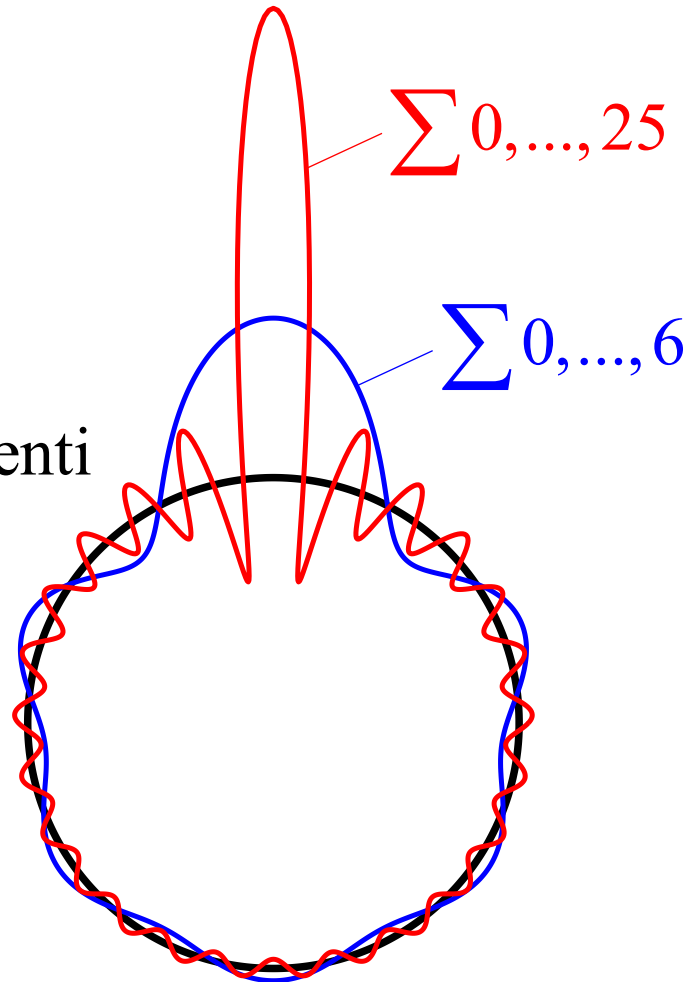


Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su una linea

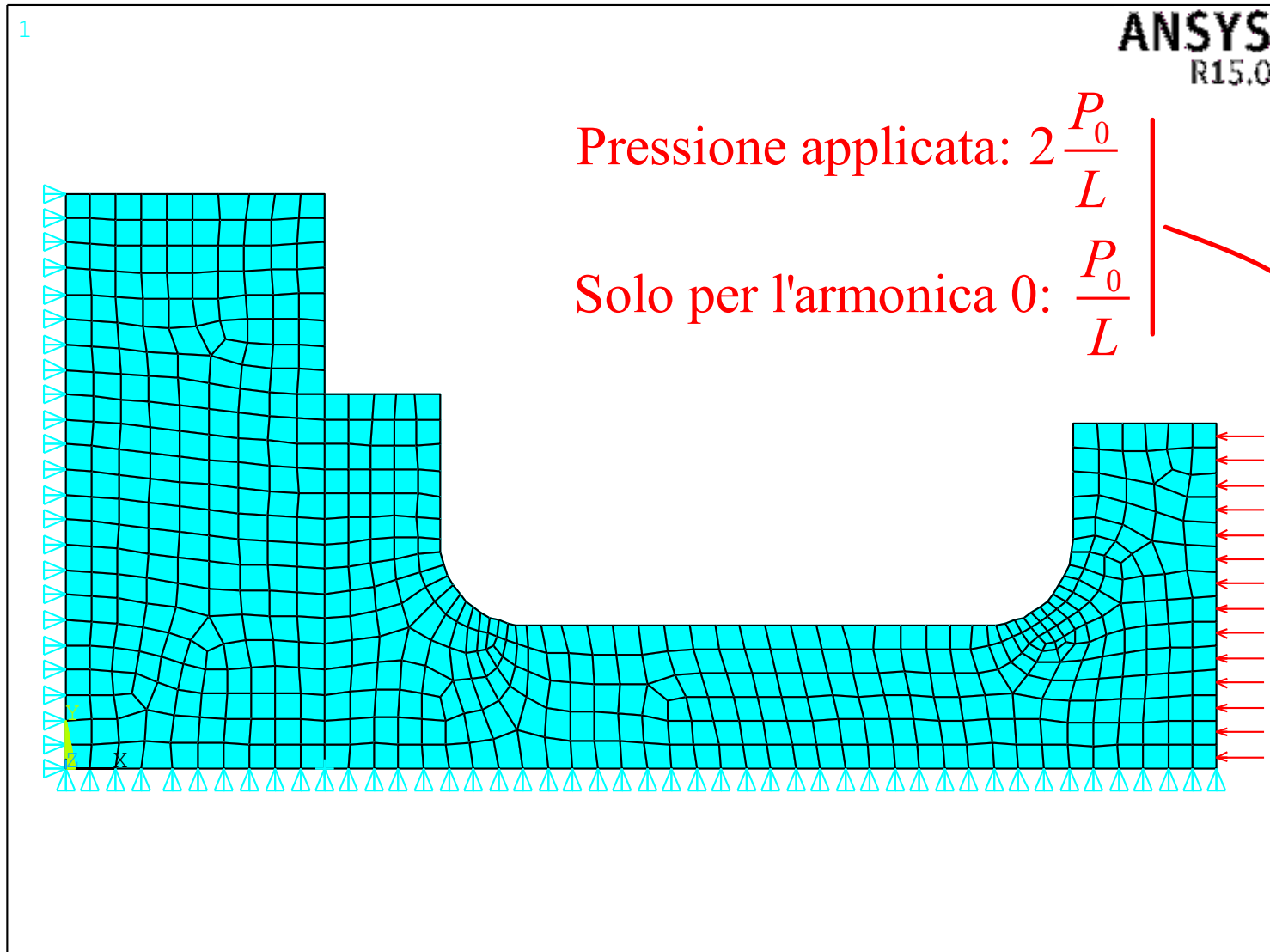


$$p(\xi) = \frac{P_0}{L} + \sum_{i=1}^N 2 \frac{P_0}{L} \cos\left(2\pi i \frac{\xi}{L}\right)$$

Componenti
sommate



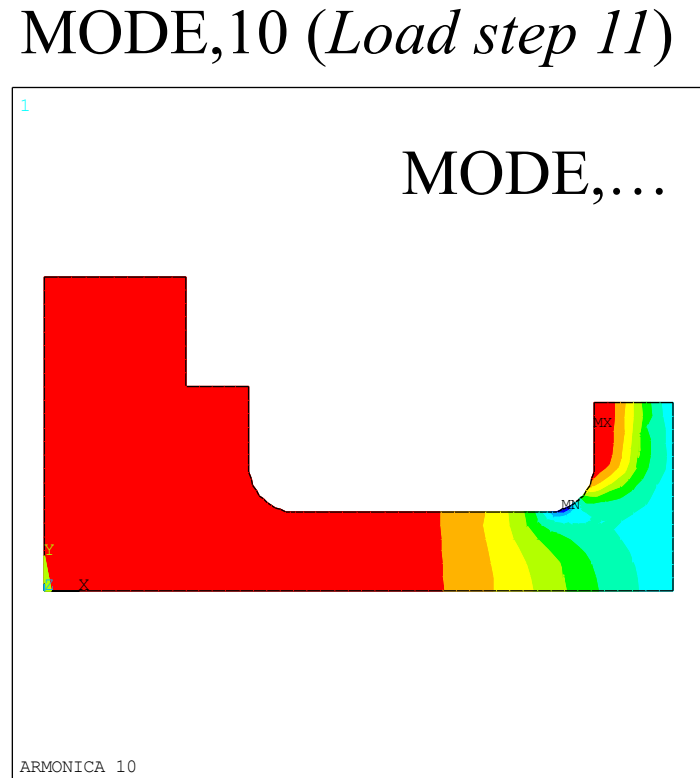
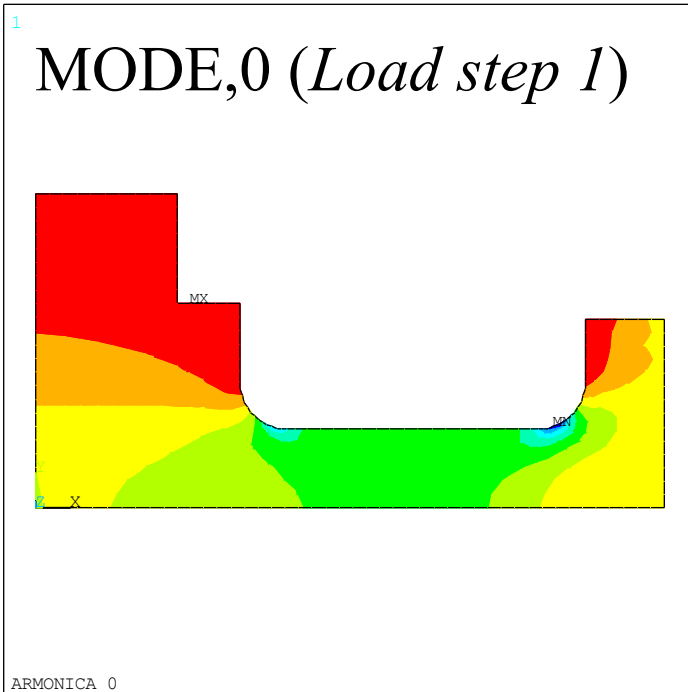
Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su una linea



File di comandi: *RuotaAnalisiArmonicaFourier_Plane25.inp* 27

Elementi armonici

Singole componenti (armoniche) della soluzione



Ciascuna singola analisi può essere richiamata con SET essendo *Load step* separati:
SET, **Lstep**, Sbstep, Fact, KIMG, TIME, **ANGLE**, NSET, ORDER

Es.: set,11

Tuttavia, non specificando l'angolo, di default è applicato 0, invece per visualizzare tutte le ampiezze (come per l'analisi singola) si deve introdurre NONE. Es.: SET,11, , , ,none

File di comandi: *RuotaAnalisiArmonicaFourier_Plane25.inp*



Elementi armonici

Somma delle componenti della soluzione

```

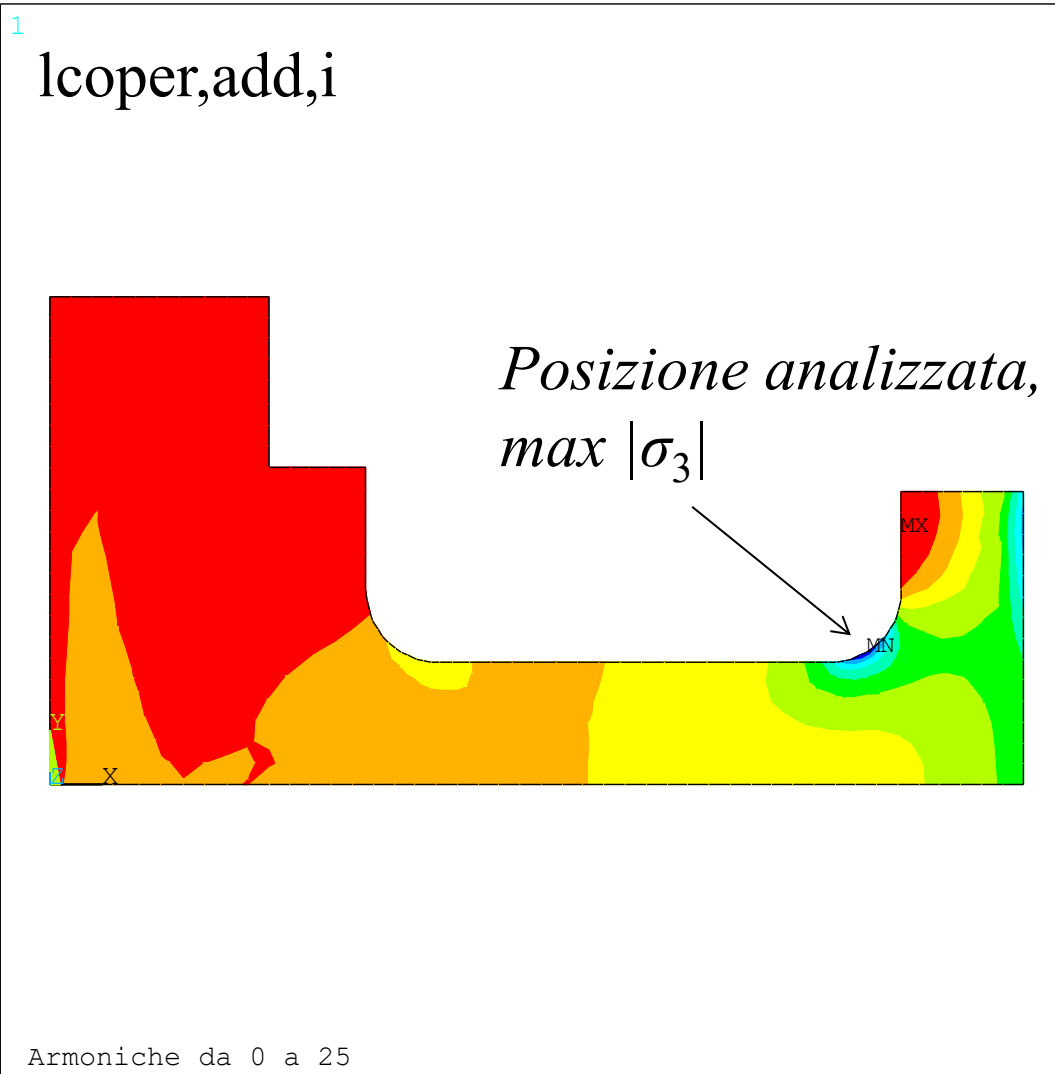
c***
c*** Combinazione casi di carico per ottenere il risultato finale
c***
*do,i,1,nfou+1
    lcase,i ! crea i loadcases associati ai loadsteps
*enddo

/output,RisultatiFourier.txt ! file di output tensioni
lcase,1 ! legge il loadcase 1 (armonica 0)
*do,i,2,nfou+1
    a=i-1
    /title, Armoniche da 0 a %a%
    lcase,i ! somma i successivi loadcases
    plnsol,s,3
    nsel,s,,nnod
    prnsol,s,comp
    prnsol,s,prin
    alls
*enddo
/output
  
```

File di comandi: RuotaAnalisiArmonicaFourier_Plane25.inp 29

Elementi armonici

Somma delle componenti della soluzione



```
ANSYS 2021 R2
Build 21.2
NODAL SOLUTION
STEP=9999
S3 (AVG)
PowerGraphics
EFACET=1
AVRES=Mat
DMX =.006661
SMN =-14.5328
SMX =.02312
```

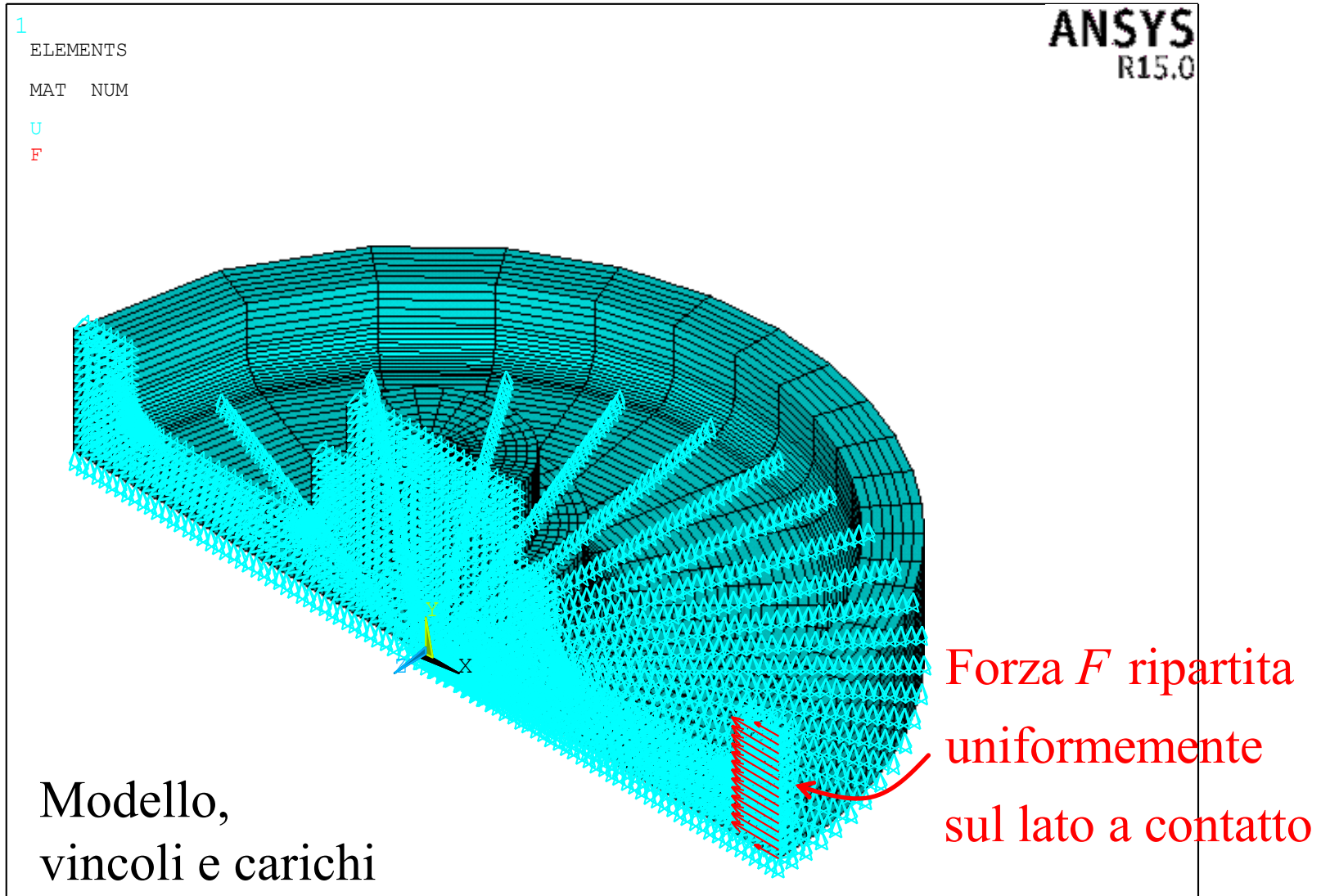
```
ZV =1
DIST=110
XF =100
YF =50
Z-BUFFER
```

Dark Blue	-14.5328
Blue	-12.9155
Cyan	-11.2982
Light Green	-9.68083
Green	-8.06351
Yellow-Green	-6.44618
Yellow	-4.82886
Orange	-3.21153
Red-Orange	-1.59421
Red	.02312

File di comandi: *RuotaAnalisiArmonicaFourier_Plane25.inp*

Elementi armonici

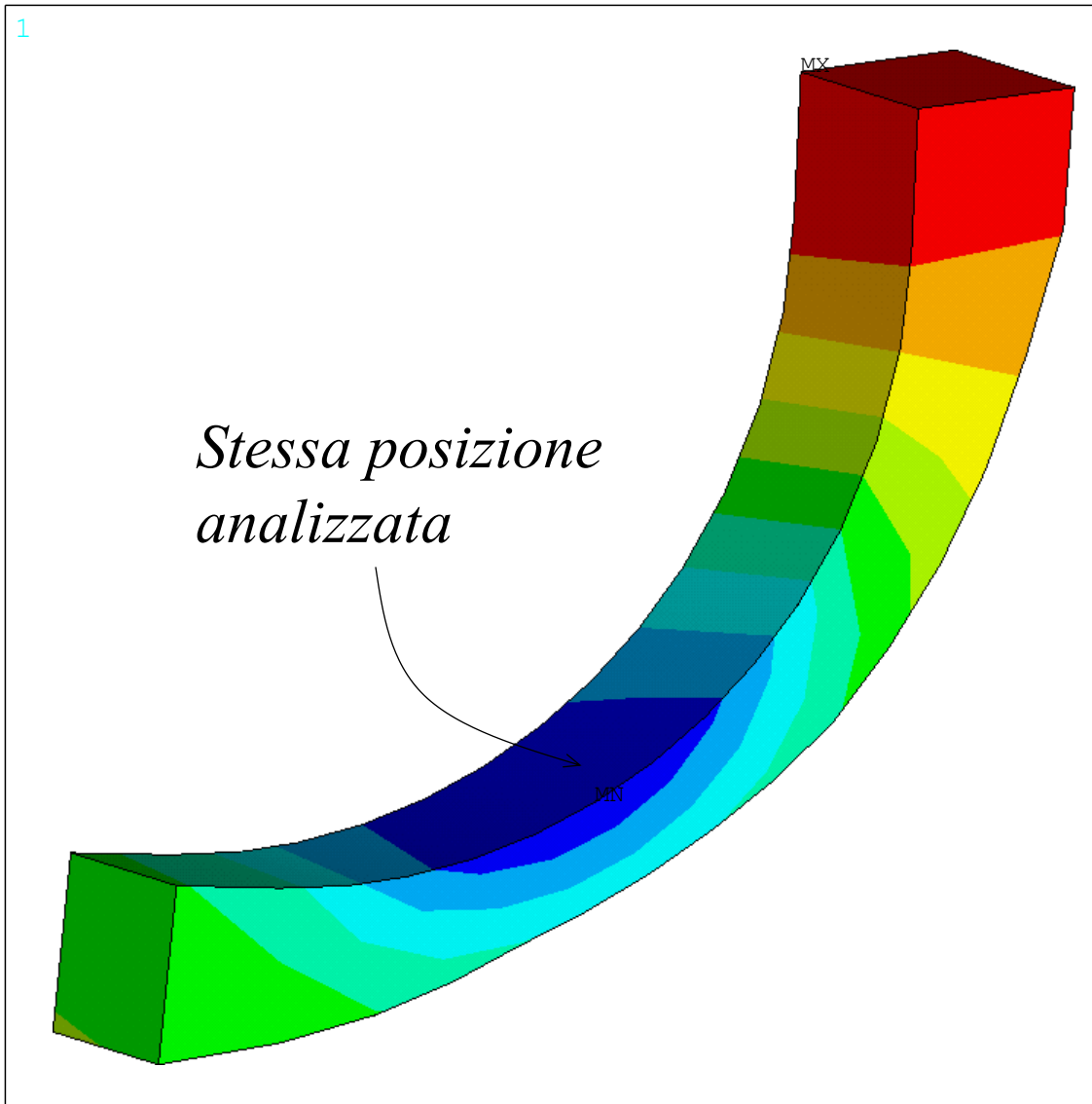
Soluzione 3D di confronto



File di comandi: *Ruota3DRiferimentoAnalisiArmonica_Solid185.inp* 31

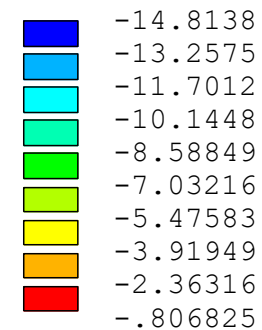
Elementi armonici

Soluzione 3D di confronto



ANSYS 2021 R2
 Build 21.2
 NODAL SOLUTION
 STEP=1
 SUB =1
 TIME=1
 S3 (AVG)
 PowerGraphics
 EFACET=1
 AVRES=Mat
 DMX =.0051
 SMN =-14.8138
 SMX =-.806825

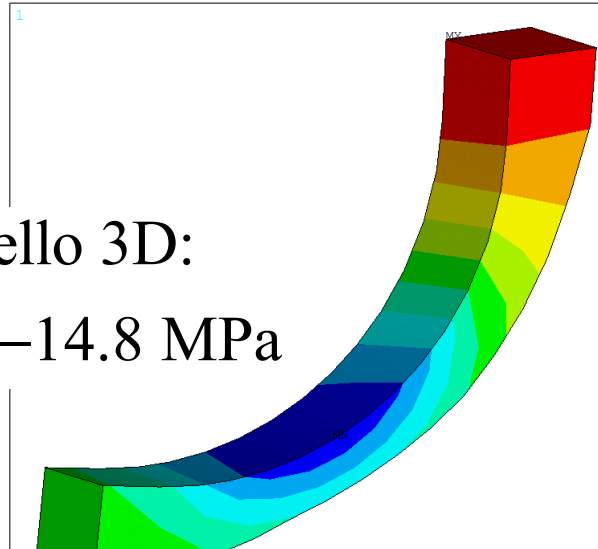
XV =-.371464
 YV =.102834
 ZV =.922735
 *DIST=12.6317
 *XF =167.1
 *YF =32.3588
 *ZF =-3.59179
 A-ZS=-3.62597
 Z-BUFFER



Elementi armonici

Confronto: convergenza analisi elementi armonici / analisi 3D

Modello 3D:
 $\sigma_3 = -14.8 \text{ MPa}$

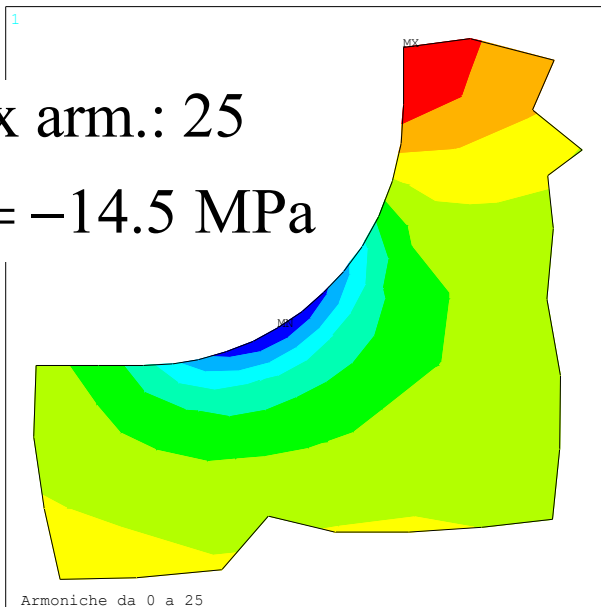


```

ANSYS 2021 R2
Build 21.2
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
S3      (AVG)
PowerGraphics
EFACET=1
AVRES=Mat
DMX =.0051
SMN =-14.8138
SMX =-.806825

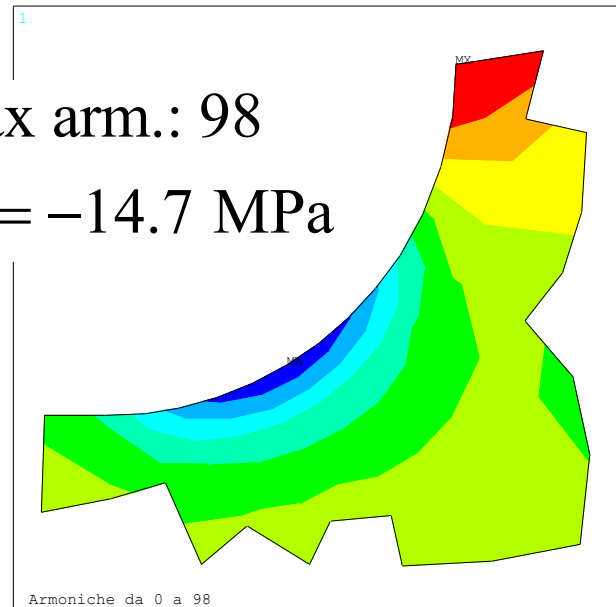
XV =-.371464
YV =.102834
ZV =.922735
*DIST=12.6317
*XF =167.1
*YF =32.3588
*ZF =-3.59179
A-ZS=-3.62597
Z-BUFFER
-14.8138
-13.2575
-11.7012
-10.1448
-8.58849
-7.03216
-5.47583
-3.91949
    
```

Max arm.: 25
 $\sigma_3 = -14.5 \text{ MPa}$



Armoniche da 0 a 25

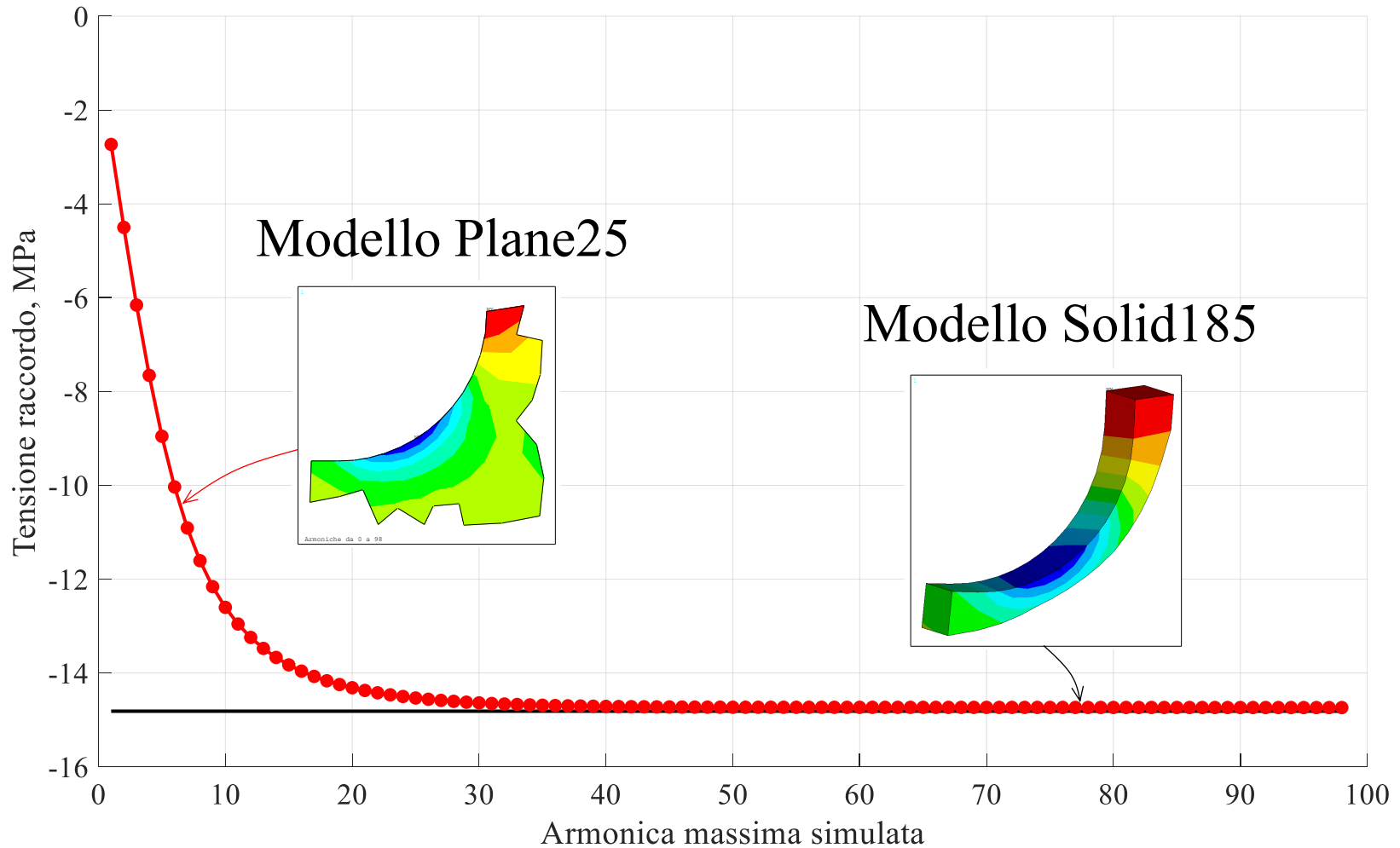
Max arm.: 98
 $\sigma_3 = -14.7 \text{ MPa}$



Armoniche da 0 a 98

Elementi armonici

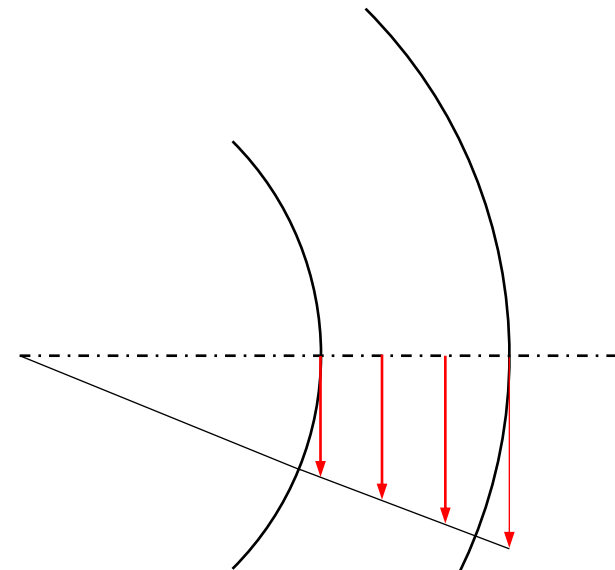
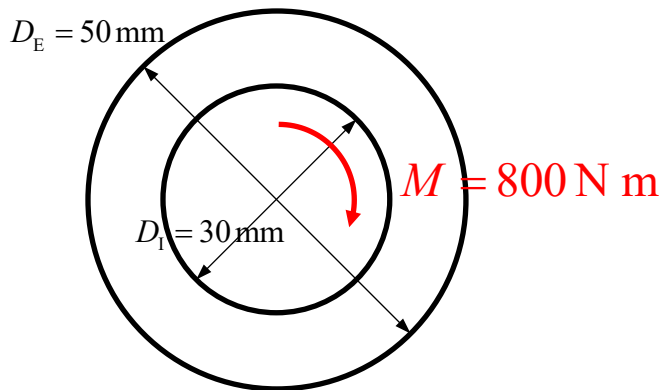
Confronto: convergenza analisi elementi armonici / analisi 3D



Elementi armonici

Esercizio da svolgere:

Sezione tubolare sollecitata a torsione,
verifica della distribuzione triangolare delle tensioni tangenziali
utilizzando il tipo di elemento armonico Plane25



$$\tau_{\max} = \frac{M}{\frac{\pi}{16} \frac{D_E^4 - D_I^4}{D_E}} = 37.448 \text{ MPa}$$

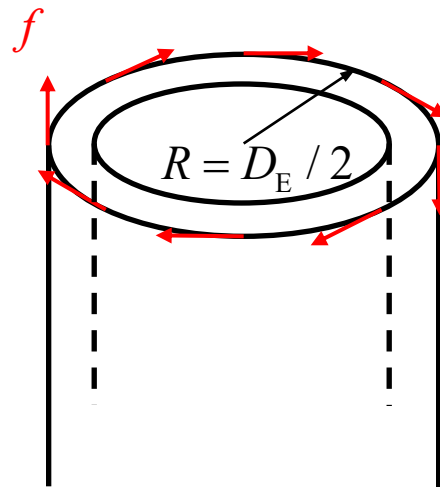
Elementi armonici

Esercizio da svolgere:

Sezione tubolare sollecitata a torsione

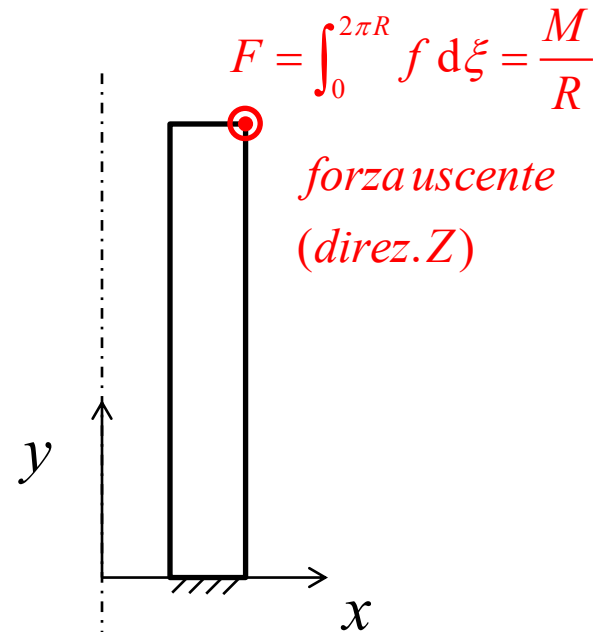
Indicazioni

Carico di linea su
modello 3D:



$$f \cdot 2\pi R R = M$$

$$\rightarrow f = \frac{M}{2\pi R^2}$$



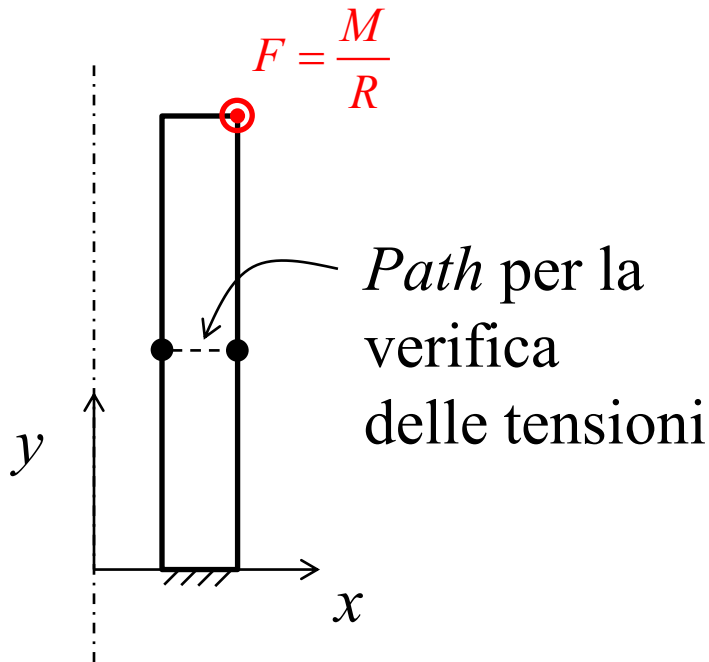
Un carico (concentrato) applicato ad un nodo rappresenta l'integrale sulla circonferenza del carico distribuito nel modello equivalente 3D

Elementi armonici

Esercizio da svolgere:

Sezione tubolare sollecitata a torsione

Indicazioni



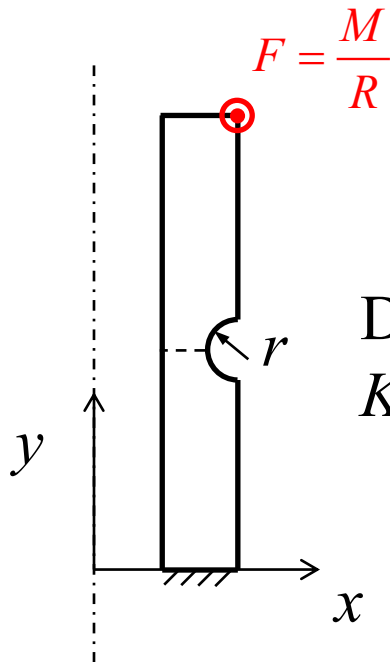
Definizione di un *Path*:

```
! path
path, RadTau, 2, 5, 100
ppath, 1, , di/2, h/2
ppath, 2, , de/2, h/2
pdef, tau_yz, s, yz
plpath, tau_yz
```

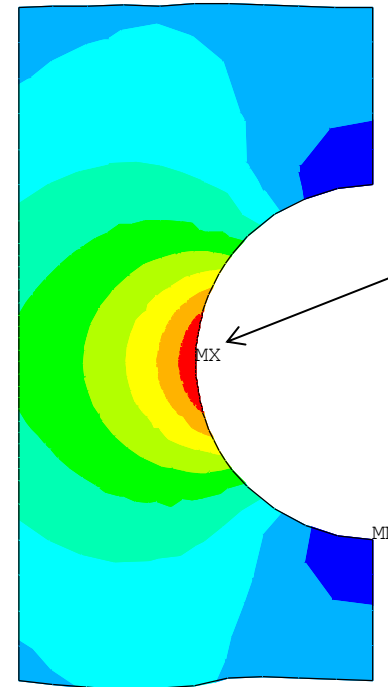
Elementi armonici

Esercizio da svolgere:

Introdurre un intaglio a C, raggio $r = 5$ mm



Determinare il
 K_t (torsione)

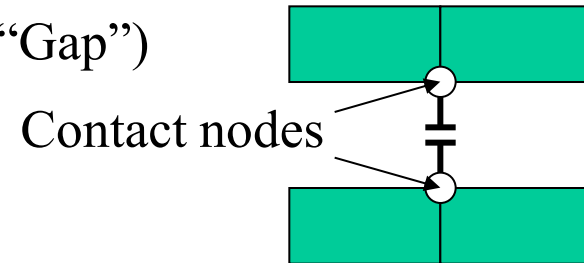


Elementi di contatto

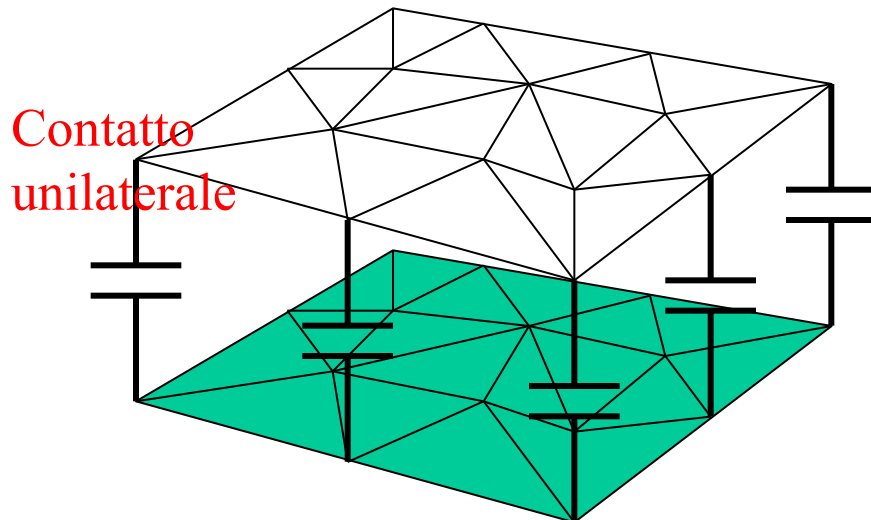
Per quanto concerne i tipi di elemento utilizzabili, si hanno generalmente:

- Elementi per analisi “Node-to-Node” (Elem. “Gap”)

- Contatto
- Gancio



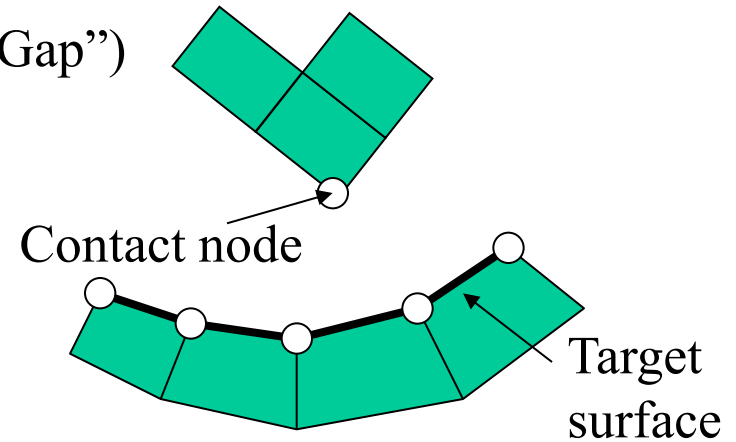
- Richiesta conoscenza preliminare posizione di contatto e direzione accostamento
- Permessi **piccoli** spostamenti relativi, in particolare tangenziali
- Uso tipico: contatto tra punti localizzati della struttura (Es.: Pipe hanger)
- Contatto tra superfici: richiede un uguale “mesh”



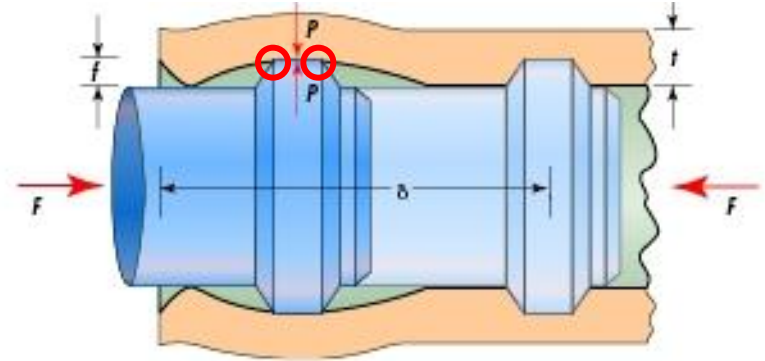
Elementi di contatto

Per quanto concerne i tipi di elemento utilizzabili, si hanno generalmente:

- Elementi per analisi “Node-to-Node” (Elem. “Gap”)
- Elementi per analisi “Node-to-Surface”



- Non richiesta conoscenza posizione contatto e direzione accostamento
- Permessi **grandi** spostamenti relativi, in particolare tangenziali
- Uso tipico: contatto tra punti localizzati della struttura (Es. spigoli) e superfici (Es.: estremità montaggi “Snap-fit”)
- Possibile anche l'impiego per analisi del contatto tra superfici (in questo caso non è necessario avere uguale “mesh”)

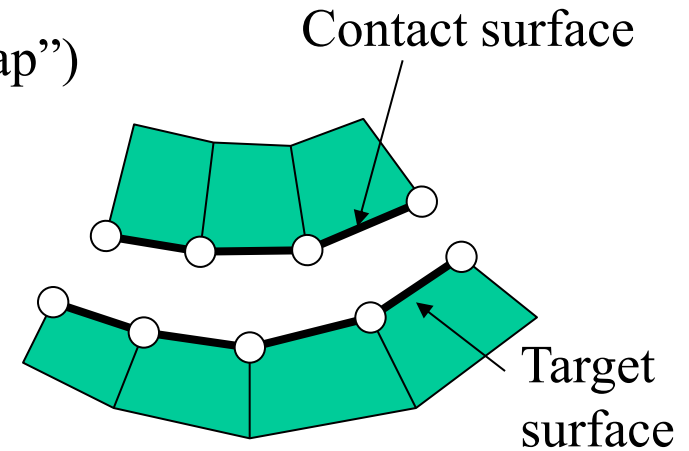


Elementi di contatto

Per quanto concerne i tipi di elemento utilizzabili, si hanno generalmente:

- Elementi per analisi “Node-to-Node” (Elem. “Gap”)
- Elementi per analisi “Node-to-Surface”
- Elementi per analisi “**Surface-to-Surface**”

(Connections in Ansys Workbench)

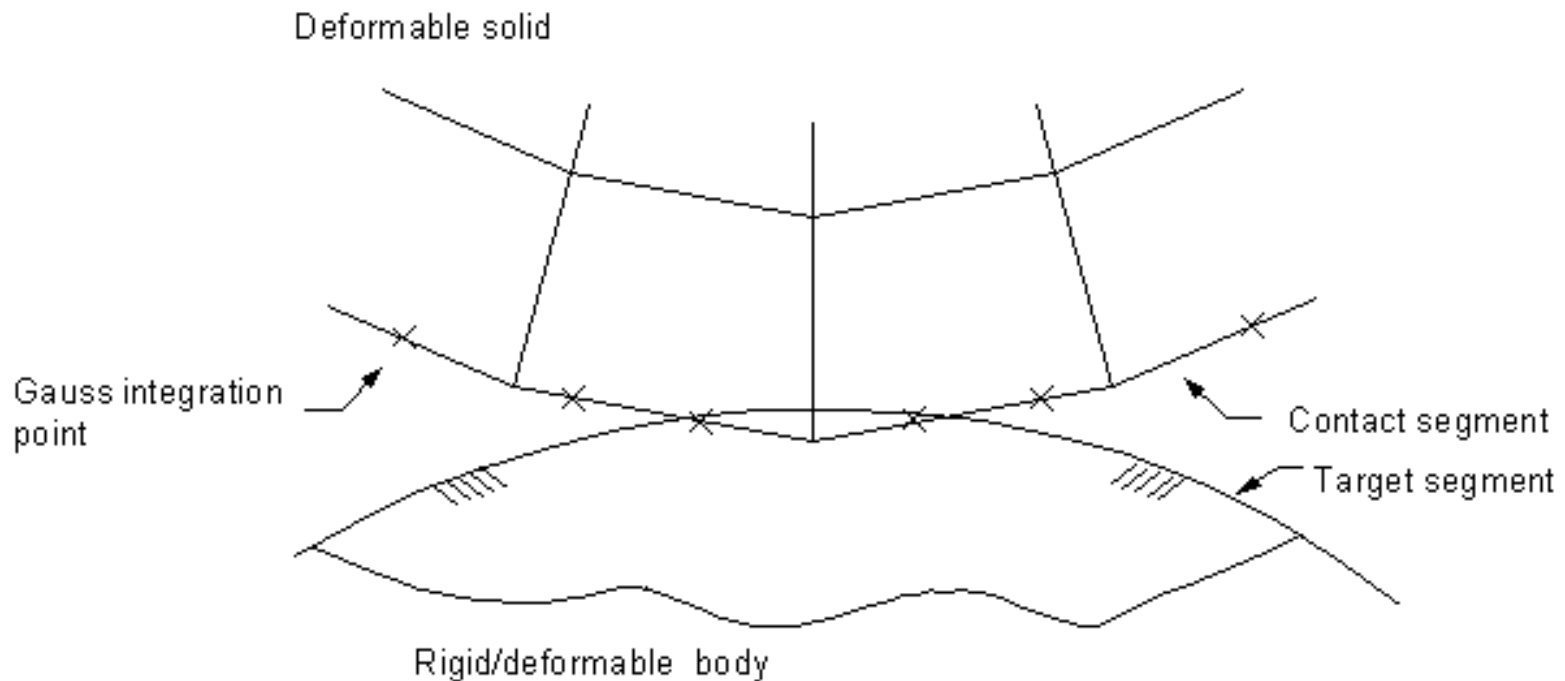


- Non richiesta conoscenza posizione contatto e direzione accostamento
- Permessi **grandi** spostamenti relativi, in particolare tangenziali
- Non richiede uguale “mesh” tra le due superfici
- Uso tipico: contatto tra superfici, sia di tipo Conforme sia Non-Conforme

Elementi di contatto

Per quanto concerne i tipi di elemento utilizzabili, si hanno generalmente:

- Elementi per analisi “Node-to-Node” (Elem. “Gap”)
- Elementi per analisi “Node-to-Surface”
- Elementi per analisi “Surface-to-Surface”

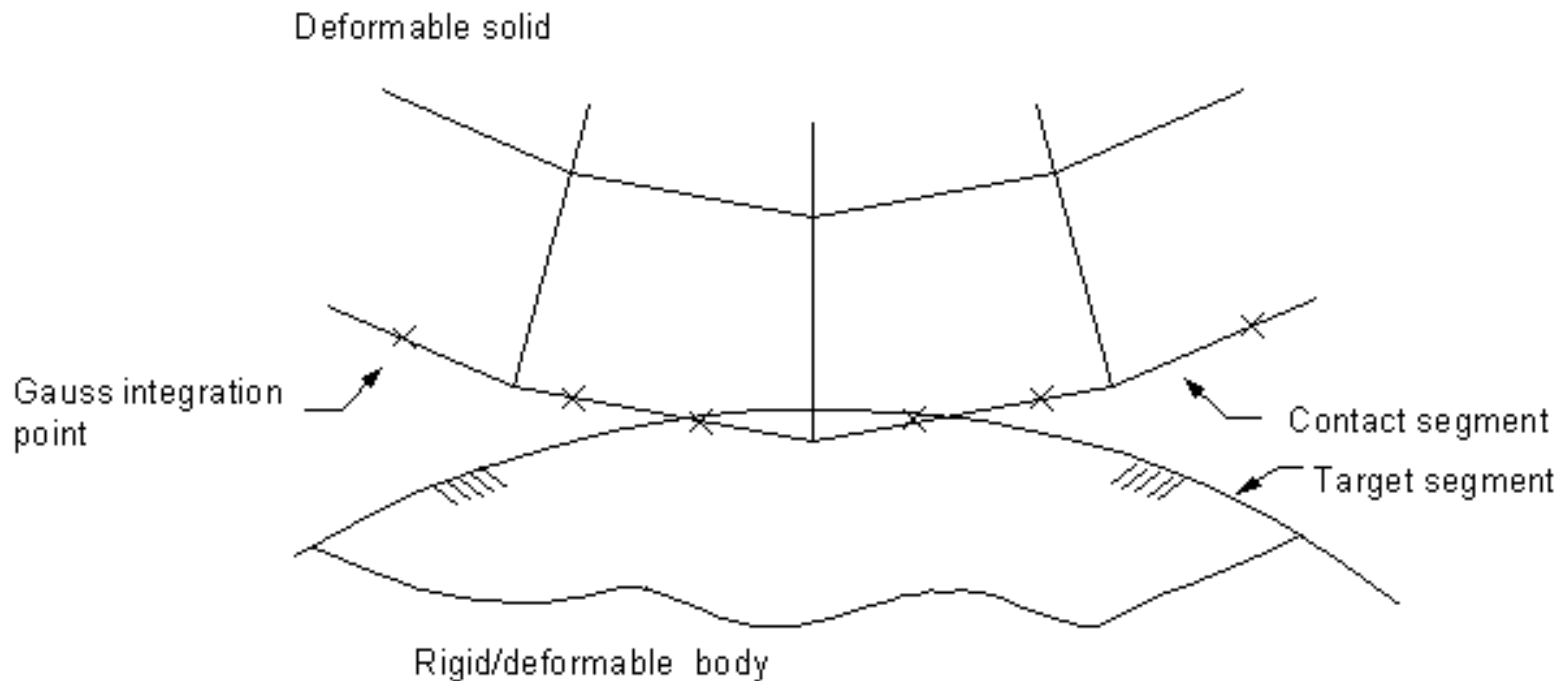


Il contatto Surface-to-Surface di fatto è gestito come Node-to-Surface, solo che i punti sono interni all'elemento Contact, invece che essere i nodi

Elementi di contatto

Per quanto concerne i tipi di elemento utilizzabili, si hanno generalmente:

- Elementi per analisi “Node-to-Node” (Elem. “Gap”)
- Elementi per analisi “Node-to-Surface”
- Elementi per analisi “Surface-to-Surface”



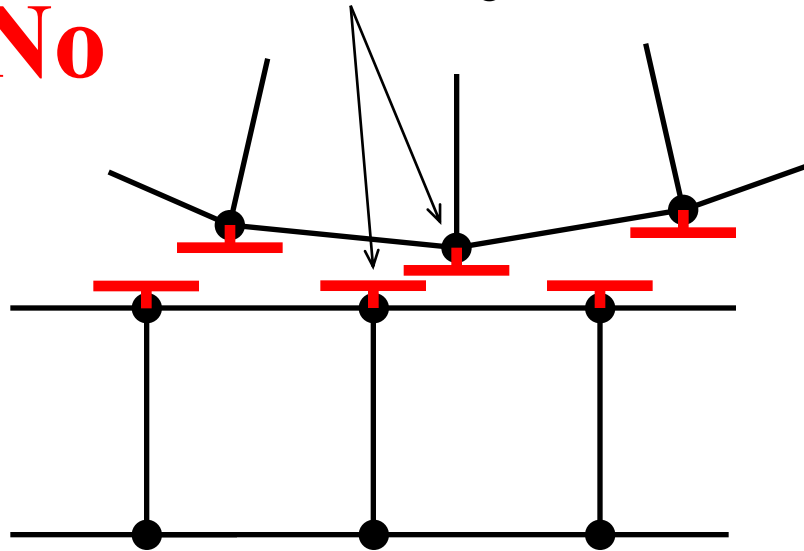
*È preferibile applicare i target sulla superficie più **rigida** e/o con **curvature minori** (es.: piano rigido)*

Elementi di contatto

Gli elementi Node-to-Node non sono in grado di tollerare traslazioni orizzontali, mentre Contact & Target possono subire *sliding* orizzontale di qualunque entità dato che la corrispondenza elemento a elemento viene aggiornata durante le iterazioni di soluzione

No

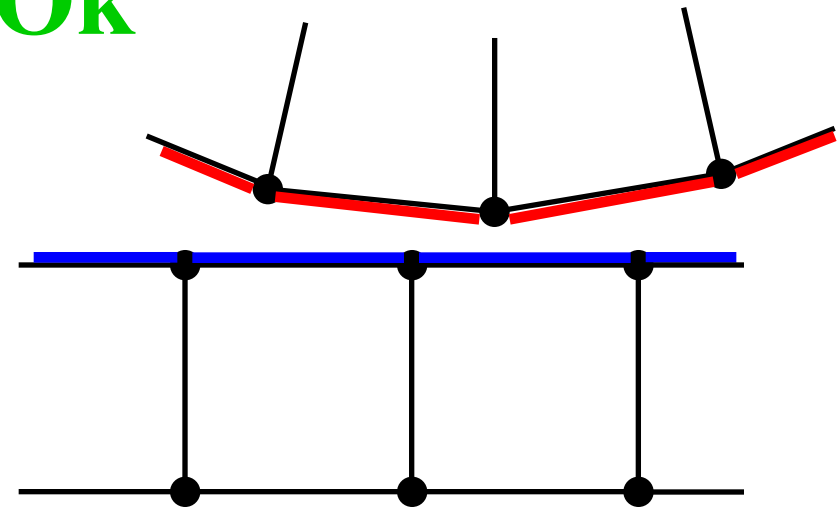
Coppia di nodi che continua ad interagire



Scorrimento laterale (sliding)

Ok

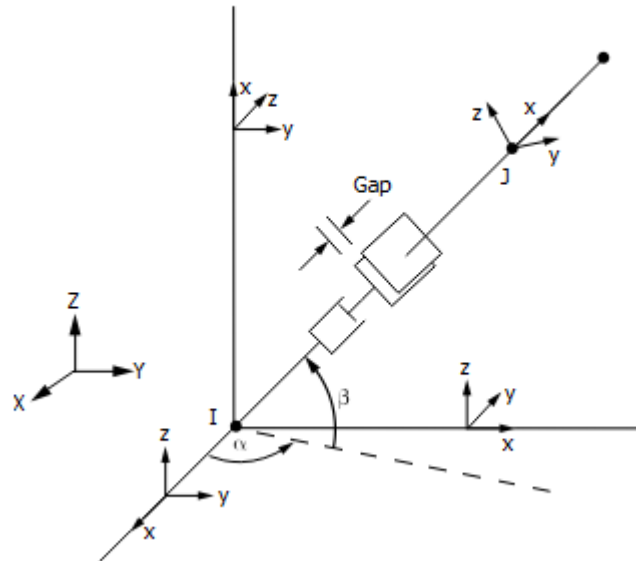
Aggiornamento delle corrispondenze Contact & Target



Scorrimento laterale (sliding)

Elementi di contatto – Node-to-Node

Figure 178.1: CONTA178 Geometry



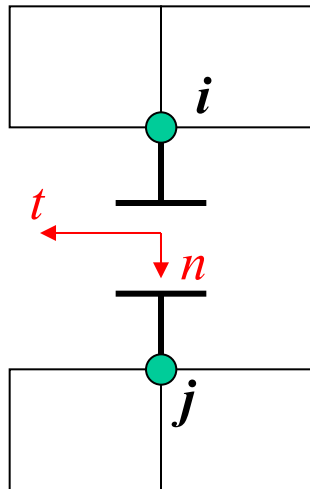
Contatto tra corpi

- 2 nodi
- 3 g.d.l /nodo
- consente di introdurre gioco “Gap” oppure interferenza (Gap negativo) da aggiungere alla distanza relativa iniziale dei nodi

Elementi di contatto – Node-to-Node

È necessario porre attenzione al verso degli spostamenti del nodo J rispetto a nodo I che determinano l'apertura del “Gap”.

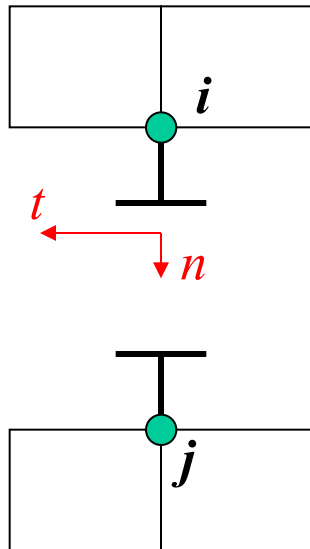
- Per elementi “Node-to-Node”, tale verso è dato da quello dell'asse “n” del sistema di riferimento locale, che può essere definito da:
 - Posizione dei nodi (da i a j , solo se non coincidenti)
 - Direzione fissata dall'utente (indispensabile per nodi coincidenti)



Elementi di contatto – Node-to-Node

È necessario porre attenzione al verso degli spostamenti del nodo J rispetto a nodo I che determinano l'apertura del “Gap”.

- Per elementi “Node-to-Node”, tale verso è dato da quello dell'asse “n” del sistema di riferimento locale, che può essere definito da:
 - Posizione dei nodi (da i a j , solo se non coincidenti)
 - Direzione fissata dall'utente (indispensabile per nodi coincidenti)

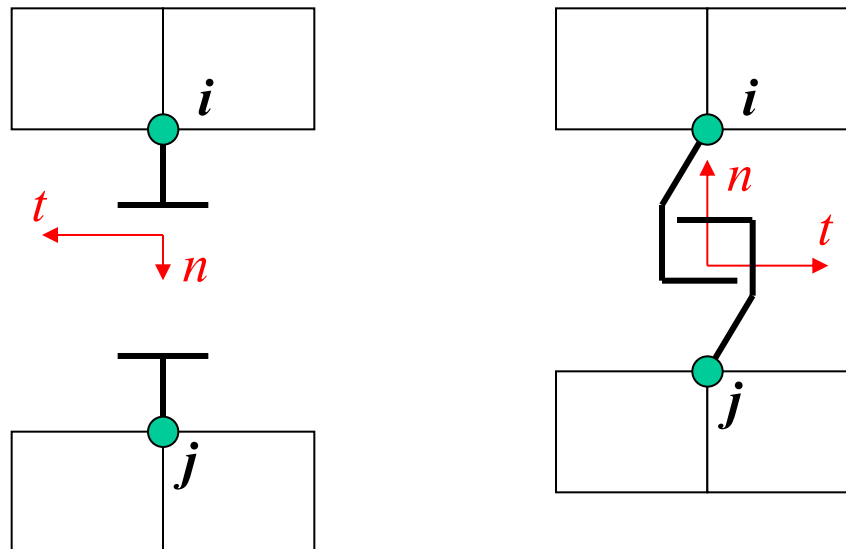


Spostamento tollerato, senza far intervenire una forza di reazione

Elementi di contatto – Node-to-Node

È necessario porre attenzione al verso degli spostamenti del nodo J rispetto a nodo I che determinano l'apertura del “Gap”.

- Per elementi “Node-to-Node”, tale verso è dato da quello dell'asse “n” del sistema di riferimento locale, che può essere definito da:
 - Posizione dei nodi (da i a j , solo se non coincidenti)
 - Direzione fissata dall'utente (indispensabile per nodi coincidenti)

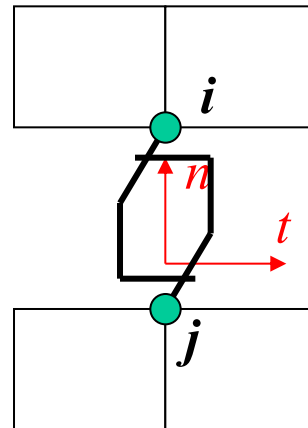
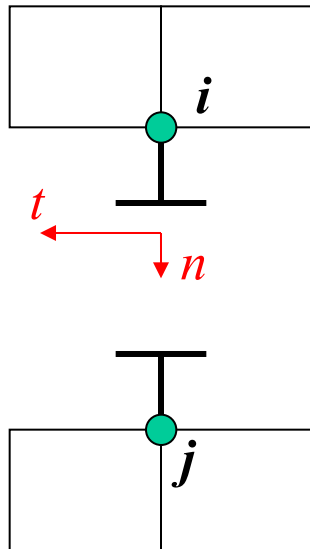


Invertendo la direzione di “n” si trasforma il “contatto” in un “gancio”

Elementi di contatto – Node-to-Node

È necessario porre attenzione al verso degli spostamenti del nodo J rispetto a nodo I che determinano l'apertura del “Gap”.

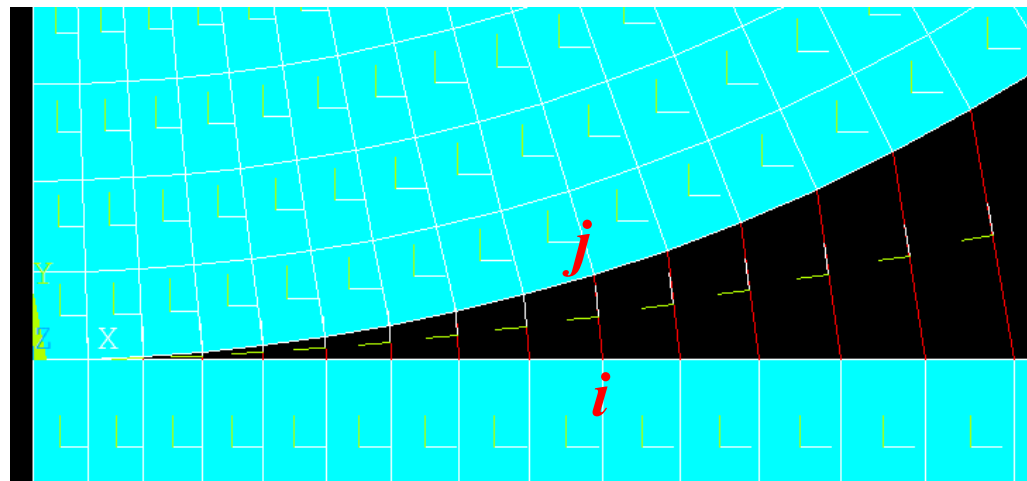
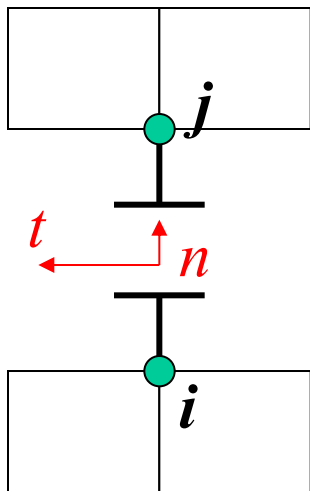
- Per elementi “Node-to-Node”, tale verso è dato da quello dell'asse “n” del sistema di riferimento locale, che può essere definito da:
 - Posizione dei nodi (da i a j , solo se non coincidenti)
 - Direzione fissata dall'utente (indispensabile per nodi coincidenti)



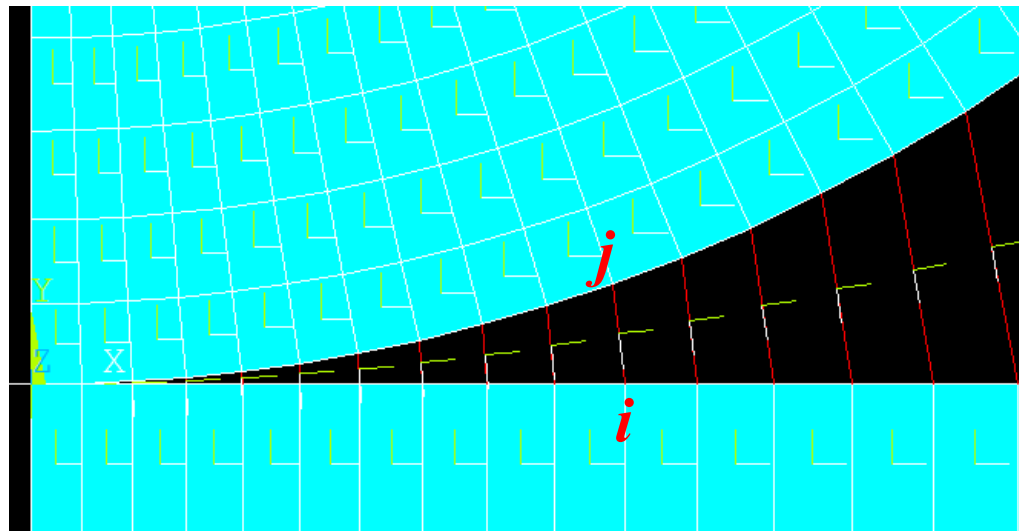
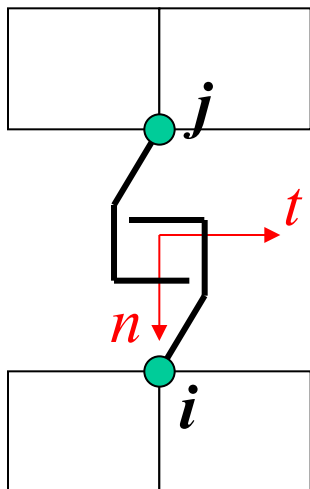
Spostamento tollerato, senza far intervenire una forza di reazione

Elementi di contatto – Node-to-Node

È possibile controllare la direzione effettiva di apertura dei Gap facendo visualizzare i SR degli elementi (PltCtrls->Symbols)



Ok
contatto



Gancio,
No per il
contatto

Elementi di contatto – Node-to-Surf. / Surf.-to-Surf.

Figure 169.1: TARGE169 Geometry

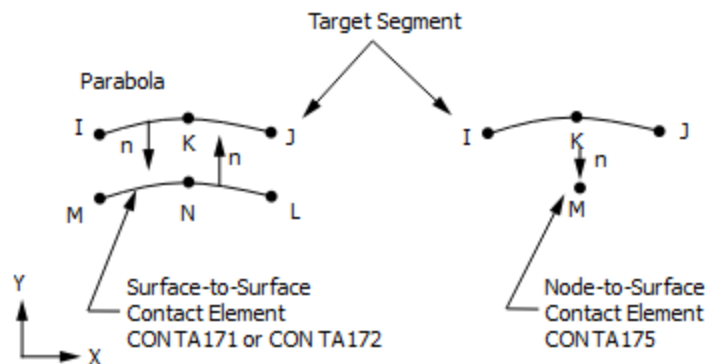
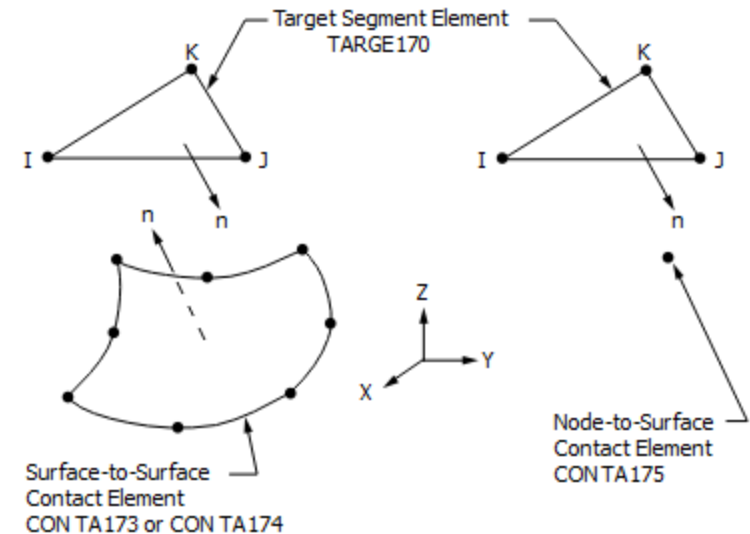


Figure 170.1: TARGE170 Geometry



Elementi Target

- 2D: TARGE169, 3D: TARGE170
- Con/Senza nodi mid-side
- Corrispondenti Contact 2D: 171, 172, 175 – 3D: 173, 174, 175
- Correlazione contatto mediante set di Real constant a comune

Elementi di contatto – Node-to-Surf. / Surf.-to-Surf.

Figure 175.1: CONTA175 Geometry

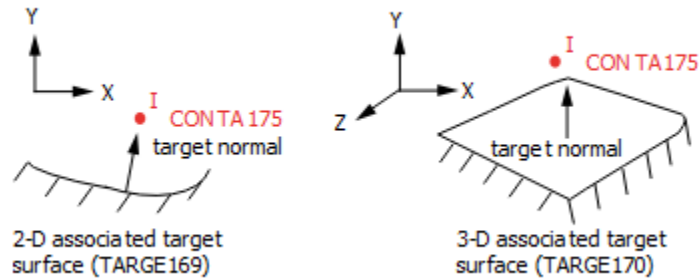


Figure 171.1: CONTA171 Geometry

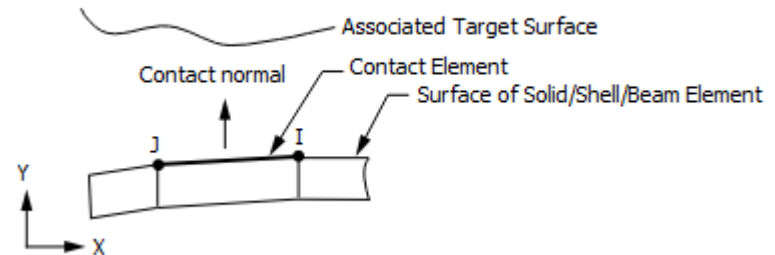
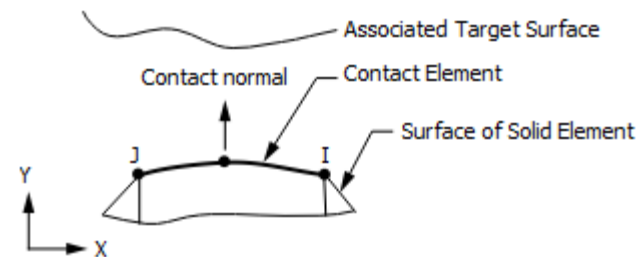


Figure 172.1: CONTA172 Geometry



Elementi Contact 2D: **TARGE169**

- *Node-to-Surf.:* CONTA175 (sia 2D sia 3D)
- *Surf.-to-Surf.:* ~~CONTA171 (2 nodes)~~, CONT172 (2,3 nodes)
- Il nodo centrale Target/Contact si attiva in base alla mesh solida sottostante

Elementi di contatto – Node-to-Surf. / Surf.-to-Surf.

Figure 175.1: CONTA175 Geometry

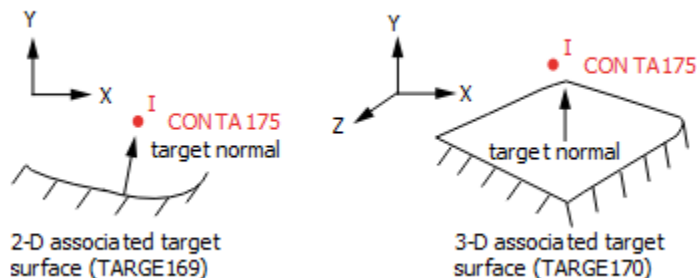


Figure 173.1: CONTA173 Geometry

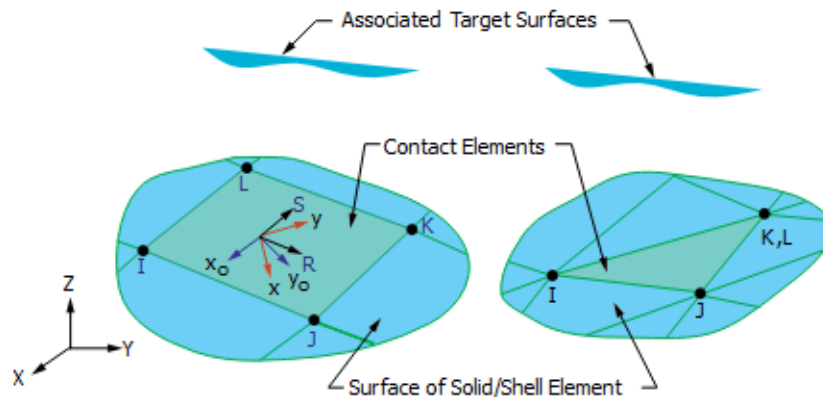
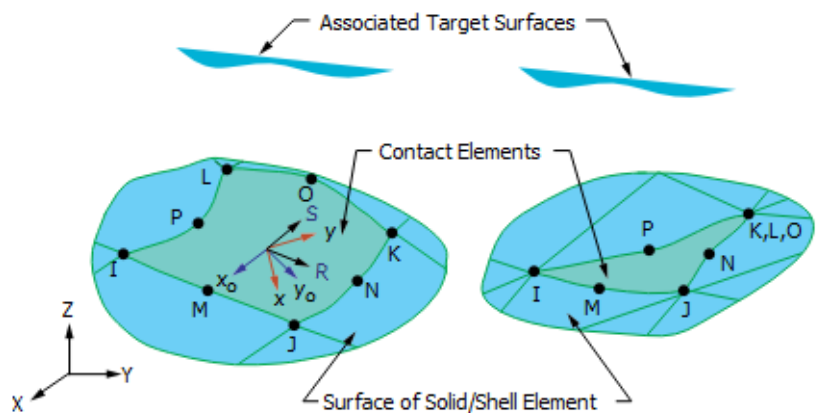


Figure 174.1: CONTA174 Geometry



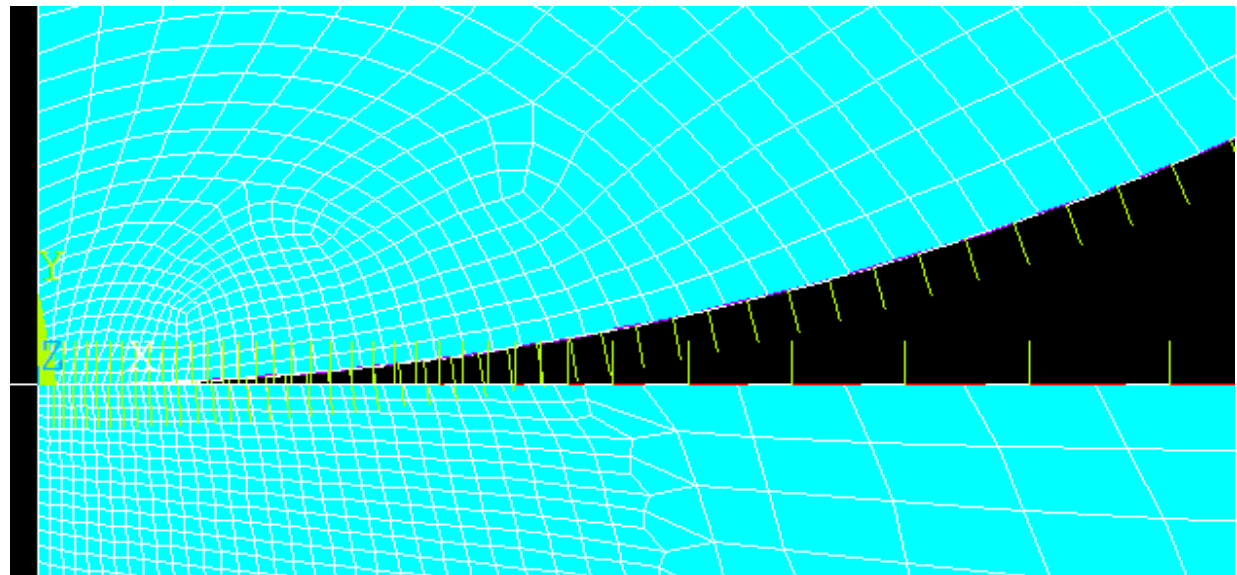
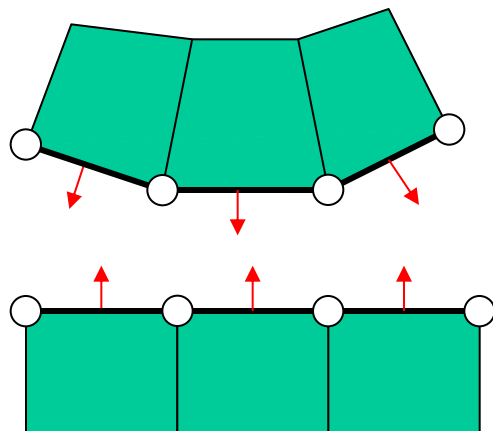
Elementi Contact 3D: **TA.170**

- *Node-to-Surf.*: CONTA175 (sia 2D sia 3D)
- *Surf.-to-Surf.*: ~~CONTA173 (4/3 nodes)~~, CONT174 (4/3, 8/6 nodes)
- *I nodi centrali Target/Contact si attivano in base alla mesh solida sottostante*

Elementi di contatto – Node-to-Surf. / Surf.-to-Surf.

È necessario porre attenzione al verso dello spostamento del nodo j rispetto al nodo i che determina il segno della distanza di apertura (“Gap”)

- Per elementi “Node-to-Node”, tale verso è dato da quello dell’asse “ n ” del sistema di riferimento locale, che può essere definito da:
 - Posizione dei nodi (da i a j , solo se non coincidenti)
 - Direzione fissata dall’utente (indispensabile per nodi coincidenti)
- Per elementi “Node-to-Surface” o “Surface-to-Surface” il verso è dato dalle normali esterne alle superfici su cui Contact e Target sono applicati



Comandi per l'inserimento degli elementi di contatto

Il programma Ansys mette a disposizione dei comandi per un'introduzione facilitata degli elementi di contatto:

- EINTF, *TOLER*, *K*, *TLAB*, *KCN*, *DX*, *DY*, *DZ*, *KNONROT* (Node-to-Node)

Introduce elementi tra coppie di nodi coincidenti o molto vicini

Max. distanza tra nodi

Ordinamento nodi:

- LOW
- HIGH
- REVE (Inverte il comportamento da Contatto a Gancio)

Comandi per l'inserimento degli elementi di contatto

Il programma Ansys mette a disposizione dei comandi per un'introduzione facilitata degli elementi di contatto:

- EINTF, *TOLER*, *K*, *TLAB*, *KCN*, *DX*, *DY*, *DZ*, *KNONROT* (Node-to-Node)
- ESURF, *XNODE*, *Tlab*, *Shape* (Node-to-Surface, Surface-to-Surface)

Introduce elementi sulle superfici esterne di gruppi di elementi già esistenti (solidi, gusci, travi). Le superfici sono definite dai nodi selezionati.

Direzione della normale positiva per elementi shell e beam:

- TOP
- BOTTOM
- REVERSE (inverte la direzione della normale e conseguentemente il verso del contatto)

Forma:

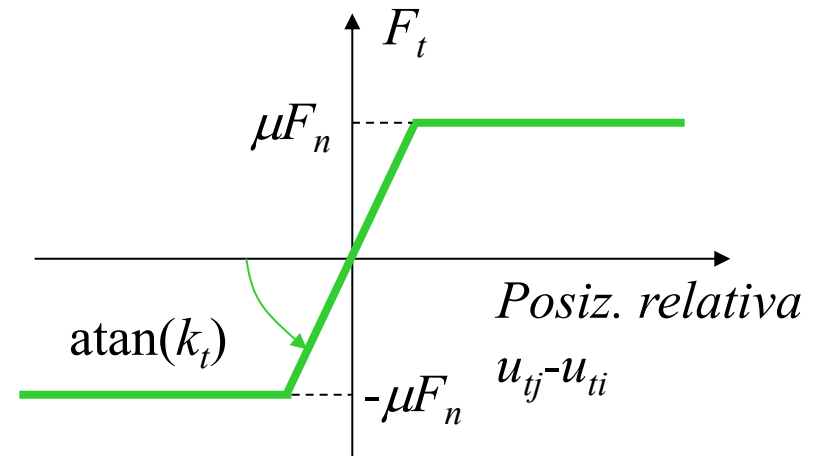
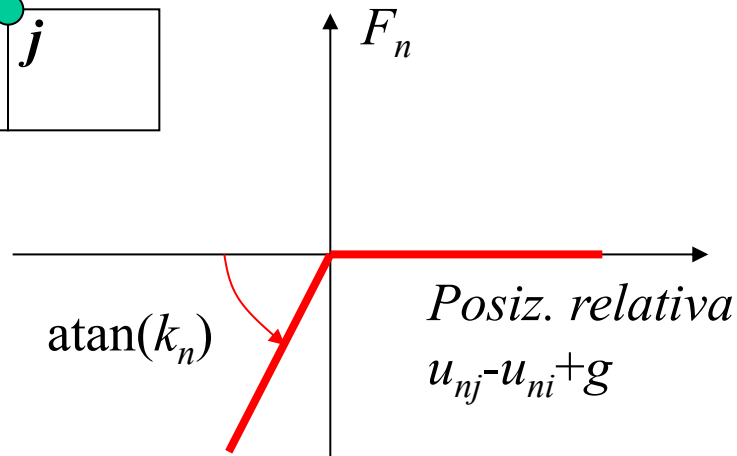
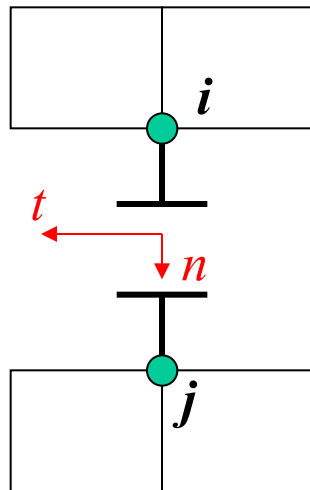
- “ ” (default) come elementi sottostanti
- altre forme

Tipicamente è sufficiente selezionare i nodi e applicare il comando: ESURF (senza ulteriori parametri)

Elementi di contatto – metodo Penalty: Non linearità

Gli elementi Node-to-Node e analogamente Contact&Target, sono caratterizzati da:

- direzione di accostamento “ n ” (uno spostamento positivo di j rispetto ad i in direzione n “apre” il “gap”, viceversa uno spostamento negativo genera contatto)
- gioco (o interferenza) iniziale “ g ”
- rigidità di contatto normale “ k_n ”
- rigidità di contatto tangenziale “ k_t ”
- coefficiente di attrito “ μ ”

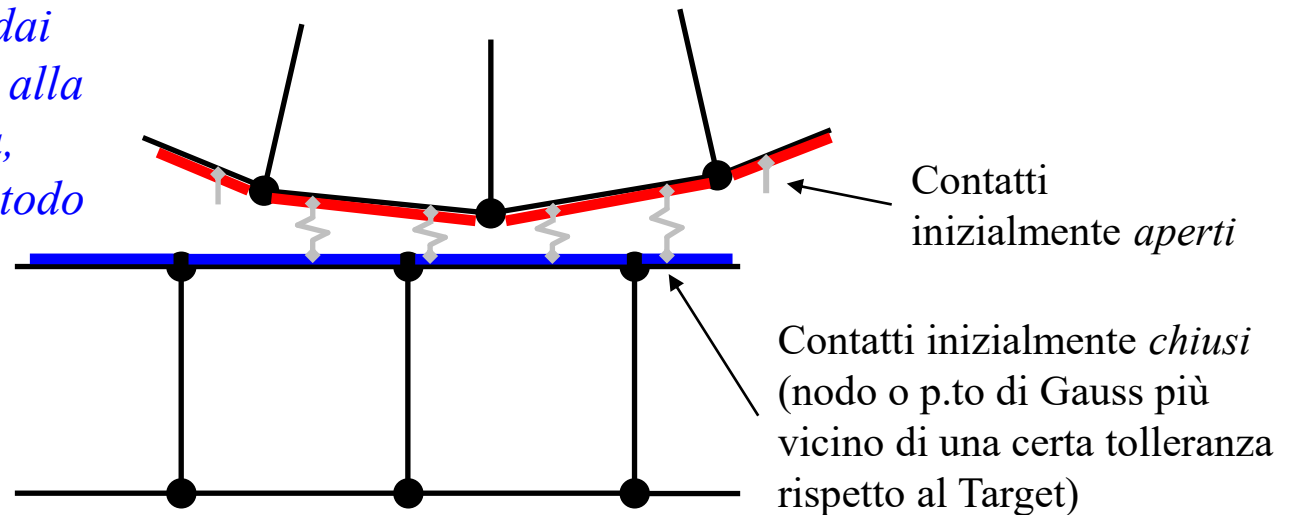


N. B.: la posizione relativa considera gli spostamenti sommati alle posizioni iniziali dei nodi i e j (oltre all'eventuale gioco g)

Elementi di contatto – metodo Penalty: Contact & Target

Anche per i C&T, si attivano (o disattivano) delle molle, sia k_n sia k_t . Queste molle vanno dai punti di integrazione alla sup. target più vicina, implementando il metodo Penalty

Distribuzione iniziale dei contatti sulla base delle posizioni geometriche



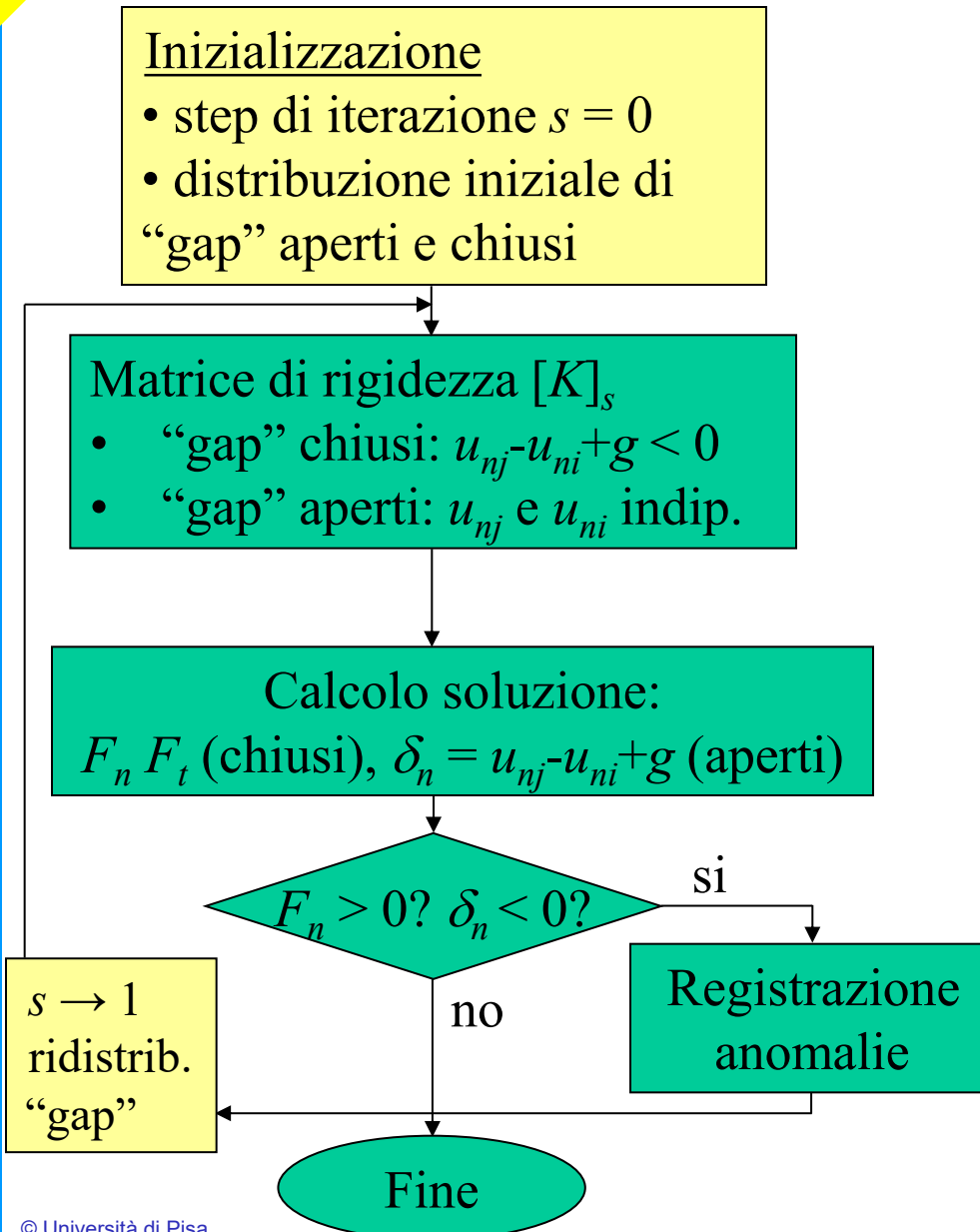
Implementazione della procedura



Inizializzazione

- step di iterazione $s = 0$
- distribuzione iniziale di “gap” aperti e chiusi

Procedura iterativa di soluzione (*Convergenza*)



Anomalie:

- Forza normale positiva (trazione) sui contatti chiusi,
- Spostamento relativo negativo, a meno del gioco, sui contatti aperti.

In linea di principio si potrebbe avere subito al primo step (s = 0) la corretta distribuzione dei contatti aperti/chiusi, quindi ottenere la soluzione senza procedere in modo iterativo

Procedura iterativa di soluzione (*Convergenza*)

Inizializzazione

- step di iterazione $s = 0$
- distribuzione iniziale di “gap” aperti e chiusi

Matrice di rigidezza $[K]_s$

- “gap” chiusi: $u_{nj} - u_{ni} + g < 0$
- “gap” aperti: u_{nj} e u_{ni} indep.

Calcolo soluzione:

$$F_n, F_t \text{ (chiusi)}, \delta_n = u_{nj} - u_{ni} + g \text{ (aperti)}$$

$$F_n > 0? \delta_n < 0?$$

si

 Registrazione
anomalie

$$s \geq 1$$

Fine

Convergenza?

si

Fine

no

- $s = s + 1$
- redistribuzione dei “gap”

La convergenza è basata sull'entità della forza residua, valutata come la norma della differenza del vettore di tutte le forze nodali rispetto allo stesso vettore dello step di iterazione precedente.

Questa forza residua deve essere inferiore ad un certo livello di tolleranza, es.: $0.001 \times$ la norma della forza complessiva.

Elementi di contatto

Esercizio:

Connessione Albero-Mozzo con interferenza

Dati:

$$D_E = 100 \text{ mm}$$

$$D = 50 \text{ mm}$$

$$i = 0.02 \text{ mm (int. diam.le)}$$

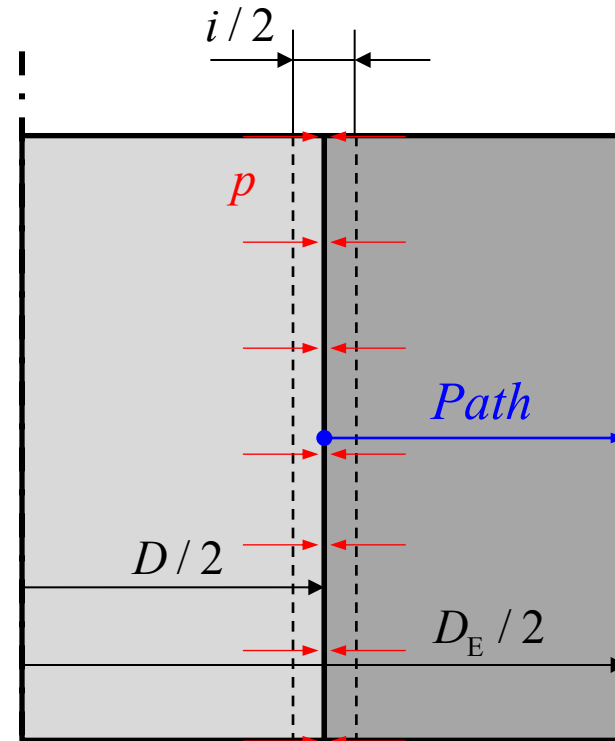
Pressione di interferenza:

$$p = \frac{E i}{2D} \frac{D_E^2 - D^2}{D_E^2} = 30.8 \text{ MPa}$$

Tensioni tangenziali mozzo:

$$\sigma_\theta(r = D/2) = p \frac{D_E^2 + D^2}{D_E^2 - D^2} = 51.3 \text{ MPa}$$

$$\sigma_\theta(r = D_E/2) = p \frac{2D^2}{D_E^2 - D^2} = 20.5 \text{ MPa}$$



Elementi da utilizzare:

Plane182 (Axisymmetric)

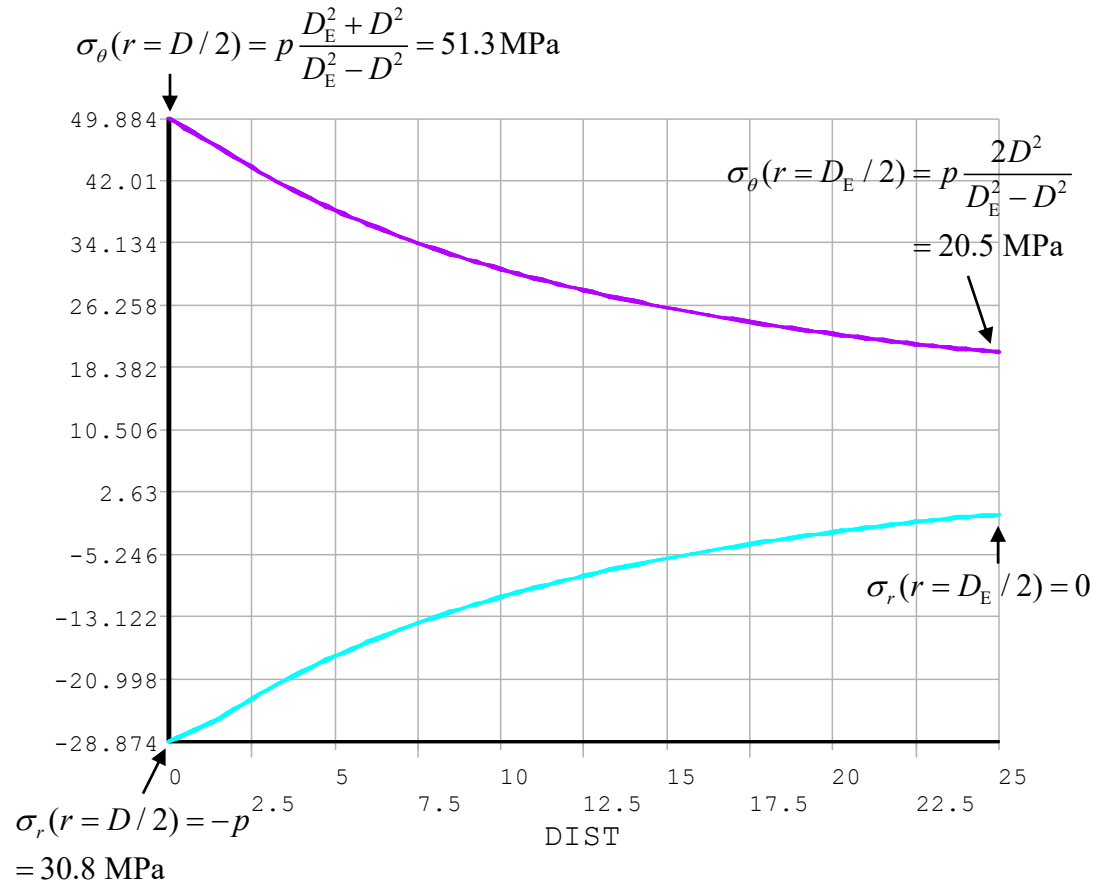
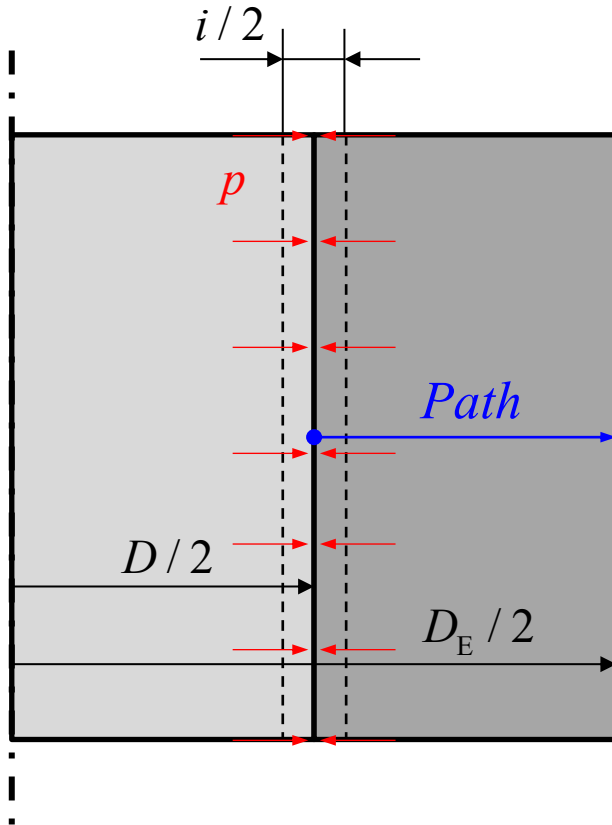
Contact172 - Target169

File di comandi: *AlberoMozzoInterferenza_Contact172Target169.inp*

Elementi di contatto

Esercizio:

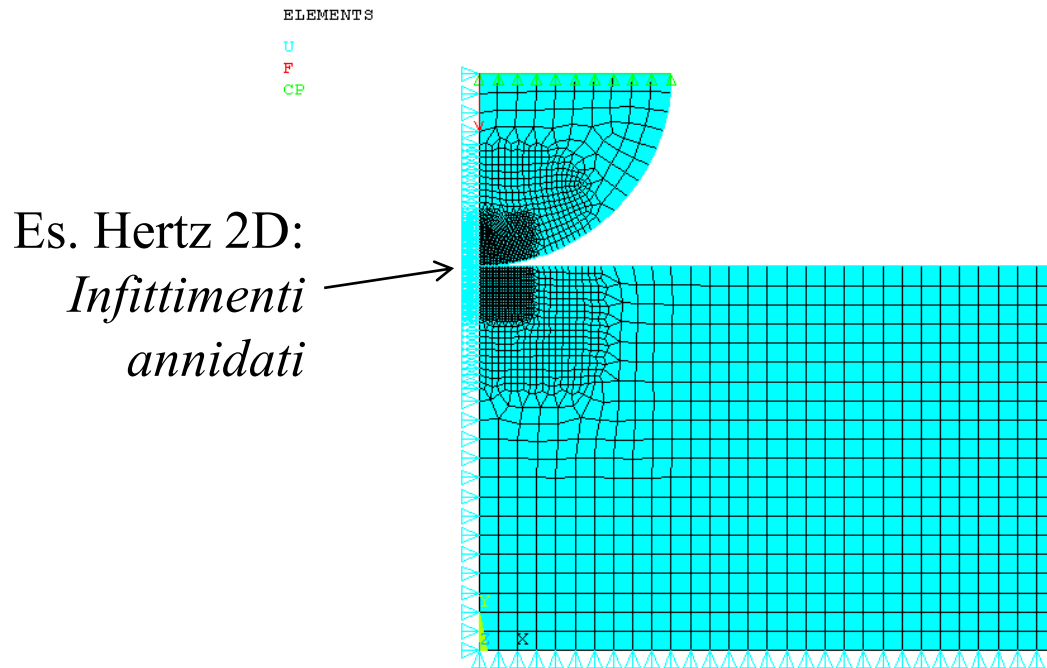
Connessione Albero-Mozzo con interferenza



Elementi di contatto

Osservazioni

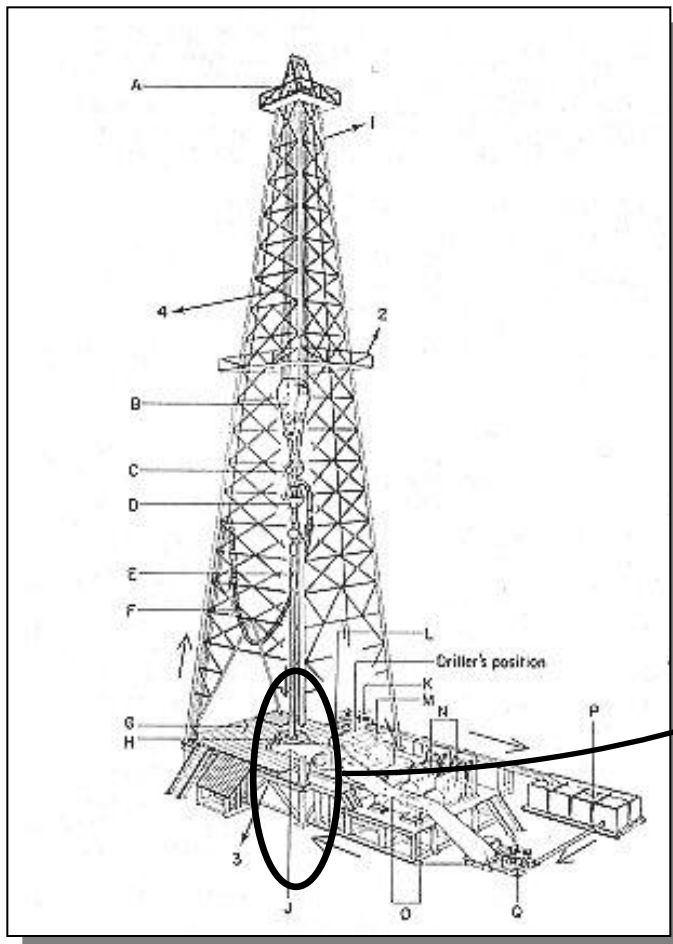
- Gli elementi che rappresentano le superfici a contatto devono essere piccoli rispetto alle dimensioni attese dell'area di contatto (*specialmente per contatto non conforme*) dato che la soluzione è a forte gradiente



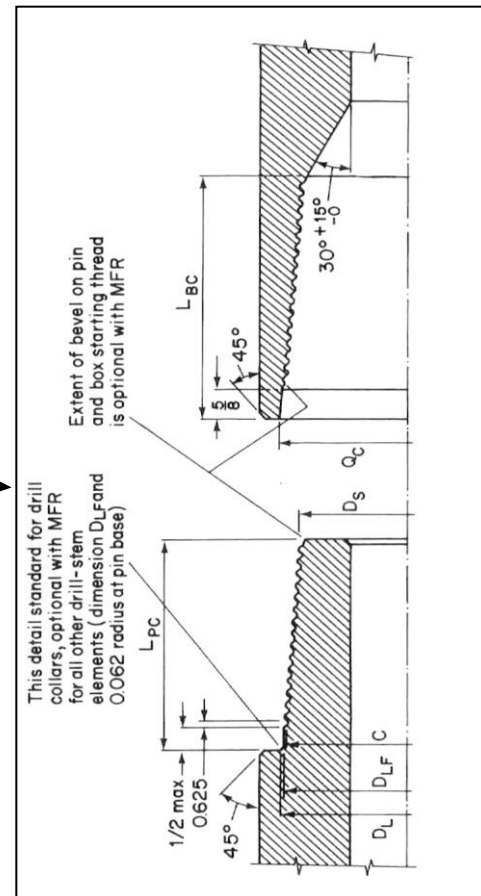
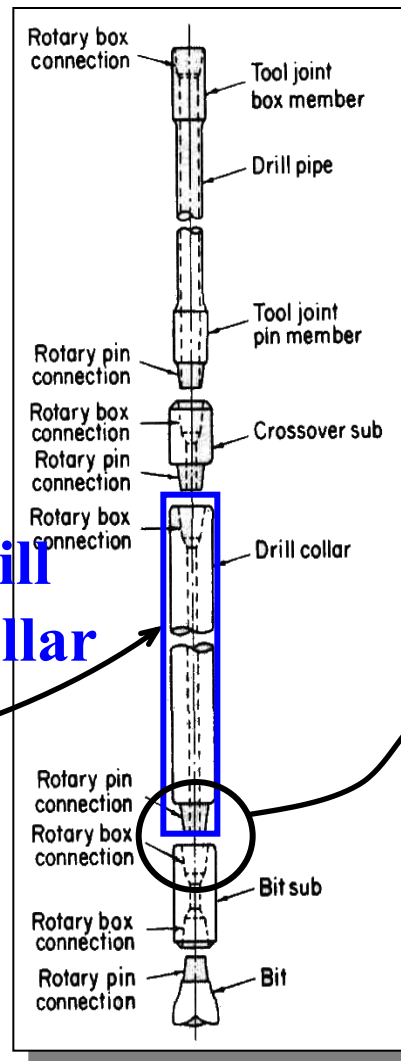
- Se l'area di contatto è nota a priori (*contatto conforme*) è conveniente sostituire gli elementi di contatto con **vincoli di dipendenza** in modo da mantenere l'analisi **lineare**, altrimenti la soluzione è di tipo **non lineare**

Esempio: elementi assialsimmetrici e contatto

Connessioni con filettatura conica per elementi di perforazione



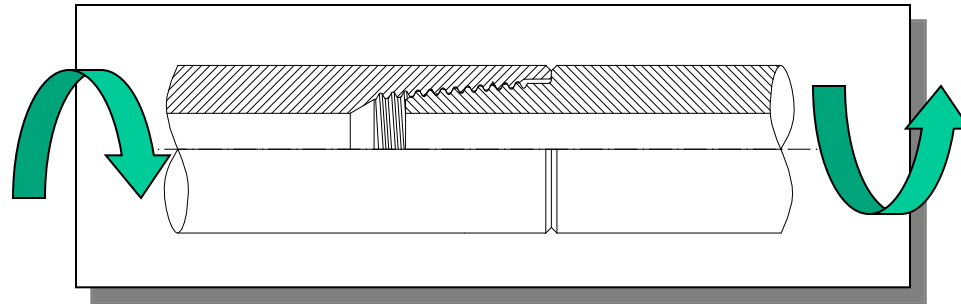
Drill Collar



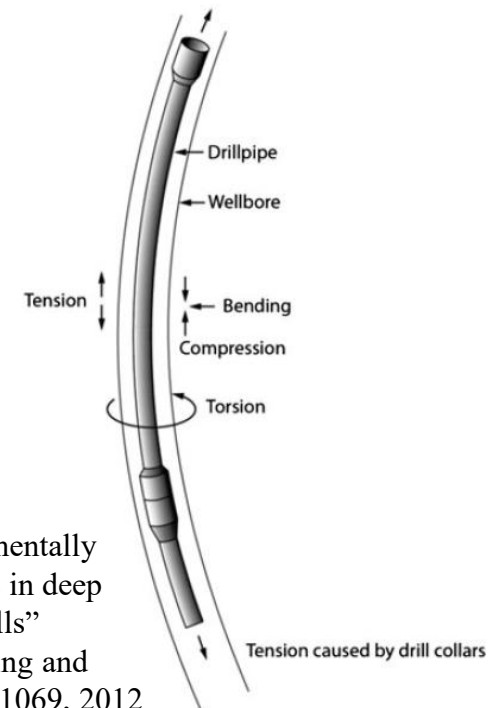
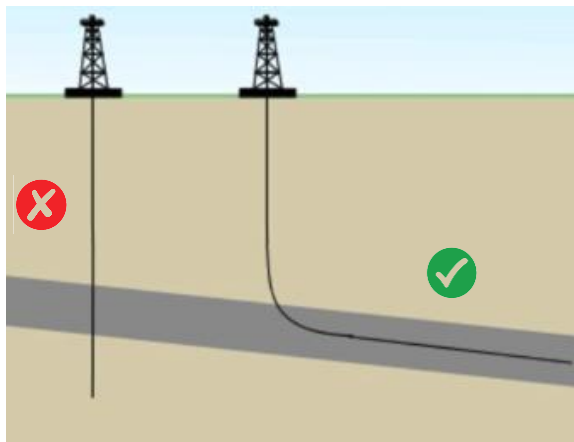
Giunti con filettatura conica per elementi di perforazione

Condizioni di carico:

- forzamento dovuto al serraggio iniziale



- flessione rotante dovuta all'attraversamento di percorsi curvilinei, instabilità, vibrazioni etc.

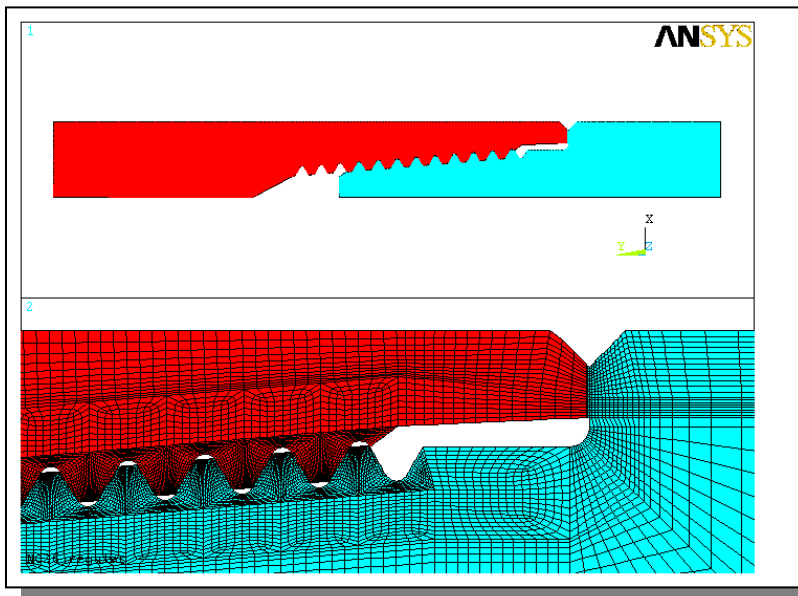
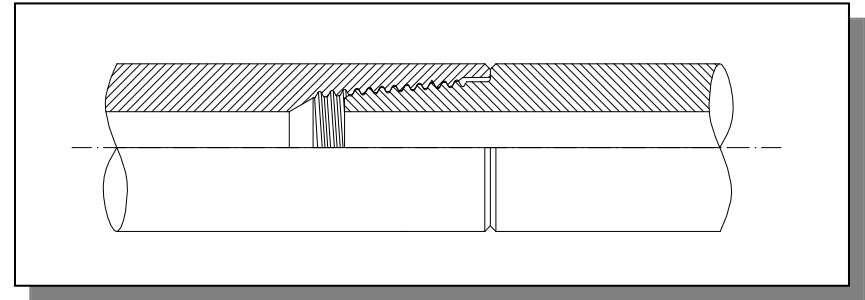


Ziomek-Moroz, M. “Environmentally assisted cracking of drill pipes in deep drilling oil and natural gas wells”
 Journal of Materials Engineering and Performance, 21(6), pp. 1061-1069, 2012

Giunti con filettatura conica per elementi di perforazione

Aspetti principali:

- Fenomeni di contatto
- Interferenza iniziale
- Condizioni di carico assialsimmetriche e non assialsimmetriche

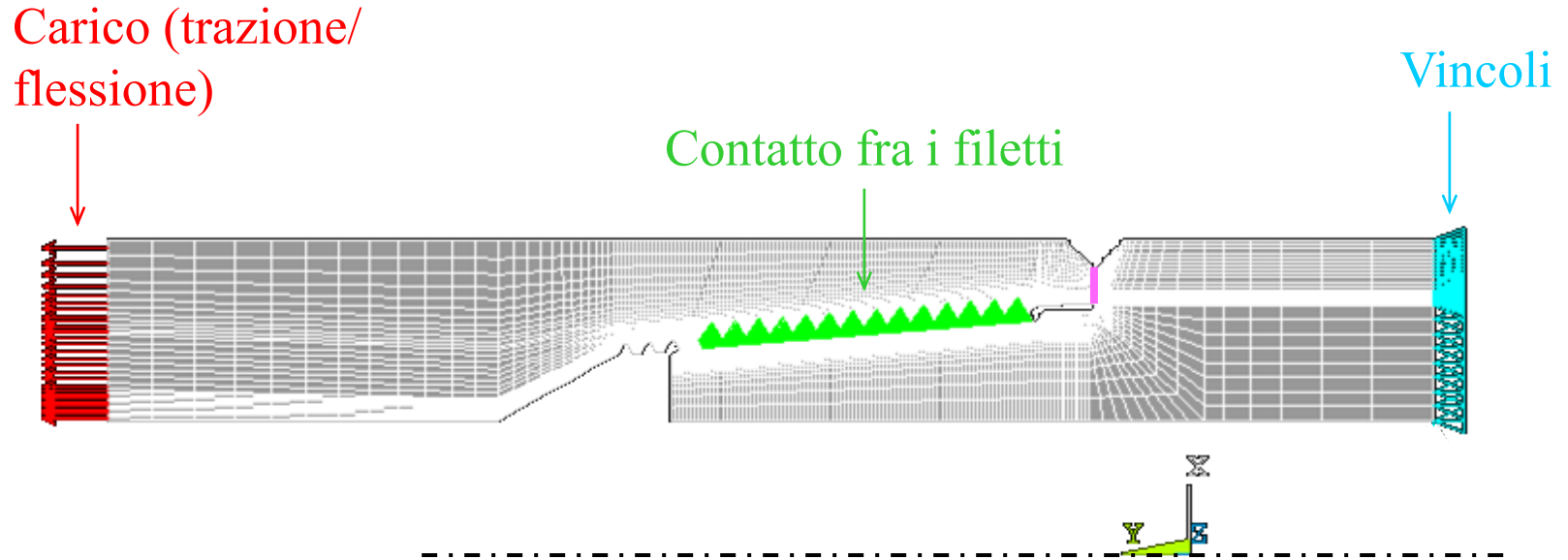


Modello di base:

- Geometria assialsimmetrica
- 30'000 elementi circa

Giunti con filettatura conica per elementi di perforazione

Vincoli relativi / Elementi di contatto

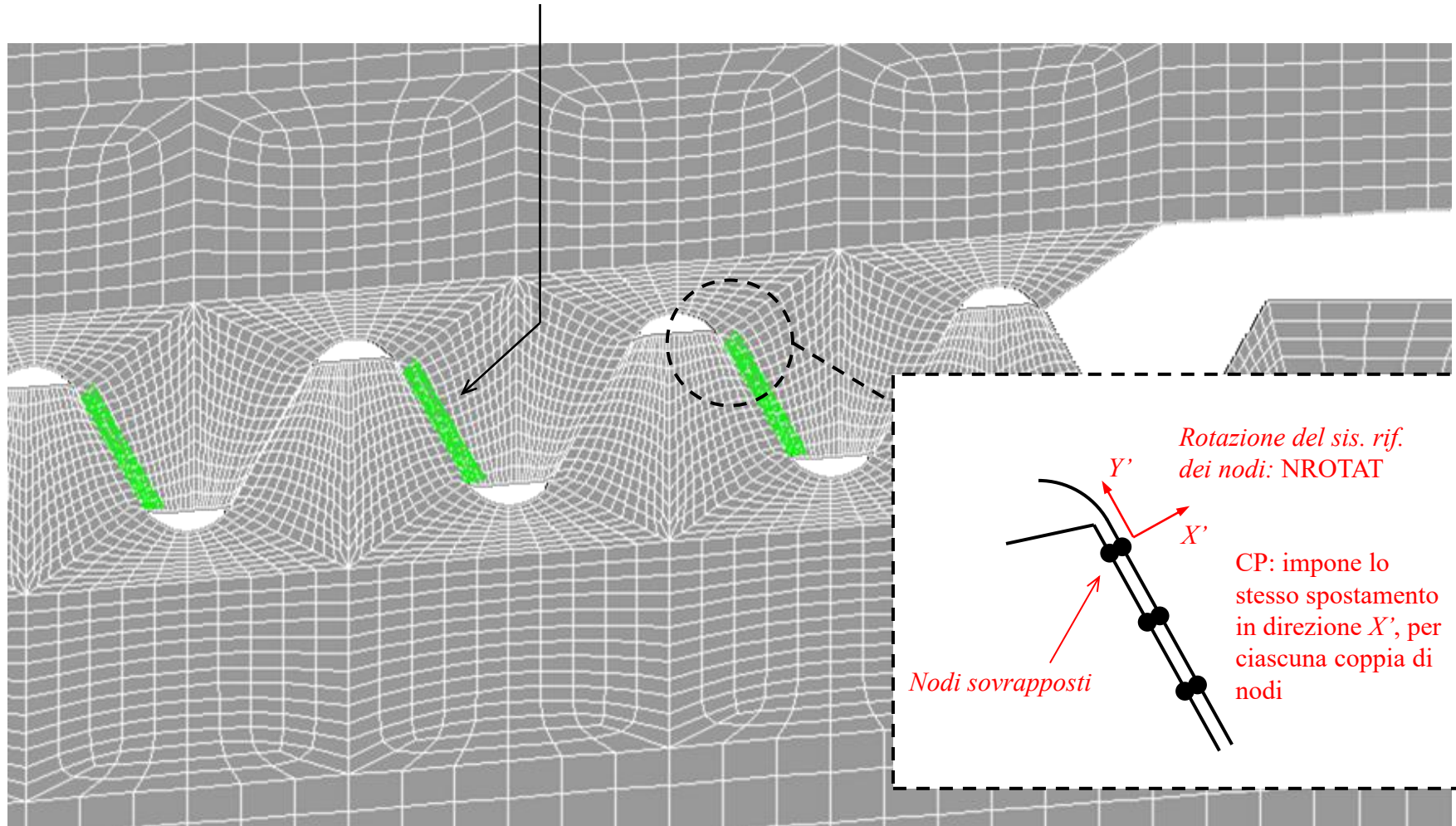


Asse di assialsimmetria Y
(visualizzazione ruotata)

Giunti con filettatura conica per elementi di perforazione

Vincoli relativi / Elementi di contatto

Contatto conforme sempre chiuso (data la direzione del carico):
Utilizzo dei **CP** (lineari) piuttosto che i **Contatti** (non lineari)

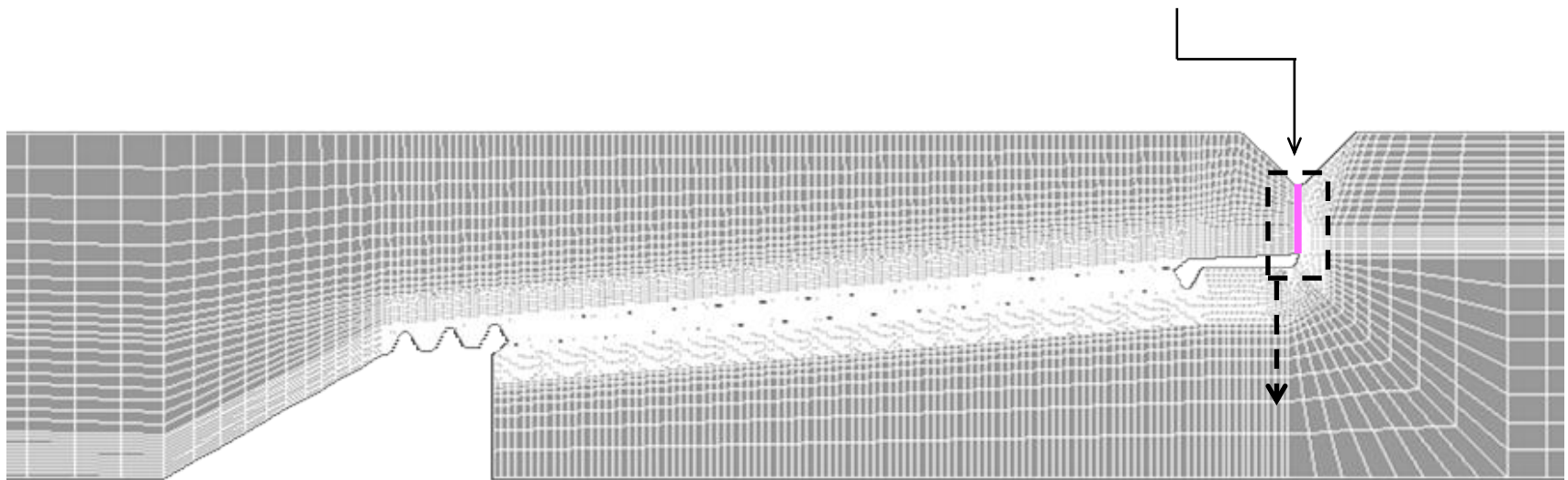


Giunti con filettatura conica per elementi di perforazione

Vincoli relativi / Elementi di contatto

Contatto frontale:

si possono utilizzare i **Contatti**, introducendo un valore di interferenza, oppure i comandi **CE** (lineari)



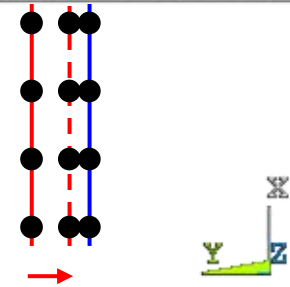
Utilizzo **CE** con 2 nodi $i - j$:

$$\alpha U_{*,i} + \beta U_{*,j} = \gamma$$

in cui: $U_{*,i}$ è un g.d.l. del nodo i ,

$U_{*,j}$ è un g.d.l. (anche diverso) del nodo j

mentre α, β, γ sono costanti, es.: $\alpha = 1, \beta = -1$



In questo caso **CE** equivale a spostare verso **DX** i nodi del lato di **SX** e successivamente applicare il **CP**

Giunti con filettatura conica per elementi di perforazione

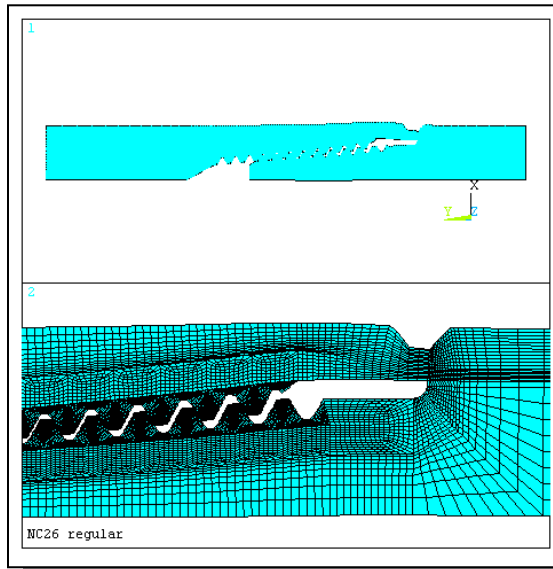
Metodo di analisi

Coppia di serraggio:

- Elementi piani assialsimmetrici
- Cond. carico assialsimmetrica
- Analisi elasto-plastica non lineare

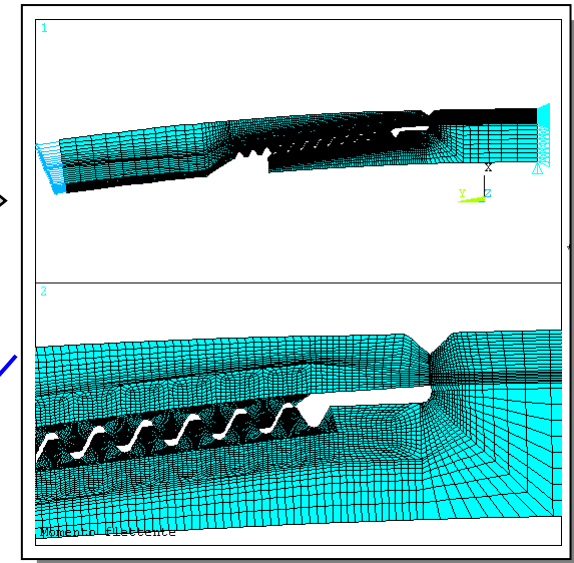
Flessione:

- Elementi armonici (Fourier)
- Cond. carico non assialsimmetrica
- Analisi elastica lineare (No contatti)

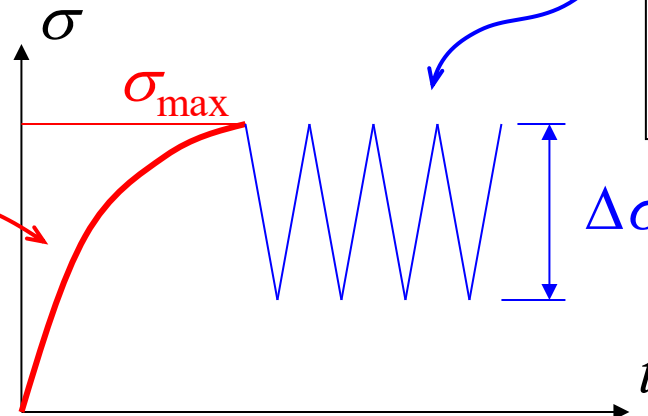


← Utilizzo **CE** con $\gamma \neq 0$ (serraggio)

Utilizzo **CE** con $\gamma = 0$ di fatto \Rightarrow equivalente a **CP**



Plane182
KOpt: Axy-Symm.

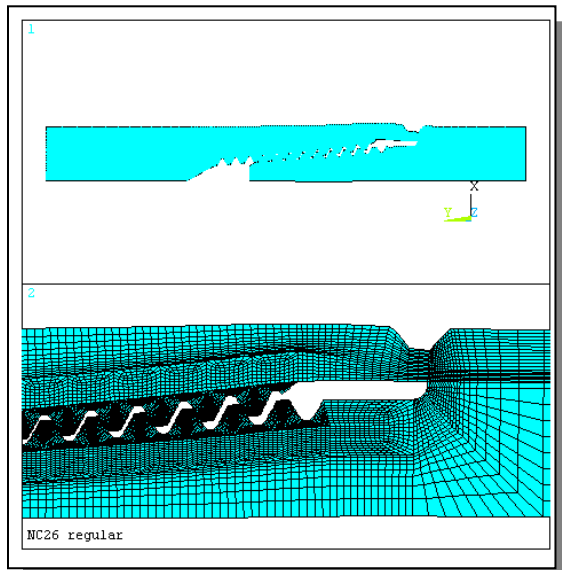


Plane25
Fless.: MODE,1

Giunti con filettatura conica per elementi di perforazione

Metodo di analisi

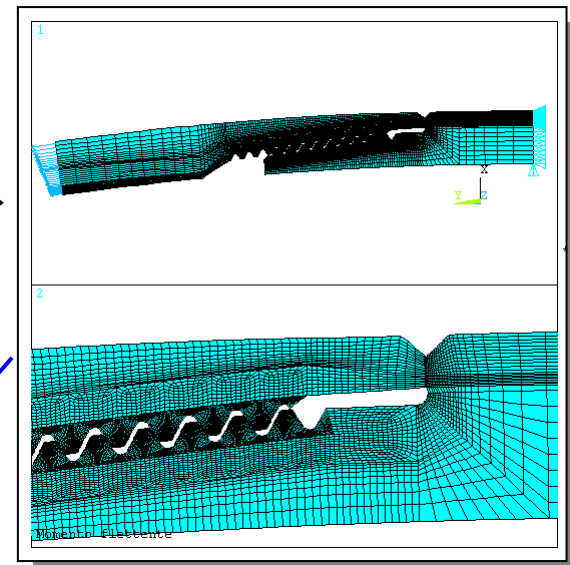
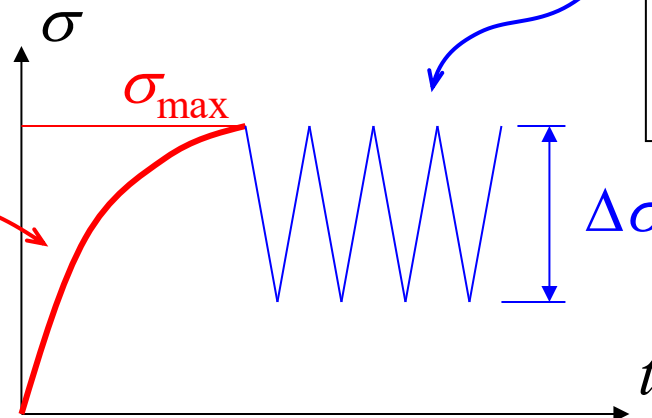
Nonostante la prima analisi di serraggio sia non lineare, il successivo caricamento ciclico (dovuto alla flessione) è elastico, e quindi può essere sovrapposto allo stato di tensione finale della prima analisi



Plane182
KOpt: Axy-Symm.

← Utilizzo **CE**
con $\gamma \neq 0$
(serraggio)

Utilizzo **CE**
con $\gamma = 0$
di fatto →
equivalente
a **CP**



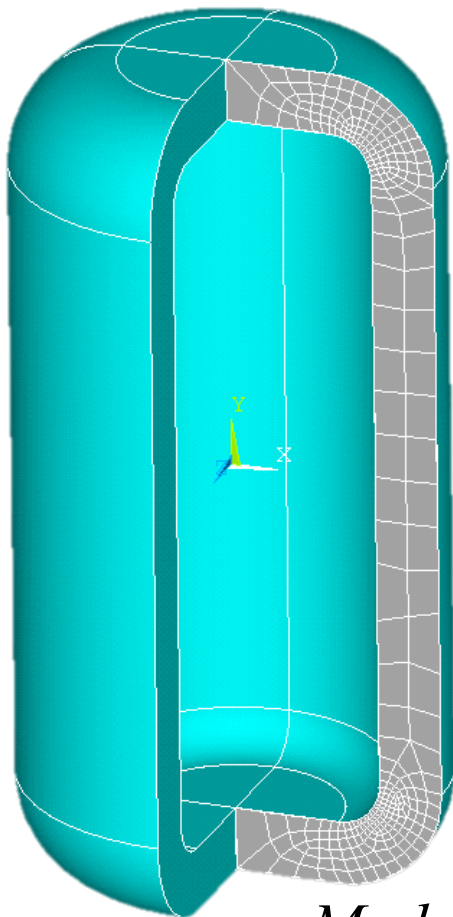
Plane25
Fless.: MODE,1

Elemento guscio assialsimmetrico

Cilindro di forte spessore



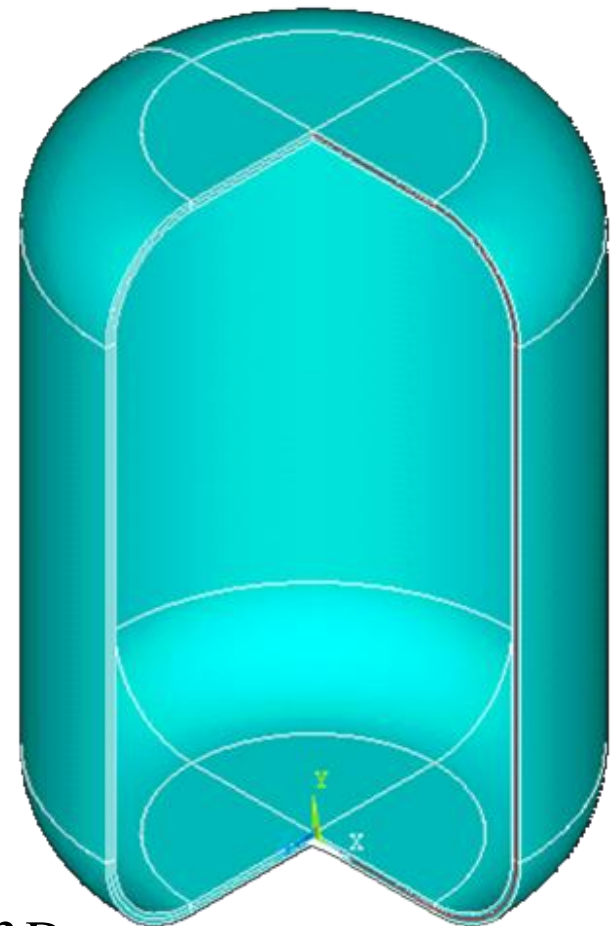
Elementi piani (solidi) assialsimmetrici



Cilindro di piccolo spessore

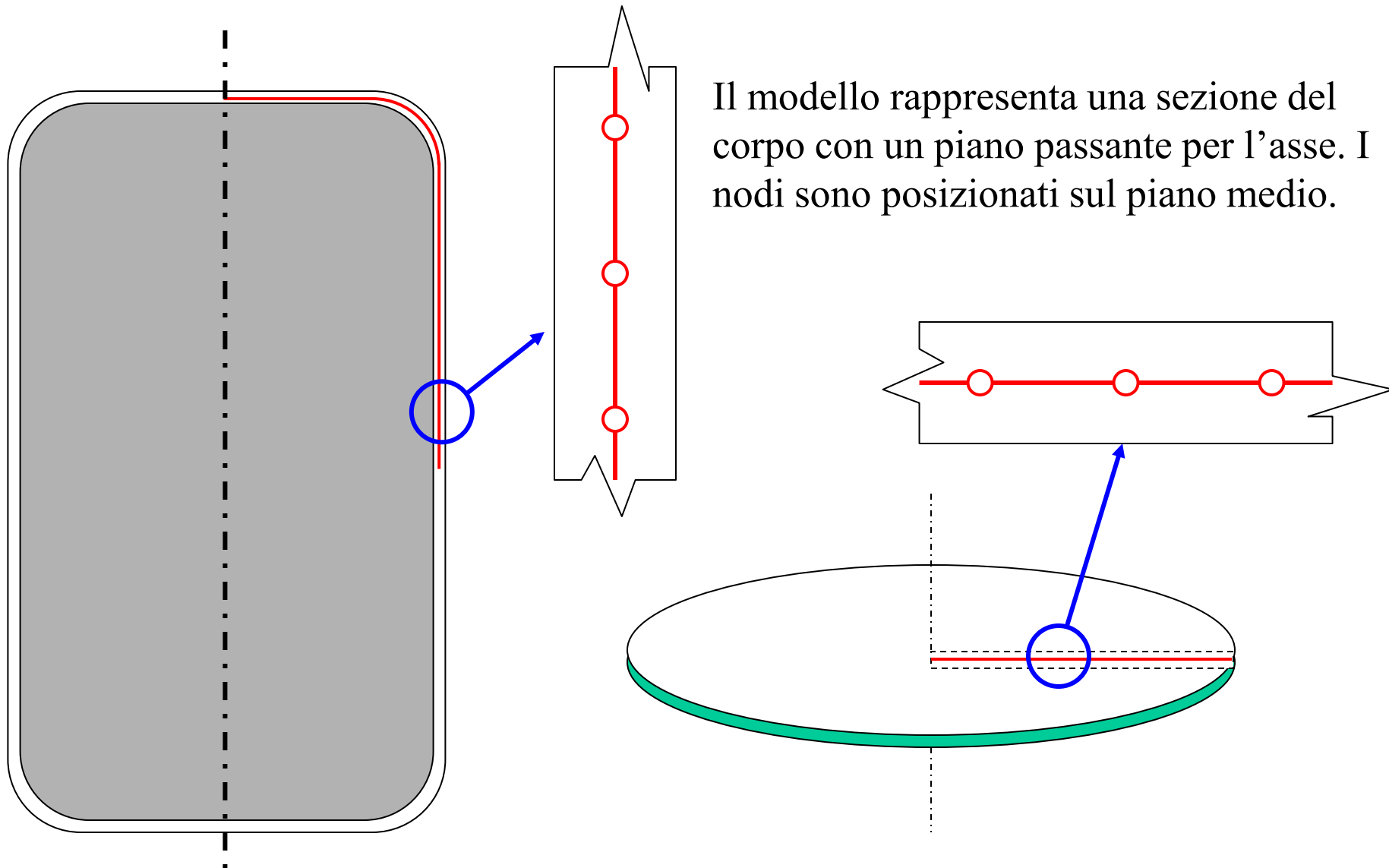


Elementi guscio assialsimmetrico



Modelli equivalenti 3D

Elemento guscio assialsimmetrico



Il modello rappresenta una sezione del corpo con un piano passante per l'asse. I nodi sono posizionati sul piano medio.

Elemento guscio assialsimmetrico

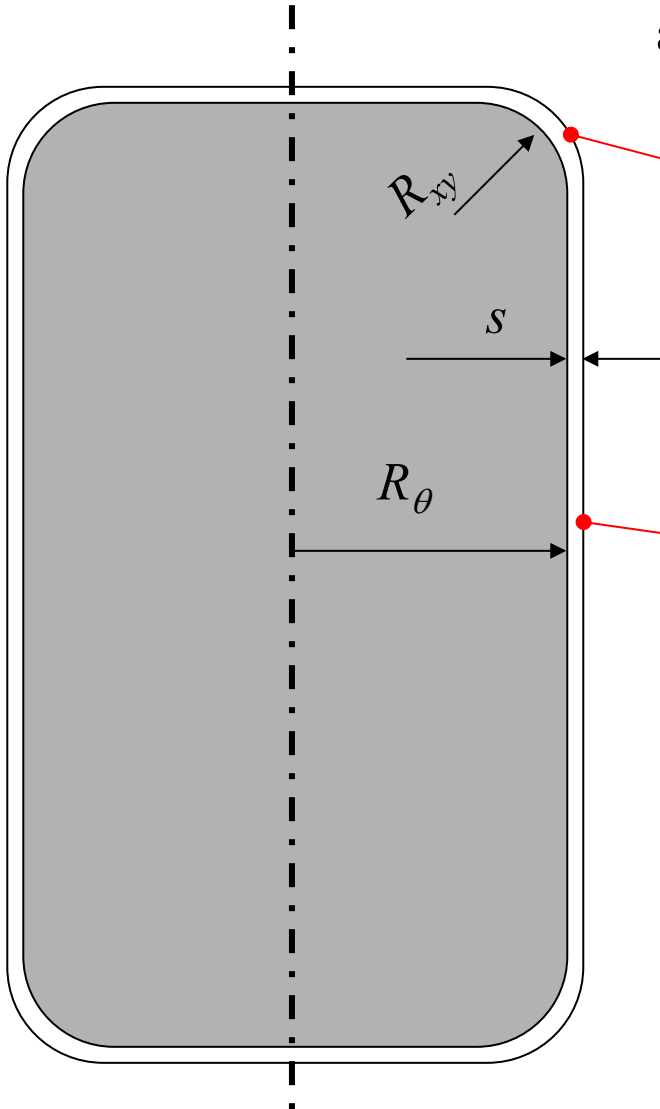
Ipotesi geometriche di base per la corretta applicazione del modello di guscio (Shell):

Curvatura nel piano:

$$s \ll R_{xy} \quad \text{tipicamente: } s < 0.1 R_{xy}$$

Tratto cilindrico:

$$s \ll R_{\theta} \quad \text{tipicamente: } s < 0.1 R_{\theta}$$



Elemento guscio assialsimmetrico

Elemento attuale:
SHELL208
Deformazione
a taglio
inclusa

Figure 208.1: SHELL208 Geometry

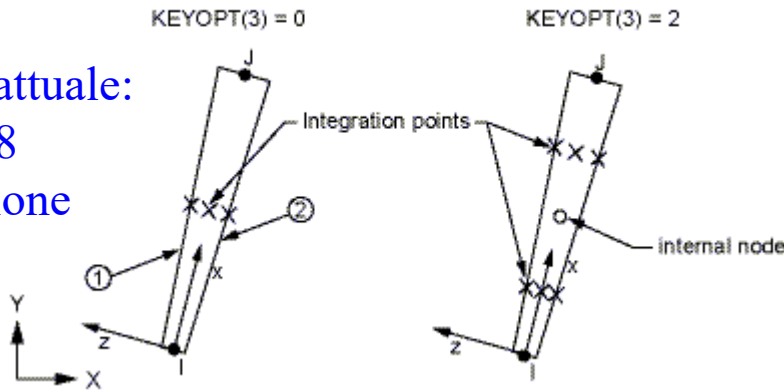
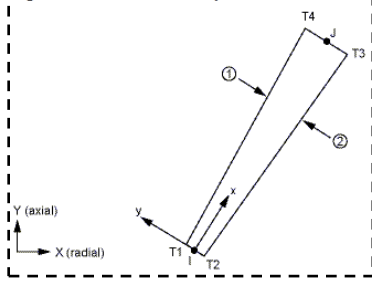
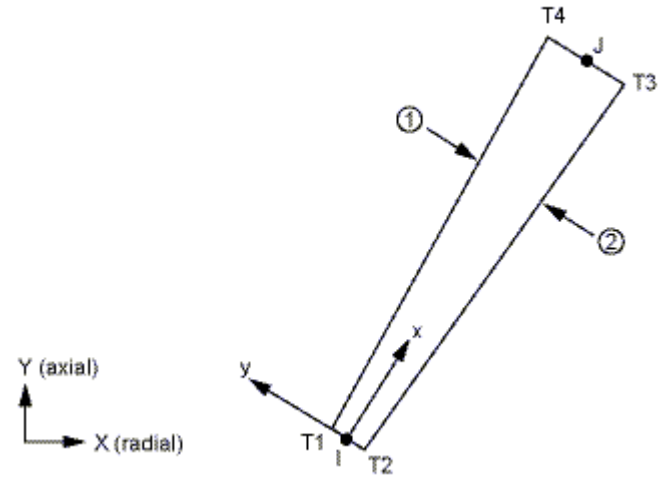


Figure 51.1 SHELL51 Geometry



Elemento obsoleto:
SHELL51
No deformazione a taglio

Figure 61.1: SHELL61 Geometry



Elemento attuale
assialsimmetrico-armonico:
SHELL61
No deformazione a taglio

Gusci aventi geometria assialsimmetrica, soggetti a carichi assialsimmetrici oppure assialsimmetrici-armonici

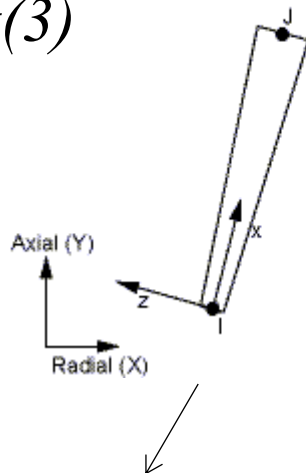
- 2 nodi
- 3 g.d.l /nodo (u_x , u_y e θ_z) - 4 g.d.l /nodo (u_x , u_y , u_z e θ_z), sis. Globale
- eventuale spessore variabile (linearmente fra nodo I e nodo J)

Elemento guscio assialsimmetrico

SHELL208

KEYOPT(3) = 0

KOpt(3)



$$u = \frac{1}{2}(u_I(1-s) + u_J(1+s))$$

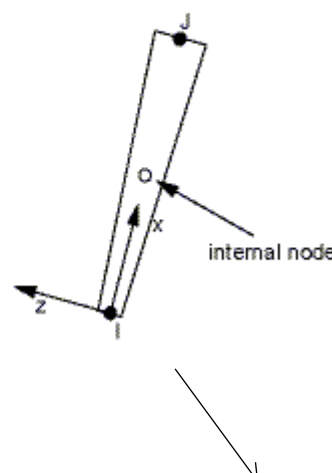
$$v = \frac{1}{2}(v_I(1-s) + v_J(1+s))$$

$$\theta_z = \frac{1}{2}(\theta_{zI}(1-s) + \theta_{zJ}(1+s))$$

*Funzione di forma lineare
analogia con BEAM188*

KOpt(3)=0

KEYOPT(3) = 2



$$u = \frac{1}{2}(u_I(-s+s^2) + u_J(s+s^2)) + u_K(1-s^2)$$

$$v = \frac{1}{2}(v_I(-s+s^2) + v_J(s+s^2)) + v_K(1-s^2)$$

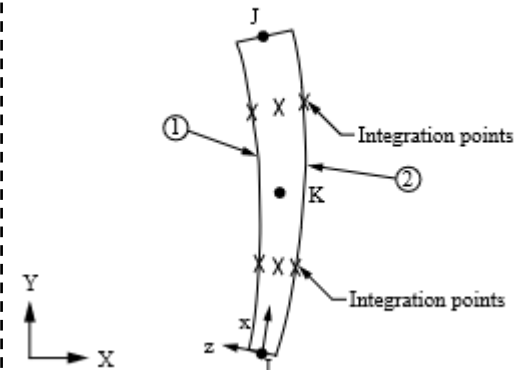
$$\theta_z = \frac{1}{2}(\theta_{zI}(-s+s^2) + \theta_{zJ}(s+s^2)) + \theta_{zK}(1-s^2)$$

*Funzione di forma
quadratica (nodo interno)*

analogia con BEAM188

KOpt(3)=2

Figure 209.1: SHELL209 Geometry



*SHELL209, F.ne di forma
quadratica (terzo nodo)
analogia con BEAM189*

Elemento guscio assialsimmetrico

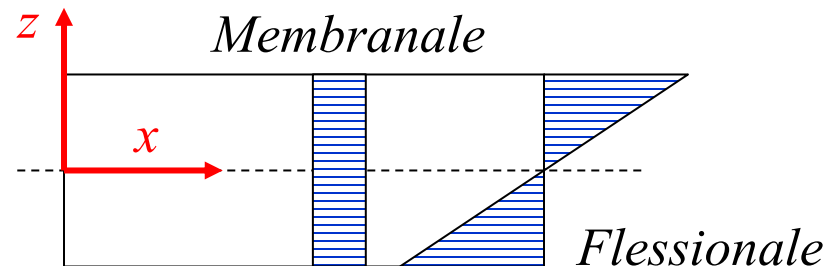
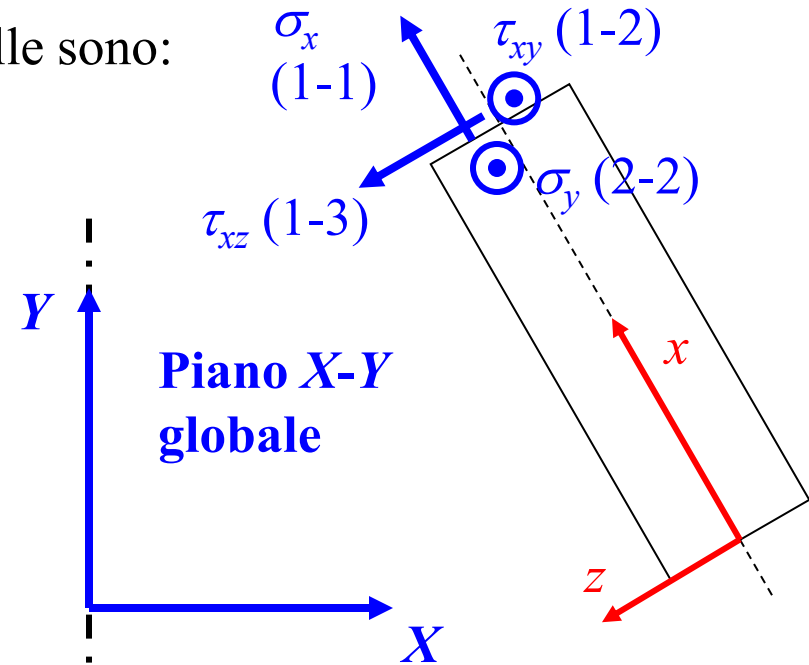
Stato di tensione/deformazione implicitamente conseguente alla scelta di elementi guscio assialsimmetrico:

- le uniche componenti di tensione non nulle sono:

- è disponibile anche la τ_{xy} (direzione 1-2) attivando la capacità torsionale con $KOpt(2) = 1$, in questo modo si attiva anche il grado di libertà u_z

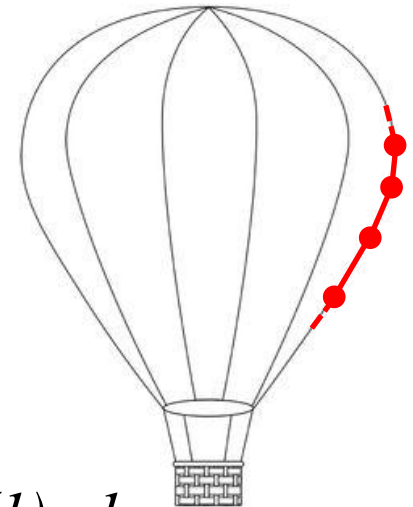
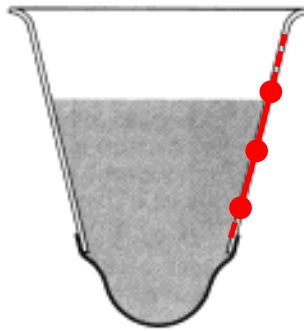
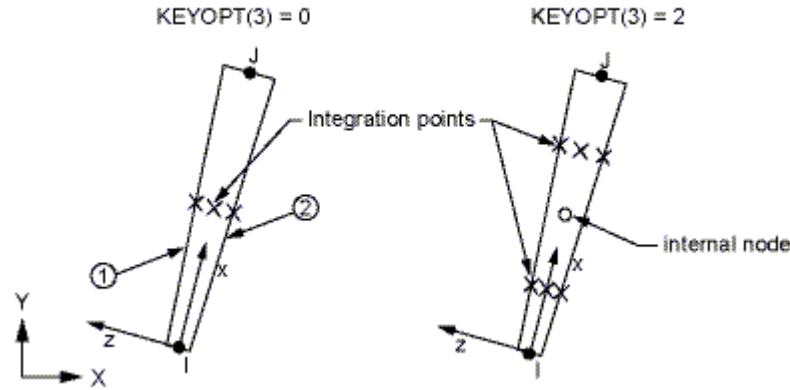
- le tensioni σ_x , σ_y hanno andamento lineare nello spessore: membranale + flessionale

mentre la tensione τ_{xz} , ed eventualmente la τ_{xy} , hanno solo la comp. membranale



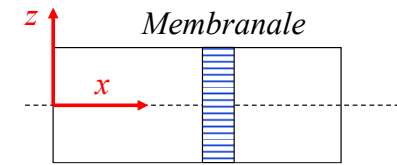
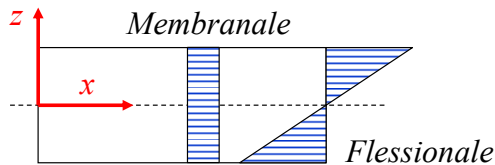
Elemento guscio assialsimmetrico

Figure 208.1: SHELL208 Geometry



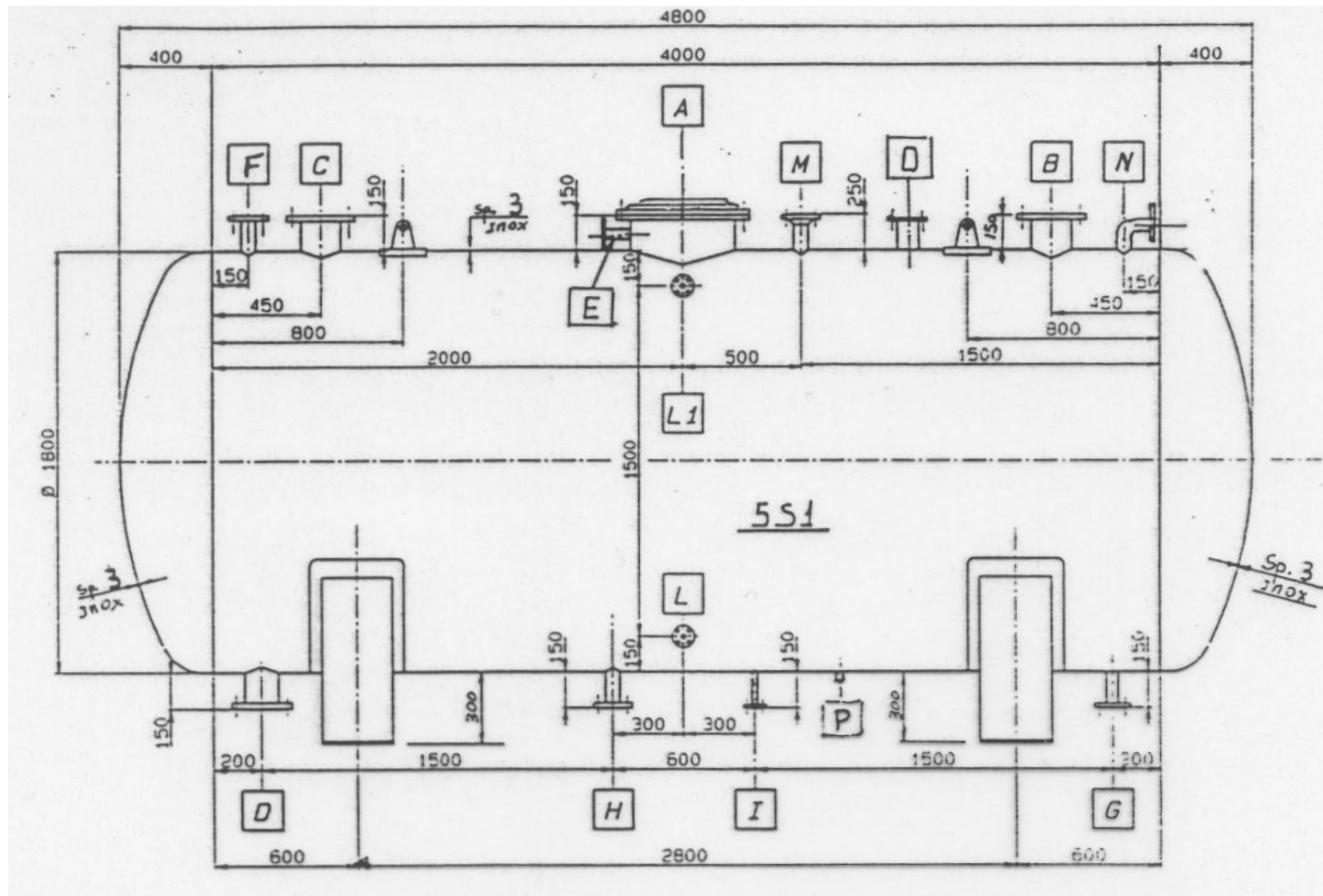
$KOpt(1)=0$ (default)
Bending and Membrane

$KOpt(1)=1$
Membrane only



Elemento guscio assialsimmetrico

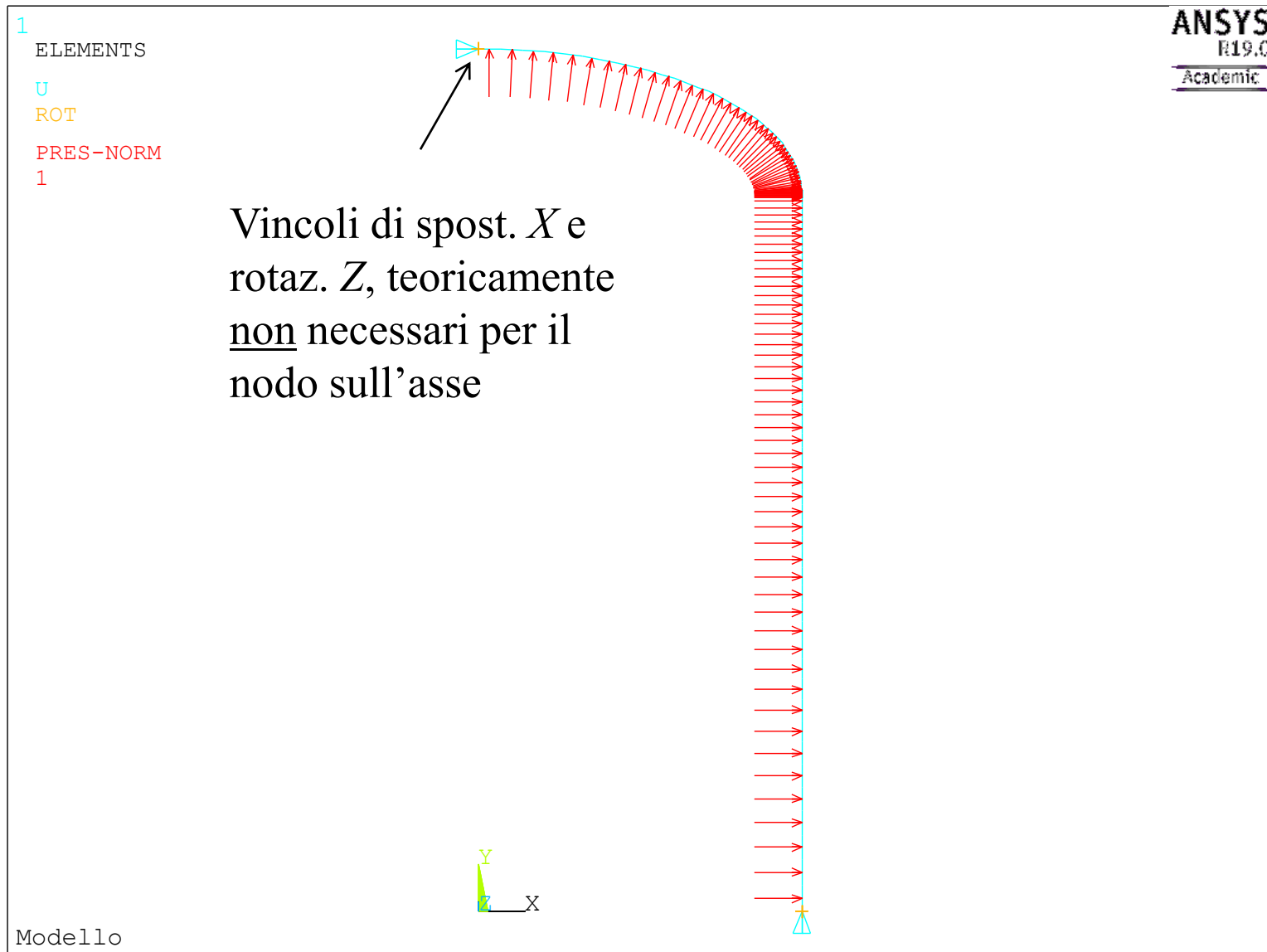
Esempio: Recipiente in pressione in parete sottile



Ipotesi/semplificazioni:

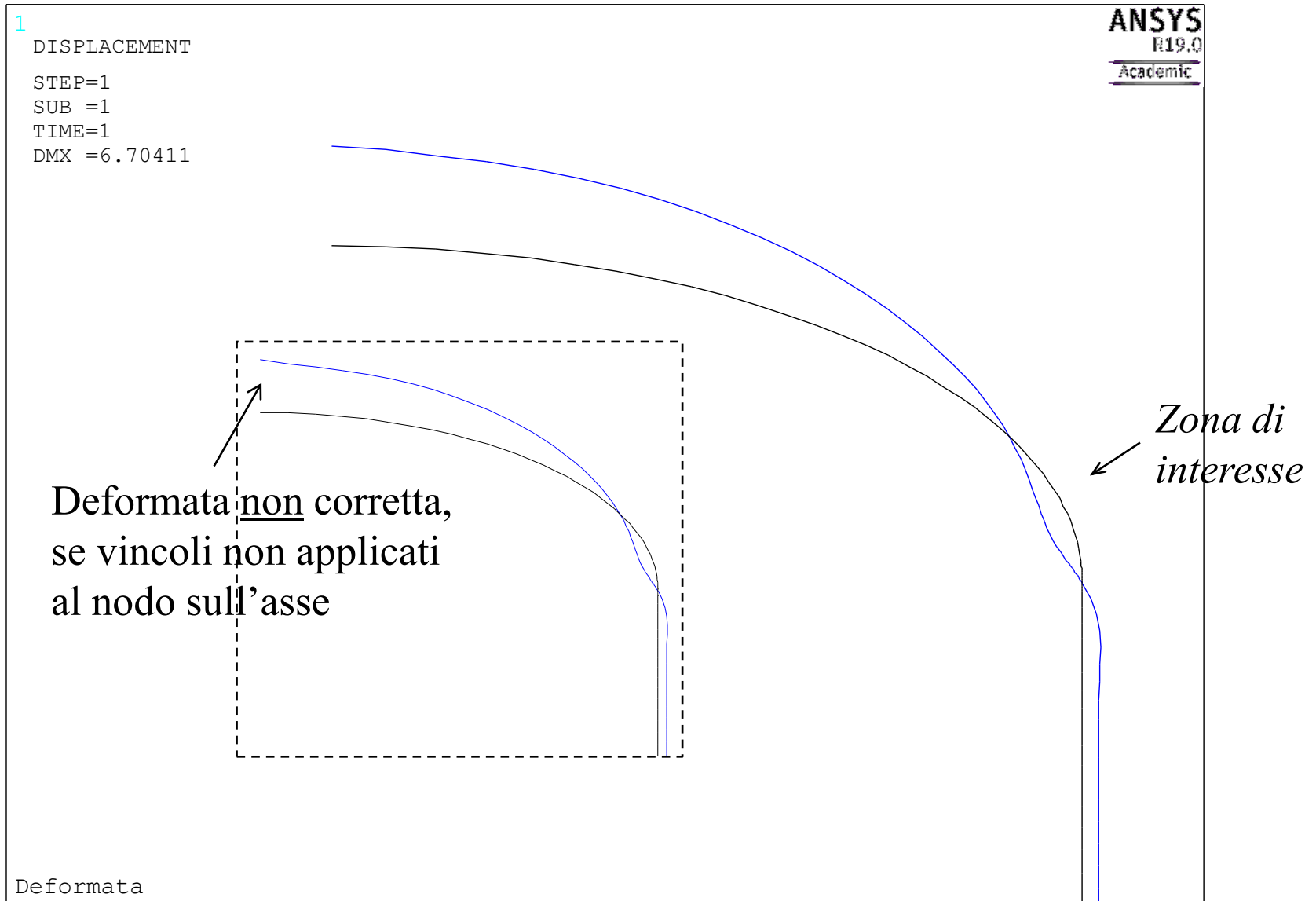
- bocchelli e penetrazioni considerate a parte
- effetti trascurabili del peso proprio

Esempio: Recipiente in pressione in parete sottile



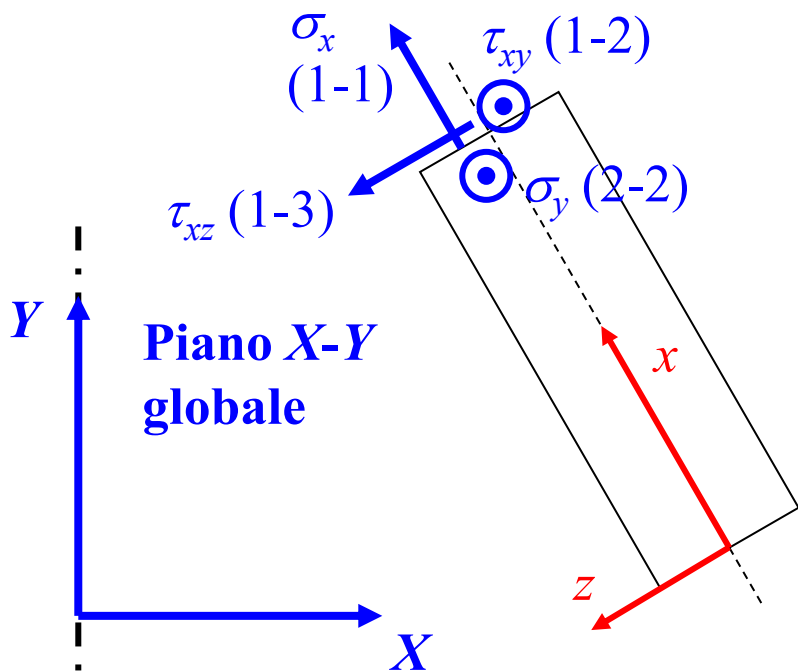
File di comandi: *RecipientePressioneSottile_Shell208.txt*

Esempio: Recipiente in pressione in parete sottile



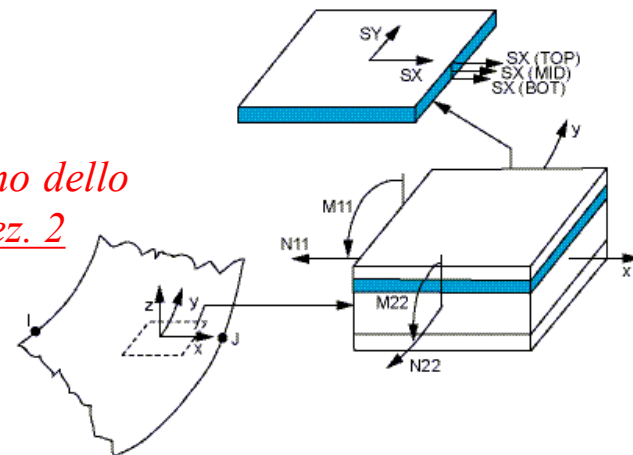
File di comandi: *RecipientePressioneSottile_Shell208.inp*

Elemento guscio assialsimmetrico



y (nel piano dello shell), direz. 2

Figure 208.2: SHELL208 Element Stress Output



Output Quantity Name	ETABLE and ES	
	Item	E
Sm: 11	SMISC	18
Sm: 22	SMISC	19
Sm: 12	SMISC	20
Sb: 11	SMISC	21
Sb: 22	SMISC	22
Sp: 11 (at shell bottom)	SMISC	23
Sp: 22 (at shell bottom)	SMISC	24
Sp: 12 (at shell bottom)	SMISC	25
Sp: 11 (at shell top)	SMISC	26
Sp: 22 (at shell top)	SMISC	27
Sp: 12 (at shell top)	SMISC	28

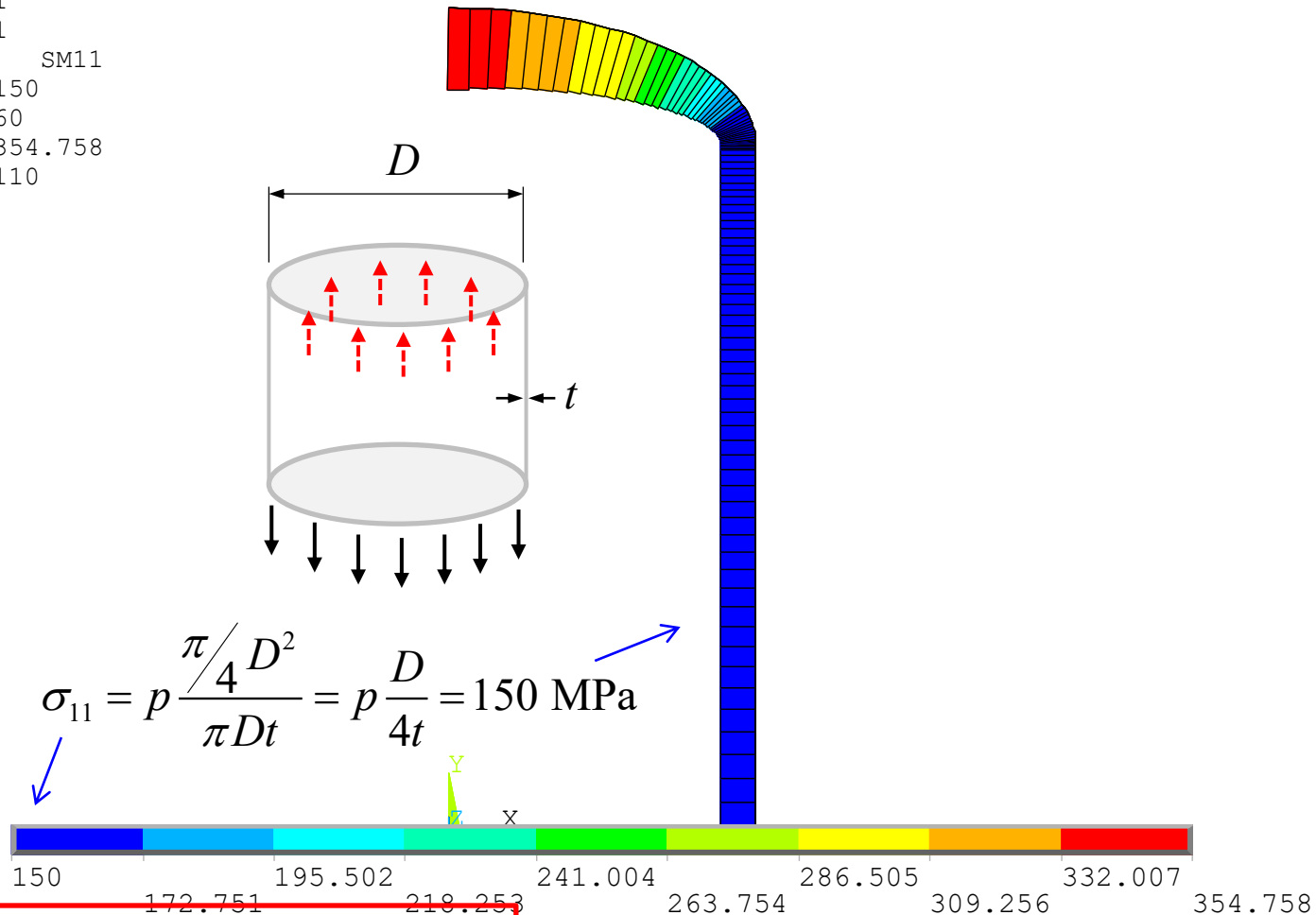


Esempio: Recipiente in pressione in parete sottile

ANSYS
R19.0
Academic

```
1
LINE STRESS
STEP=1
SUB =1
TIME=1
SM11      SM11
MIN =150
ELEM=60
MAX =354.758
ELEM=110
```

Sm11



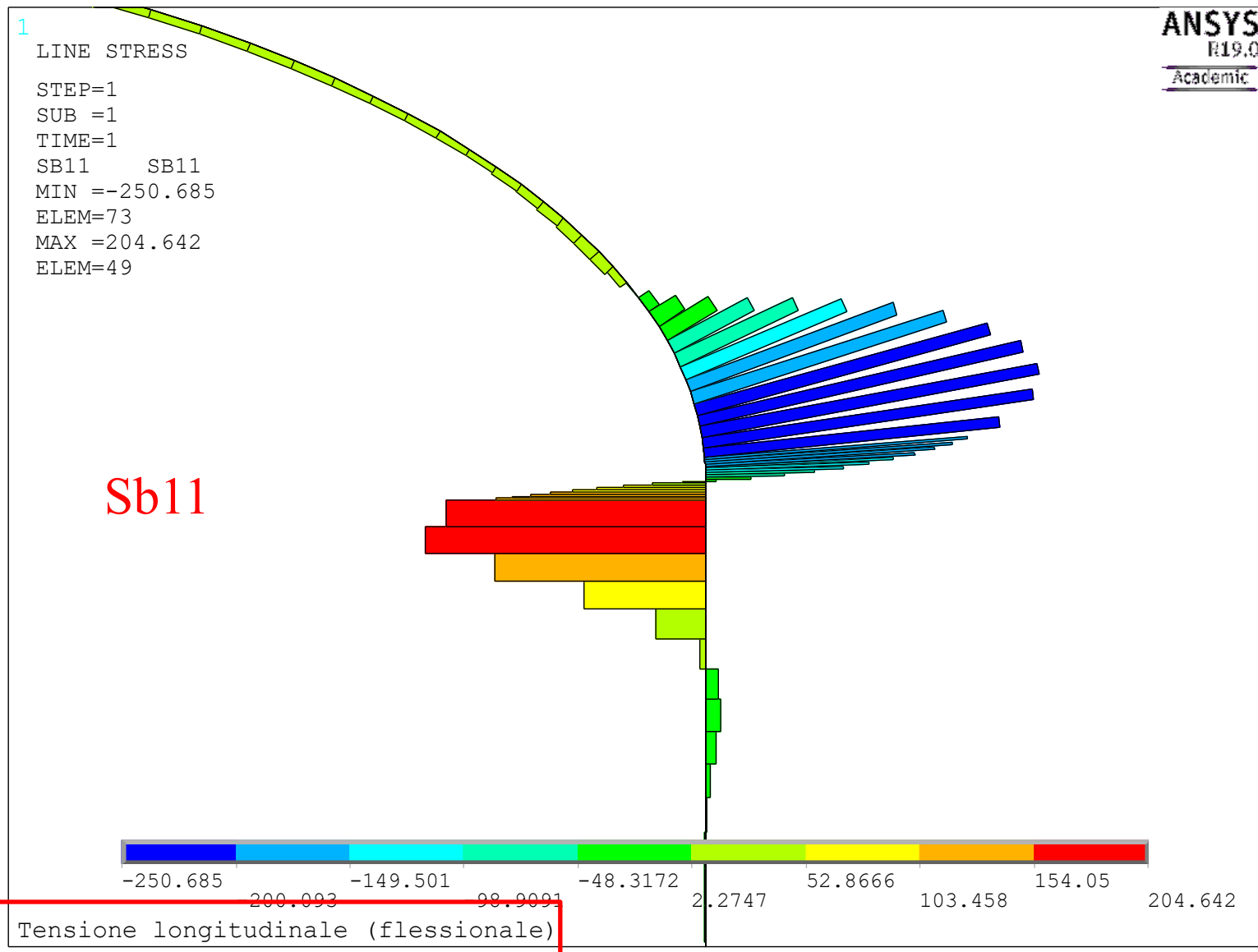
$$\sigma_{11} = p \frac{\frac{\pi}{4} D^2}{\pi D t} = p \frac{D}{4t} = 150 \text{ MPa}$$

Tensione longitudinale (membranale)

File di comandi: *RecipientePressioneSottile_Shell208.inp*

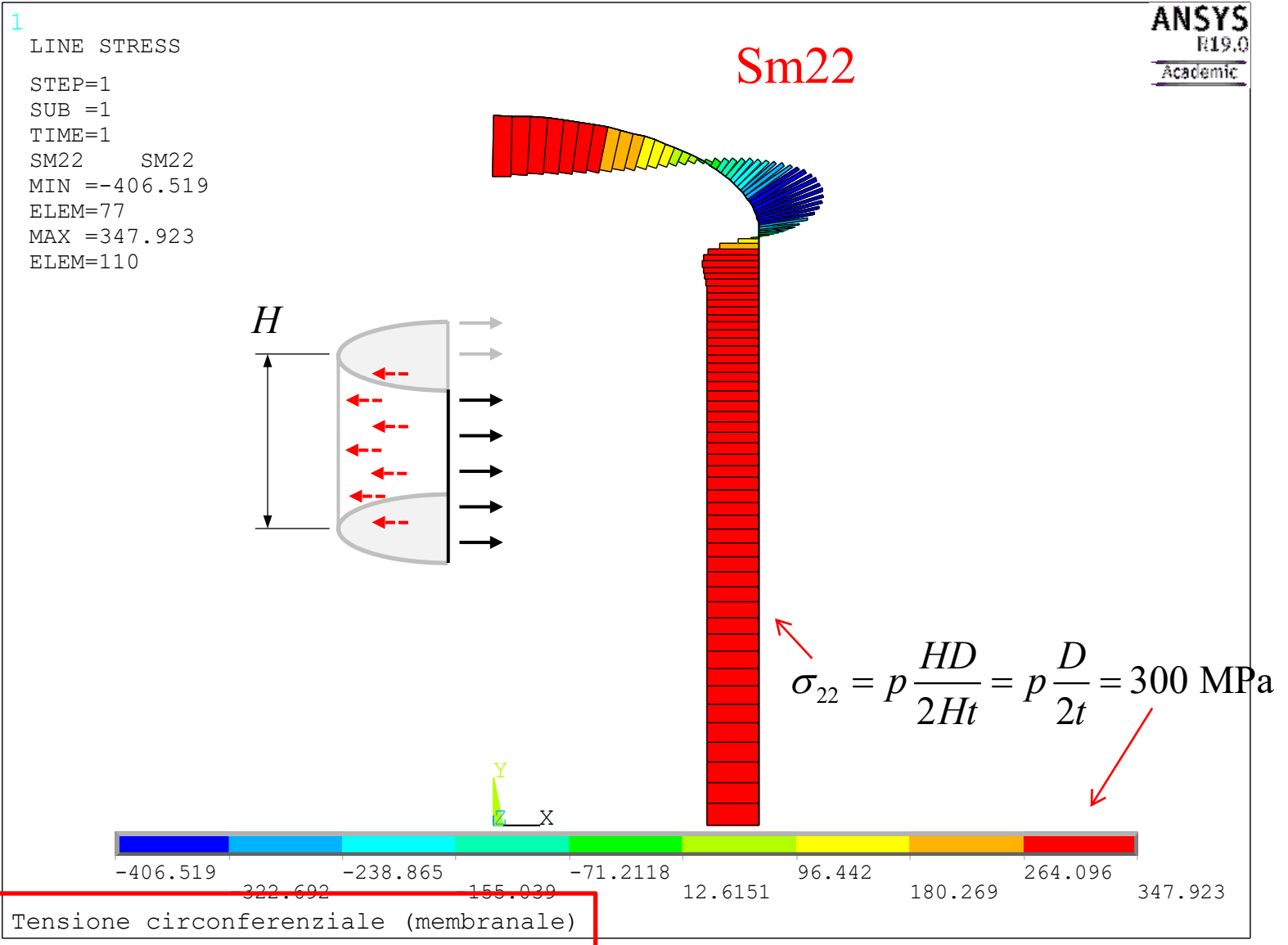


Esempio: Recipiente in pressione in parete sottile



File di comandi: *RecipientePressioneSottile_Shell208.inp*

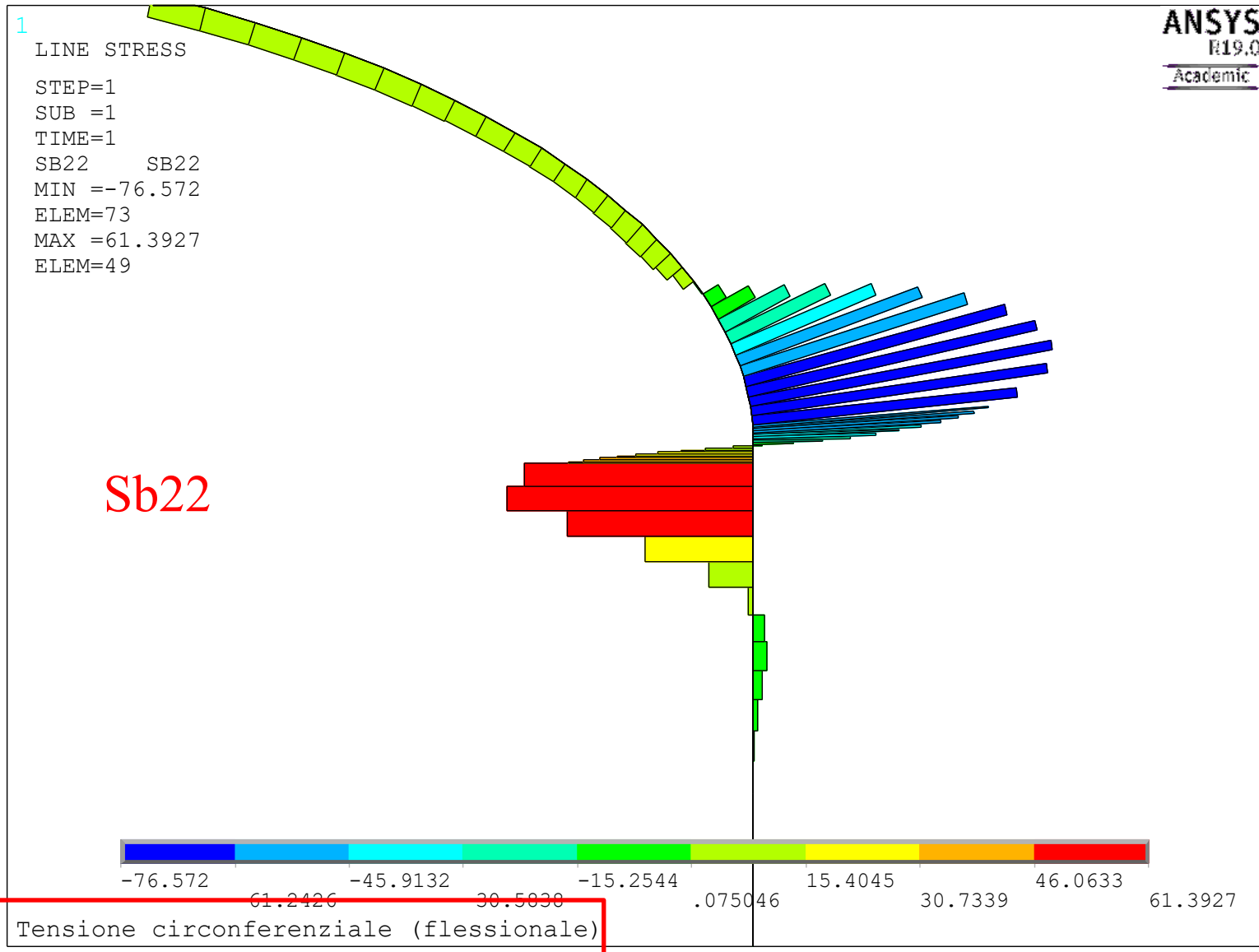
Esempio: Recipiente in pressione in parete sottile



File di comandi: *RecipientePressioneSottile_Shell208.inp*



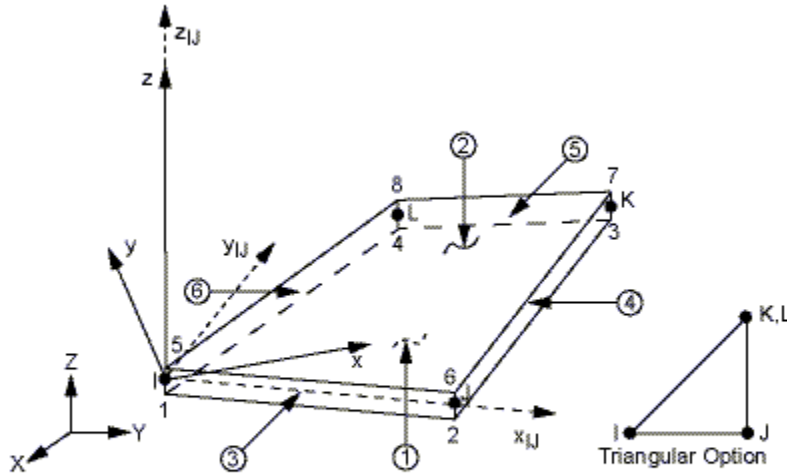
Esempio: Recipiente in pressione in parete sottile



File di comandi: *RecipientePressioneSottile_Shell208.inp*

Elemento Guscio-Piastra 3D

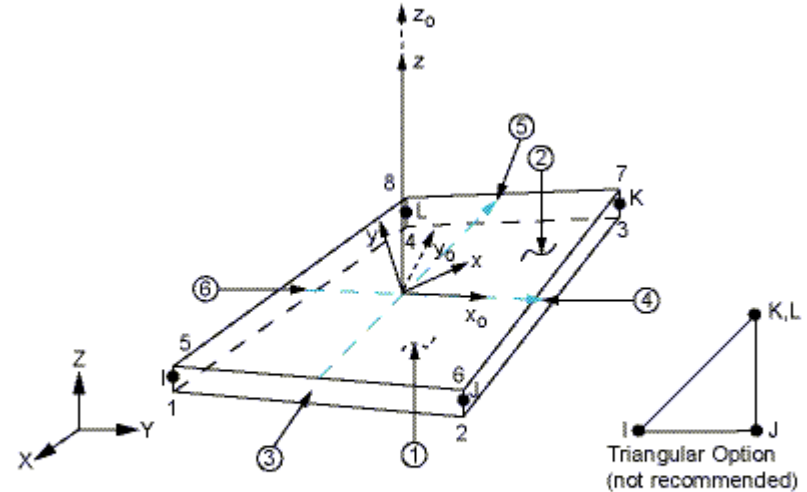
Figure 63.1: SHELL63 Geometry



x_{IJ} = Element x-axis if ESYS is not supplied.

x = Element x-axis if ESYS is supplied.

Figure 181.1: SHELL181 Geometry



x_0 = Element x-axis if ESYS is not provided.

x = Element x-axis if ESYS is provided.

Elemento obsoleto

Although this legacy element is available for use in your analysis, ANSYS, Inc. recommends using a current-technology element such as [SHELL181](#) (KEYOPT(3) = 2).

SECTYPE,,SHELL

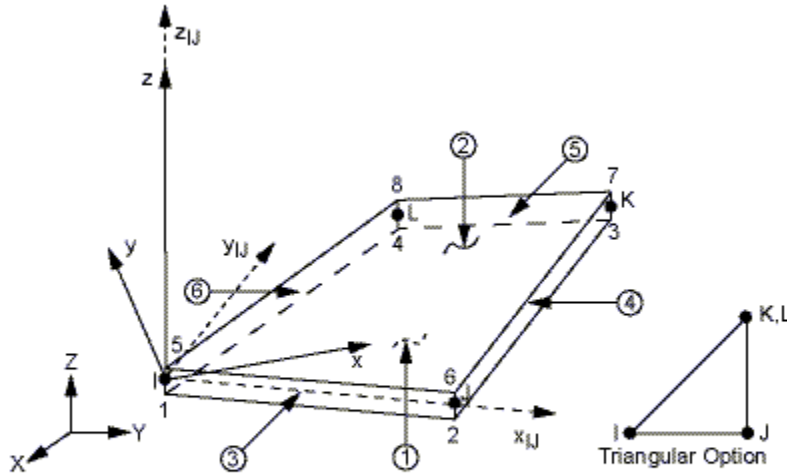
SECDATA,THICKNESS, ...

Gusci e piastre aventi geometria qualsiasi.

- *4(3) nodi – 4 nodi anche non complanari*
- *6 g.d.l /nodo (3 traslazioni + 3 rotazioni)*

Elemento Guscio-Piastra 3D

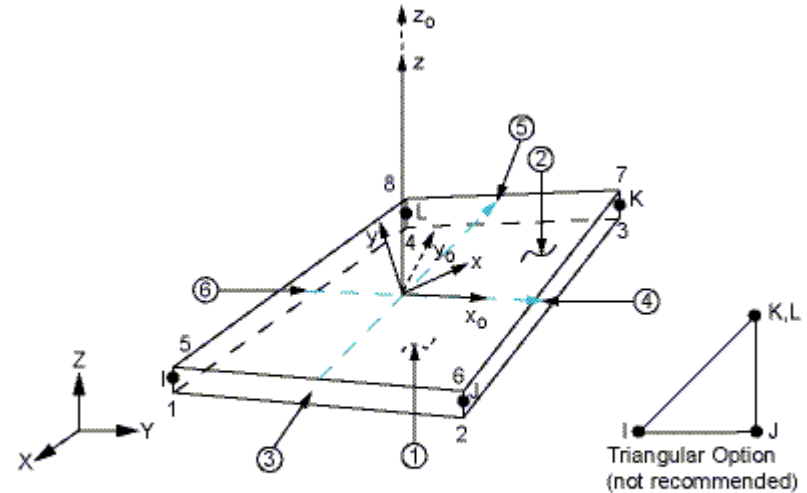
Figure 63.1: SHELL63 Geometry



x_{IJ} = Element x-axis if ESYS is not supplied.

x = Element x-axis if ESYS is supplied.

Figure 181.1: SHELL181 Geometry



x_0 = Element x-axis if ESYS is not provided.

x = Element x-axis if ESYS is provided.

No effetto deformativi a taglio

Effetti deformativi di taglio

SHELL181 is suitable for analyzing thin to moderately-thick shell structures:
first-order shear-deformation theory
(usually referred to as Mindlin-Reissner shell theory)

To define transverse shear stiffness values, use the [SECCONTROL](#) command.
 For a single-layer shell with isotropic material, default transverse shear stiffnesses are:

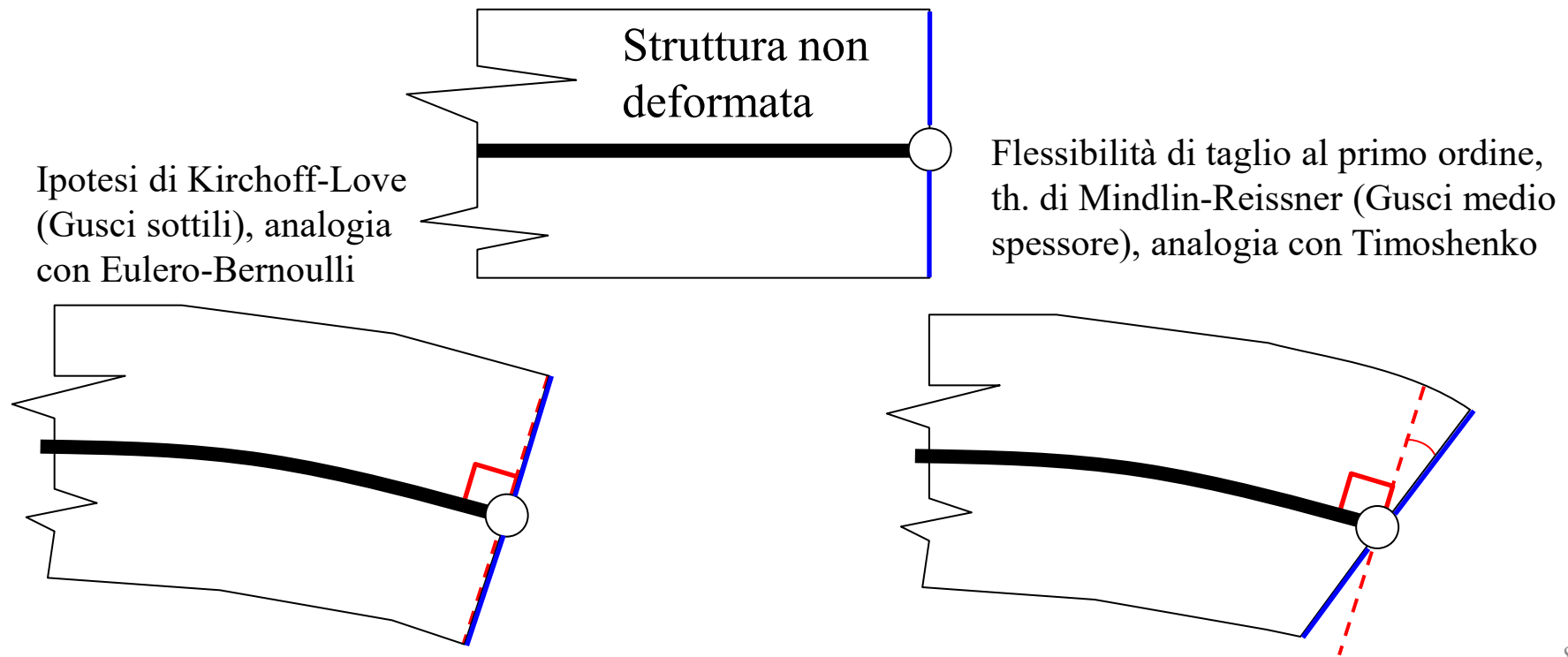
$$E = \begin{bmatrix} kGh & 0 \\ 0 & kGh \end{bmatrix}$$

In the above matrix, $k = 5/6$, G = shear modulus, and h = thickness of the shell.

Elemento Guscio-Piastra 3D

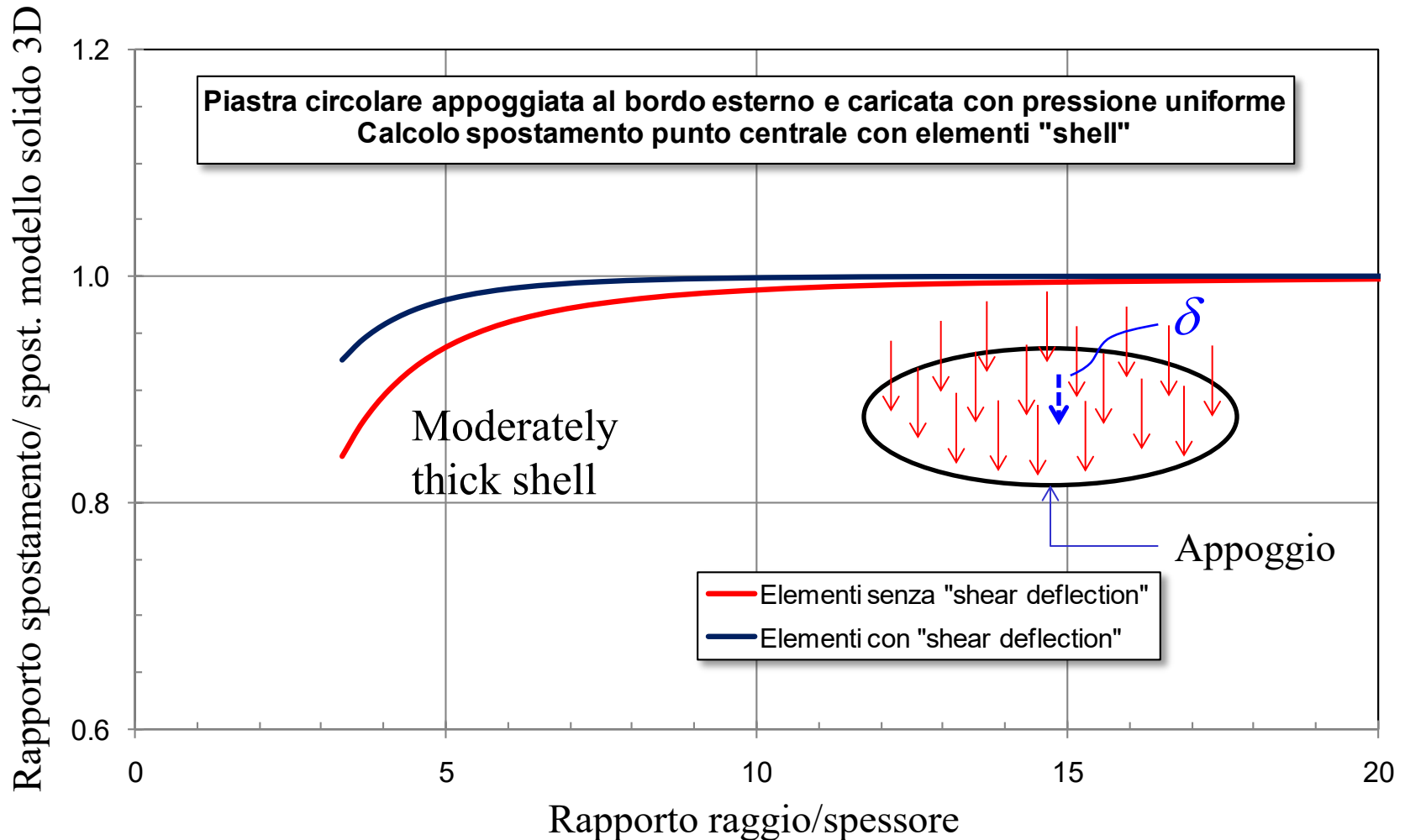
Elementi “shell” con valutazione approssimata della “shear deflection” – SHELL181

Si tratta di elementi nei quali viene superata l'ipotesi di Kirchhoff-Love, allo scopo di tener conto, in maniera approssimata, della deformabilità a taglio



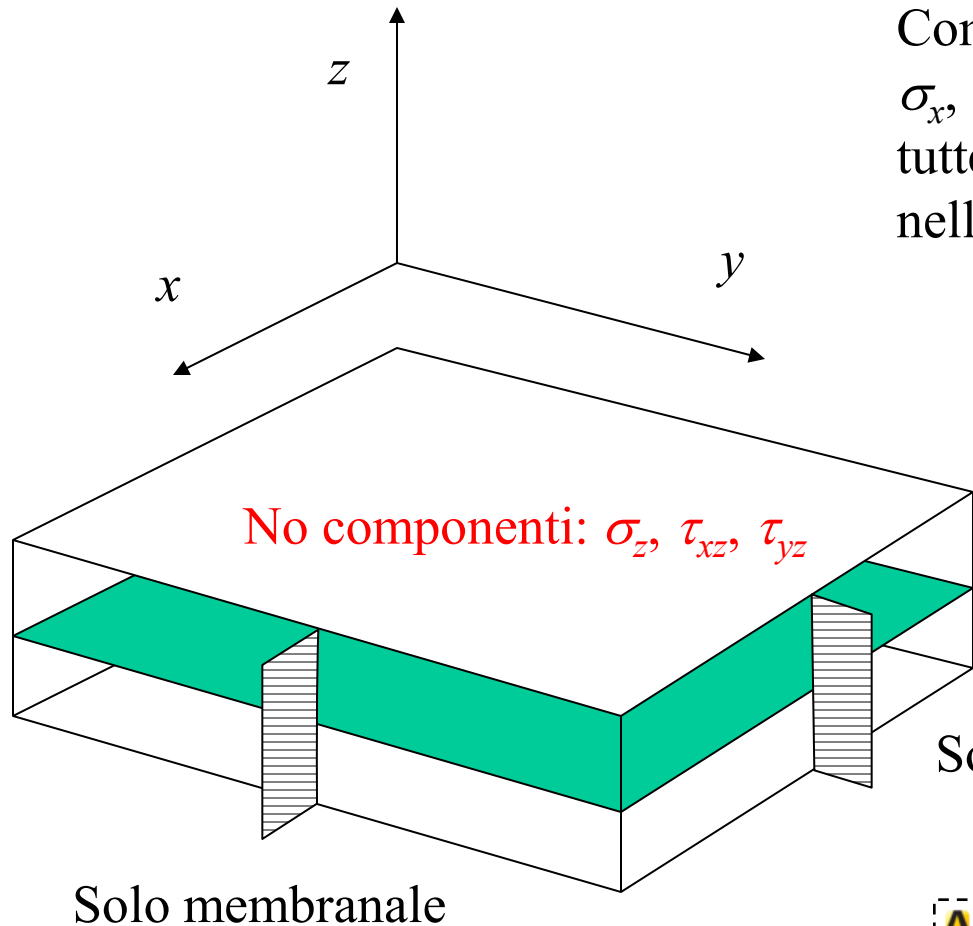
Elemento Guscio-Piastra 3D

Elementi “shell” con valutazione approssimata della “shear deflection” (materiale metallico isotropo)



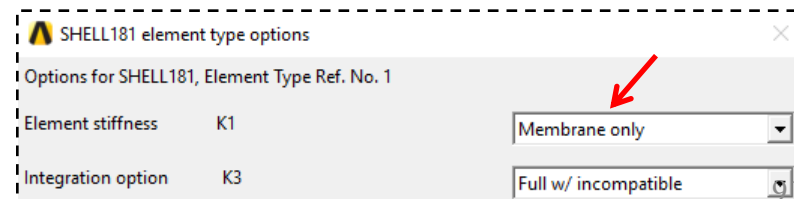
Elemento Guscio-Piastra 3D

SHELL181 – Comportamento solo Membranale



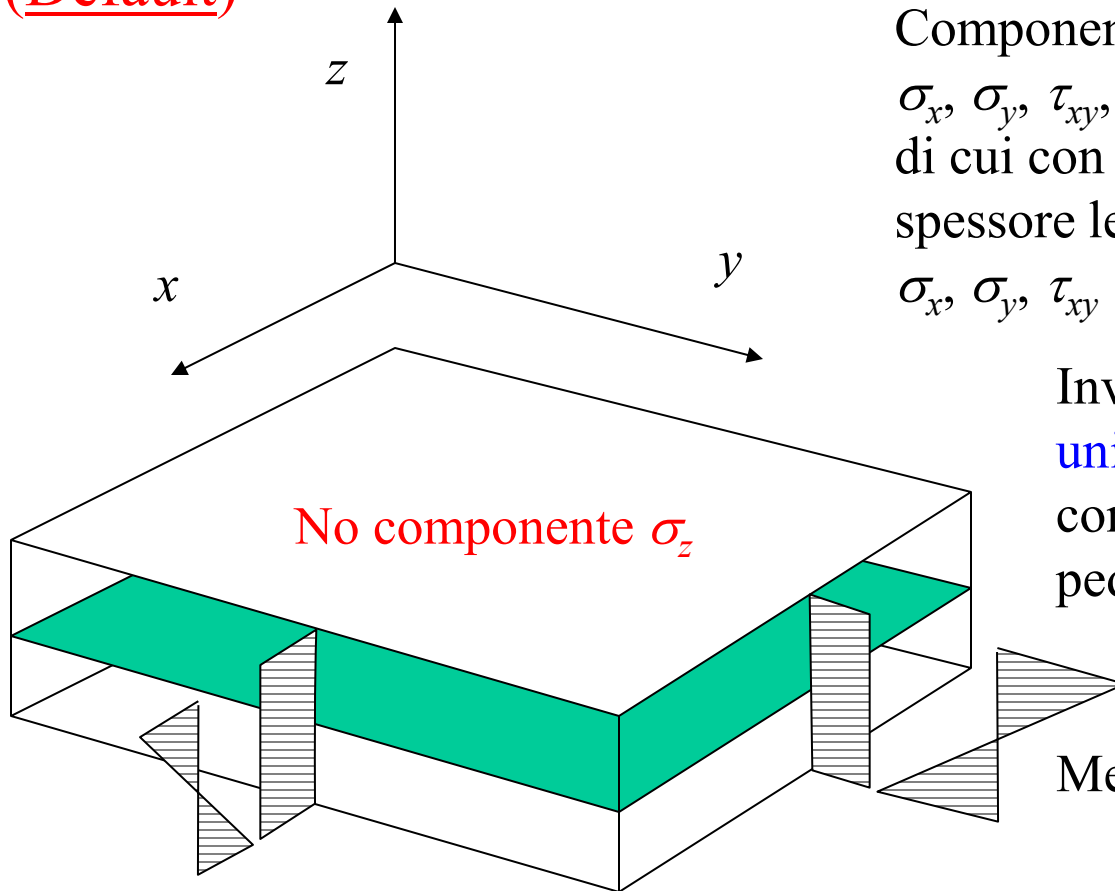
Componenti di tensione non nulle:
 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$
 tutte con andamento **uniforme**
 nello spessore

$KOpt(1) = 1$



Elemento Guscio-Piastra 3D

SHELL181 – Comportamento Membranale e Flessionale (Default)



Membranale + Flessionale

Componenti di tensione non nulle:

$$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$$

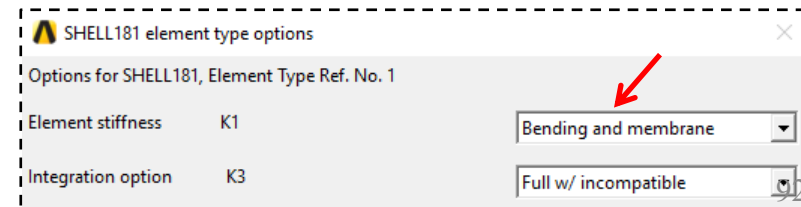
di cui con andamento **lineare** nello spessore le componenti nel piano:

$$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$$

Invece, con andamento **uniforme** nello spessore le componenti di taglio con pedice z (fuori piano): τ_{xz}, τ_{yz}

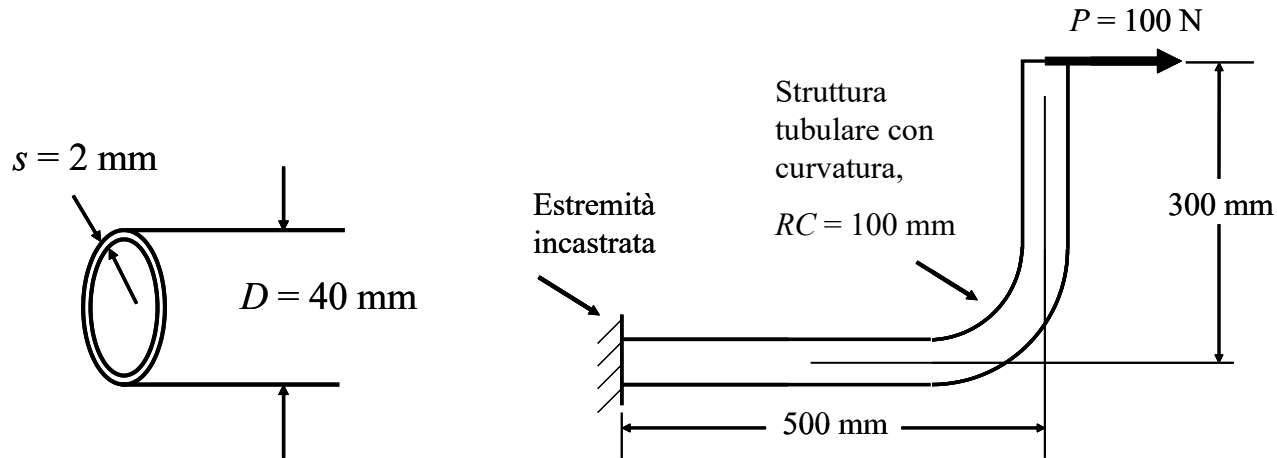
Membranale + Flessionale

$$KOpt(1) = 0$$



Elemento Guscio-Piastra 3D

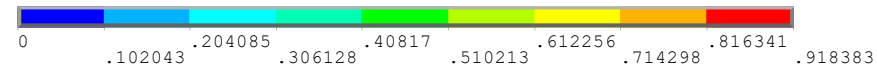
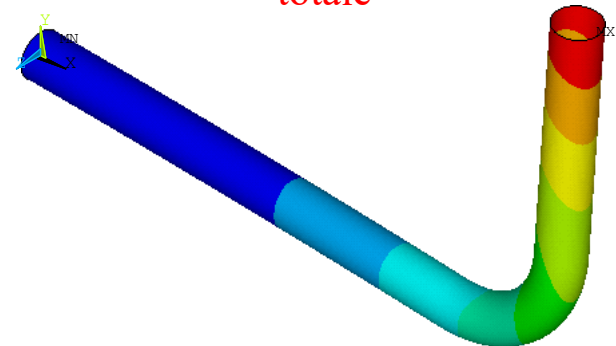
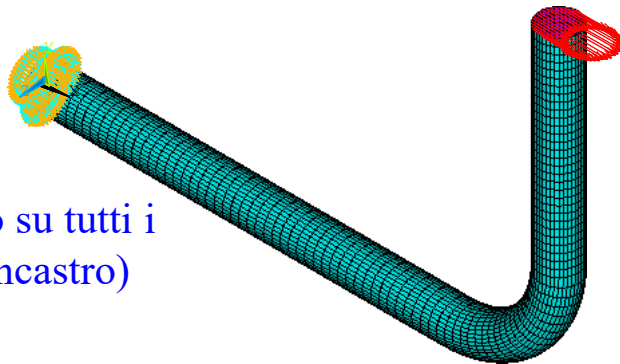
Esempio: Trave curva incastrata, SHELL181



Forza distribuita uniform. ai nodi della sez. d'estremità

Spostamento totale

Vincolo su tutti i g.d.l. (incastro)



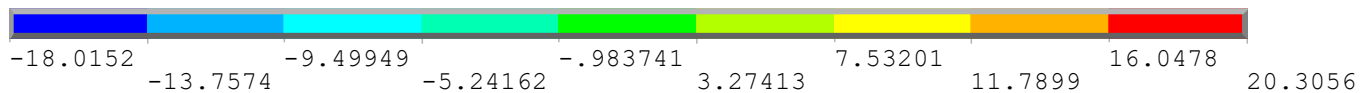
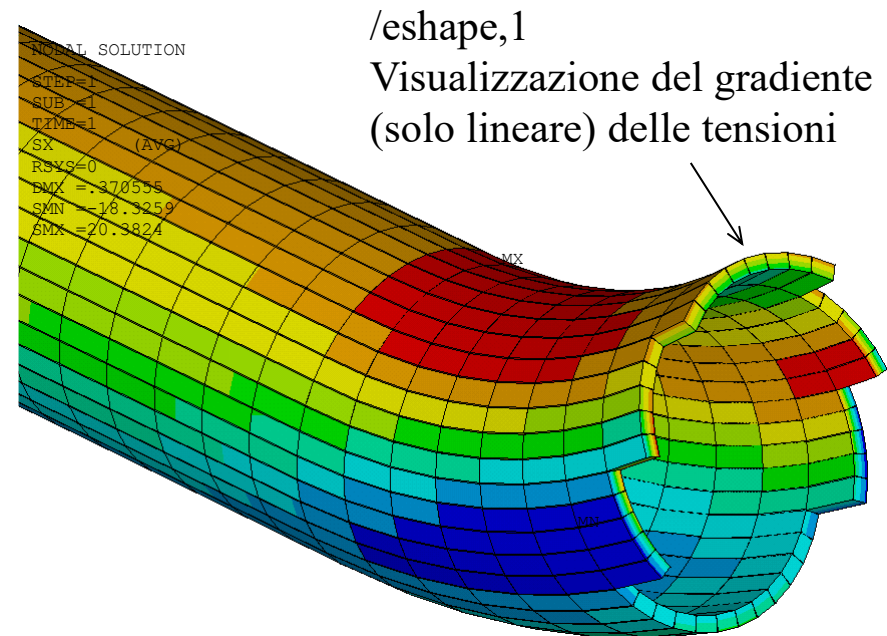
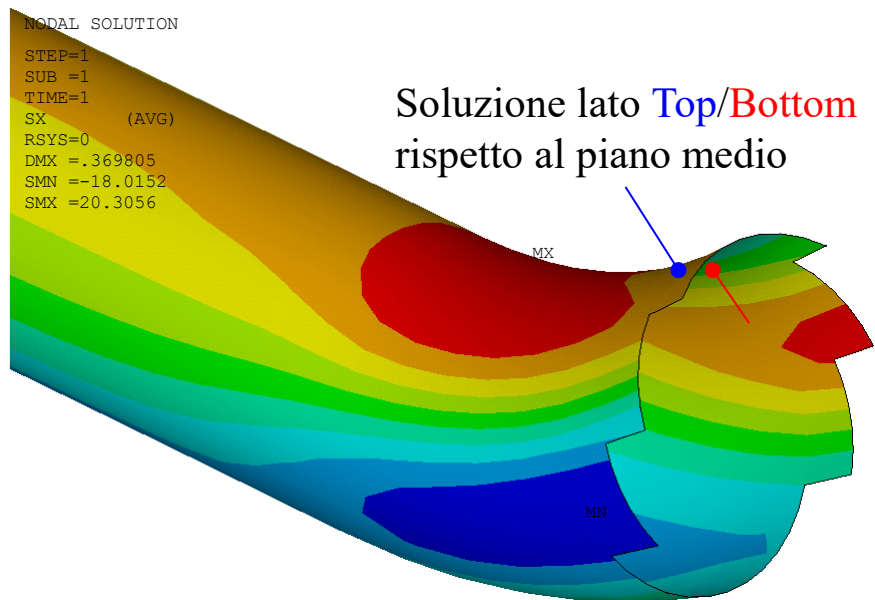
File di comandi: *TraveCurva_Shell181.inp*

Elemento Guscio-Piastra 3D

Esempio: Trave curva incastrata, SHELL181

Tensione secondo X (globale, non sis. rif. di elemento)

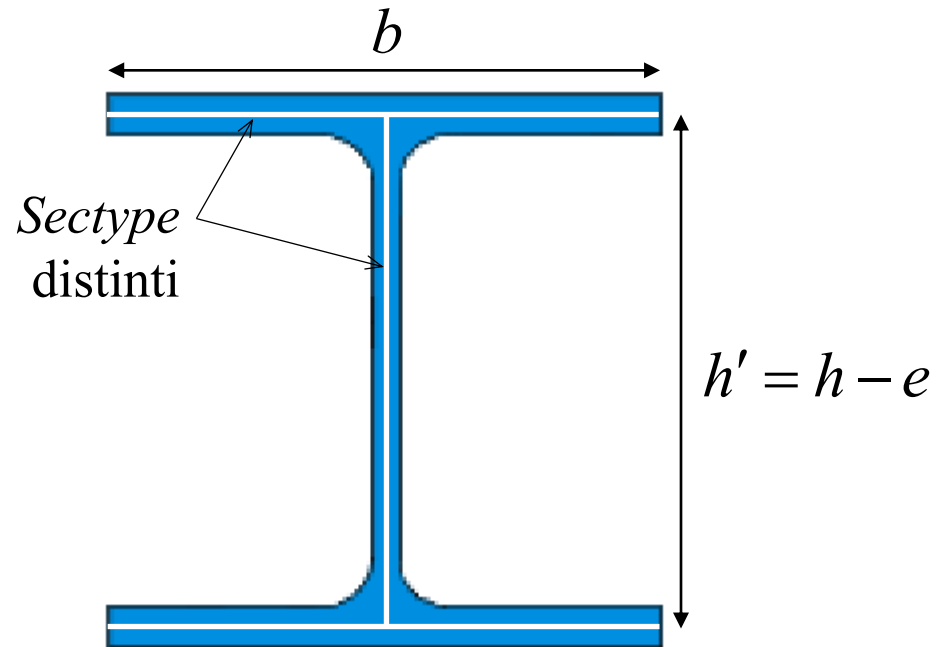
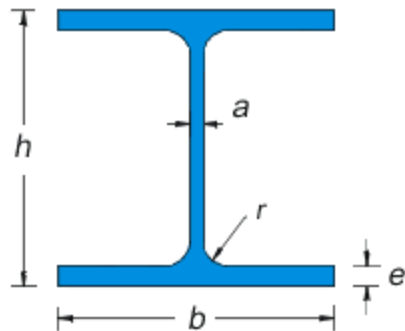
Differente soluz. rispetto al modello trave nella zona della curva



File di comandi: *TraveCurva_Shell181.inp*

Elemento Guscio-Piastra 3D

Esercizio: Trave a doppio T appoggiata con carico distribuito
 Dati del problema



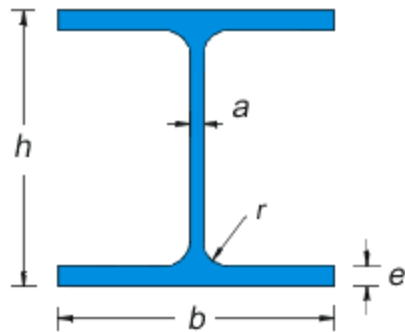
Sezione HE 100 B

Sigla HEB	b mm	h mm	a mm	e mm	r mm	Peso kg/m	Sezione cm ²	Momenti di inerzia		Moduli di resistenza		Raggi di inerzia	
								Jx cm ⁴	Jy cm ⁴	Wx cm ³	Wy cm ³	ix cm	iy cm
100	100	100	6,0	10,0	12	20,4	26,04	449,5	167,3	89,91	33,45	4,16	2,53
120	120	120	6,5	11,0	12	26,7	34,01	864,4	317,5	144,1	52,92	5,04	3,06
140	140	140	7,0	12,0	12	33,7	42,96	1.509	549,7	215,6	78,52	5,93	3,58

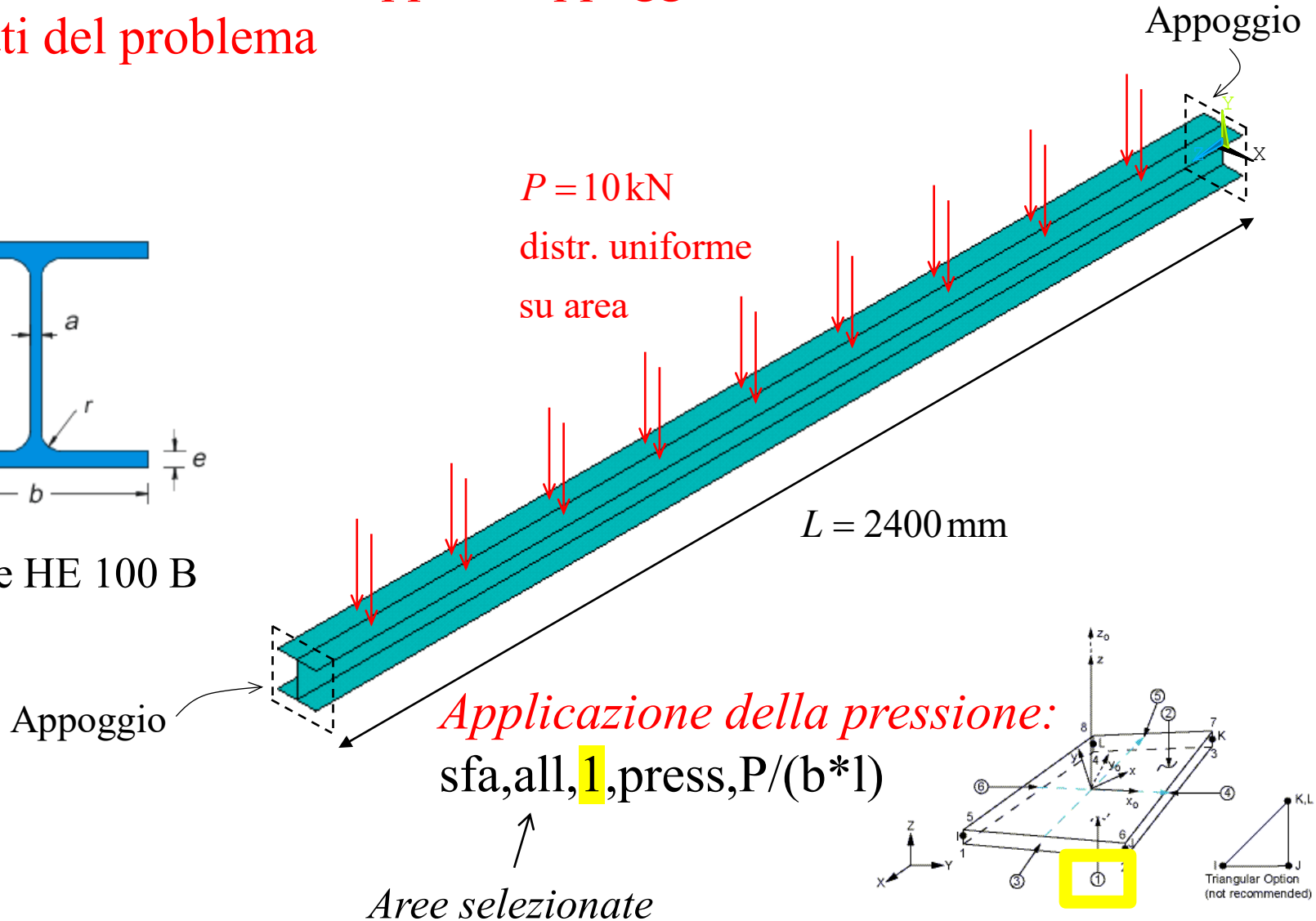
Elemento Guscio-Piastra 3D

Esercizio: Trave a doppio T appoggiata con carico distribuito

Dati del problema

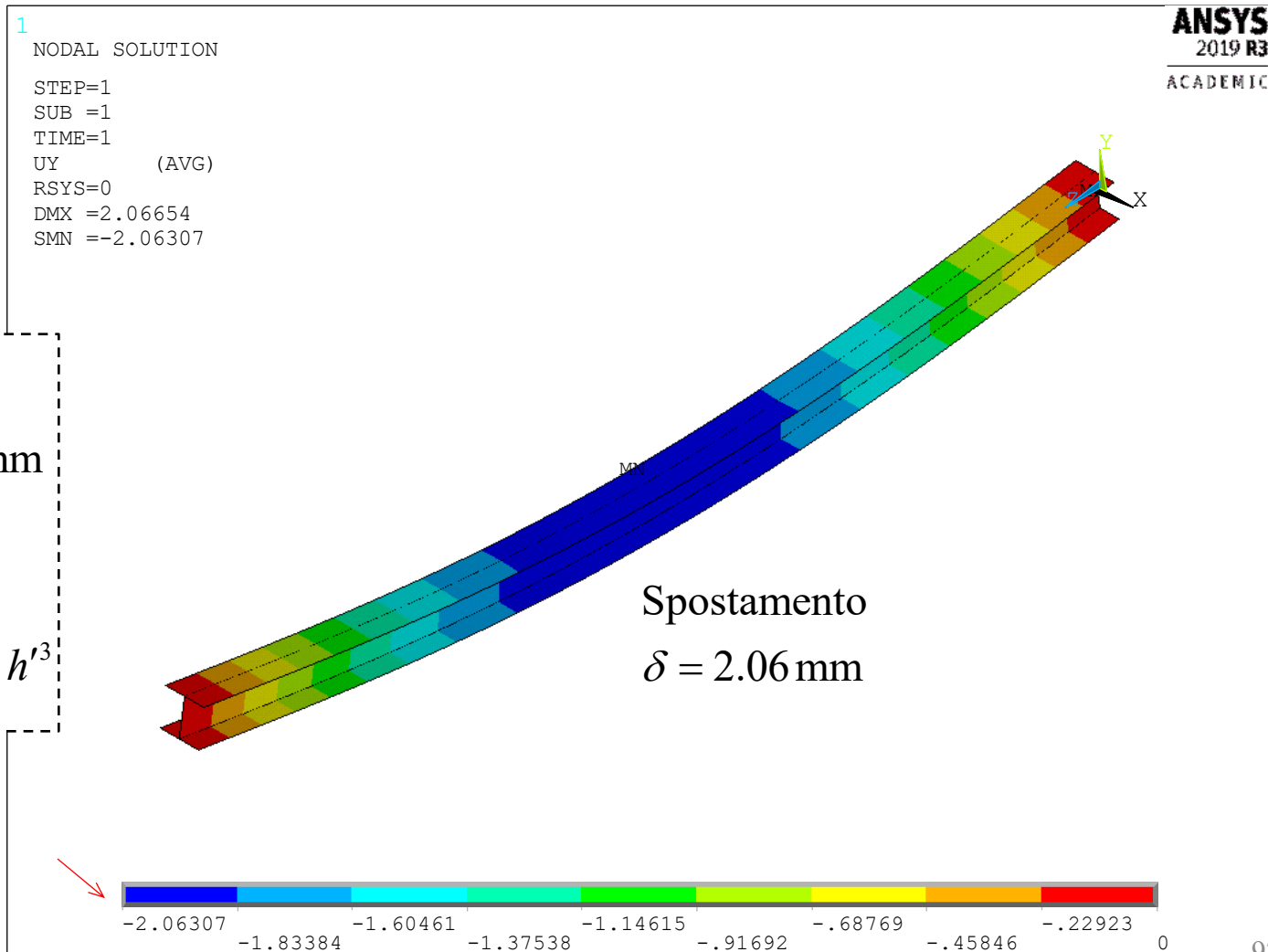


Sezione HE 100 B



Elemento Guscio-Piastra 3D

Esercizio: Trave a doppio T appoggiata con carico distribuito
Soluzione, deformata



Teoria della trave:

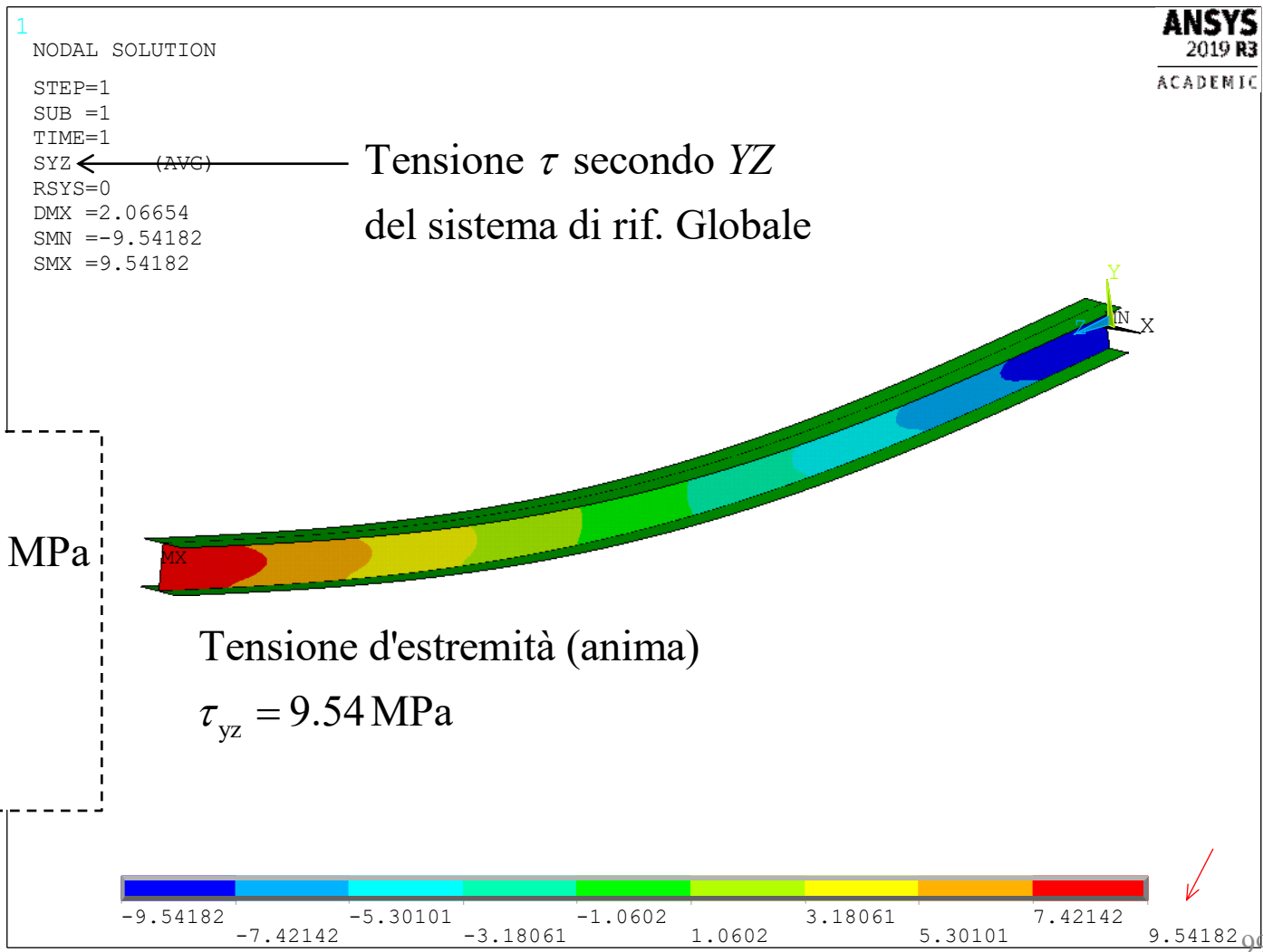
$$\delta = \frac{5}{384} \frac{PL^3}{EJ_x} = 1.99 \text{ mm}$$

in cui:

$$J_x = 2be \left(\frac{h'}{2} \right)^2 + \frac{1}{12} ah'^3$$

Elemento Guscio-Piastra 3D

Esercizio: Trave a doppio T appoggiata con carico distribuito
Soluzione, tensione di taglio (Jourawski)



Elementi solidi 3D (“Brick”)

Figure 45.1: **SOLID45** Geometry

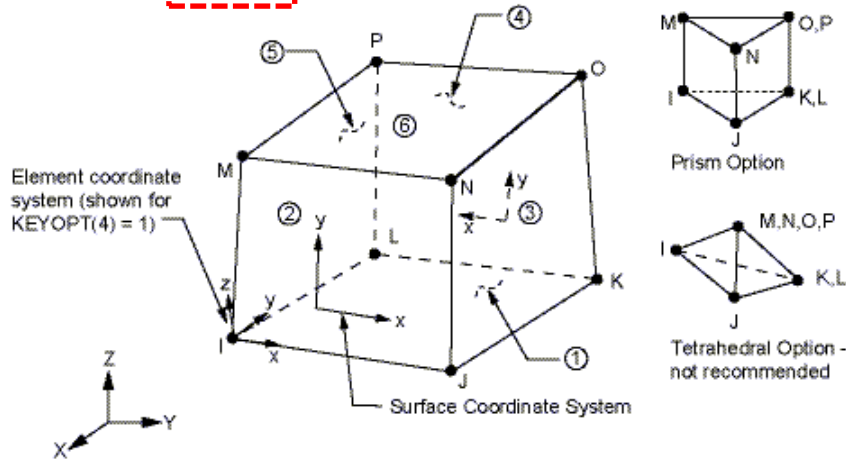
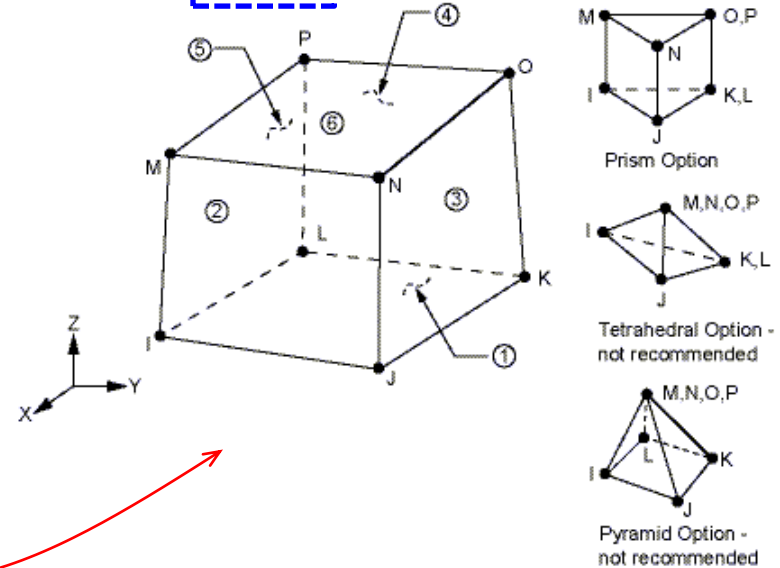


Figure 185.1: **SOLID185** Homogeneous Structural Solid Geometry



Elemento obsoleto

Although this legacy element is available for use in your analysis, ANSYS, Inc. recommends using a current-technology element such as [SOLID185](#) (KEYOPT(2) = 3).

Problemi di elasticità 3D:

- 8 nodi
- 3 g.d.l /nodo

Elementi solidi 3D (“Brick”)

Figure 185.1: **SOLID185** Homogeneous Structural Solid Geometry

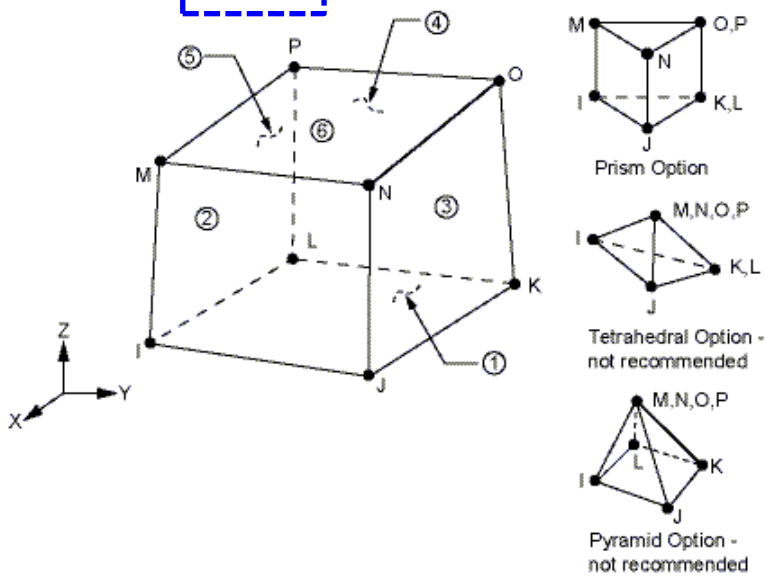
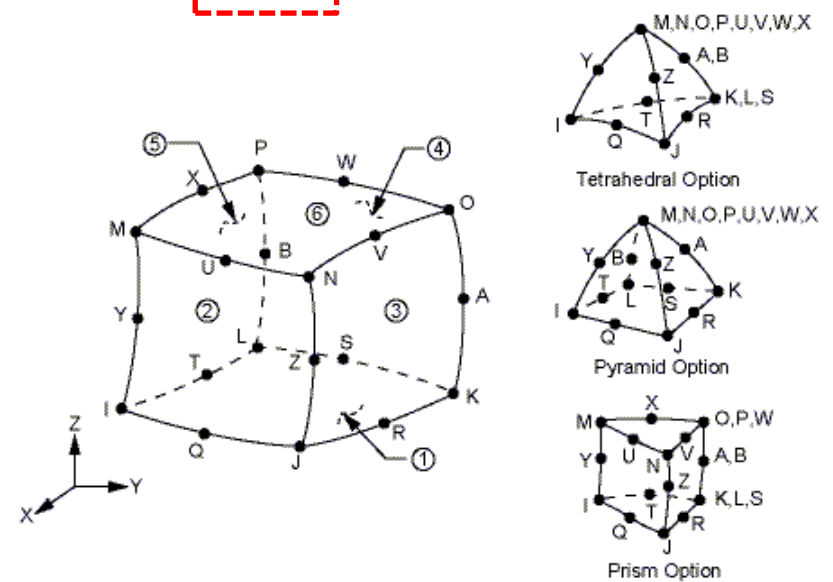


Figure 186.1: **SOLID186** Homogeneous Structural Solid Geometry



Funzione di forma *lineare*

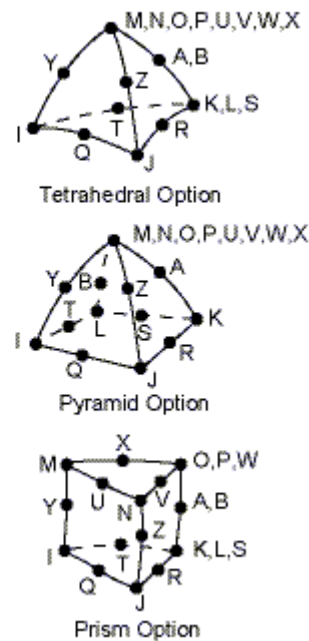
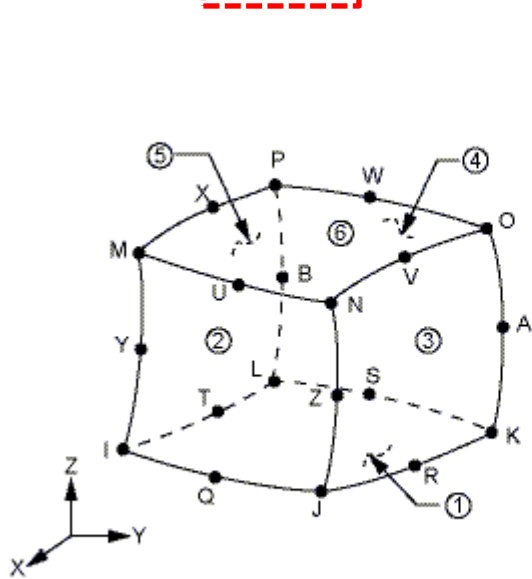
Funzione di forma *quadratica*

Problemi di elasticità 3D:

- 8 nodi / 20 nodi (*midside nodes*)
- 3 g.d.l / nodo

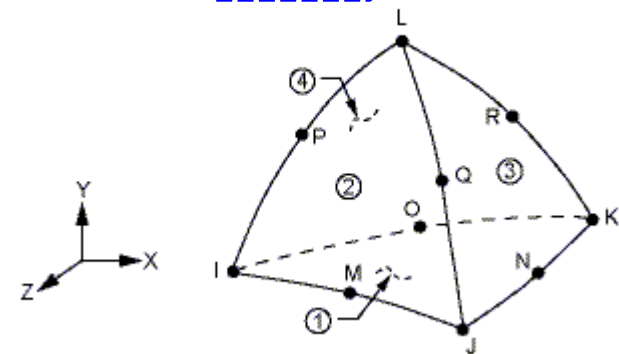
Elementi solidi 3D (“Brick”)

Figure 186.1: **SOLID186** Homogeneous Structural Solid Geometry



Tipo di elemento usato da Ansys Workbench con mesh prevalentemente esaedrica
6 facce / 20 nodi

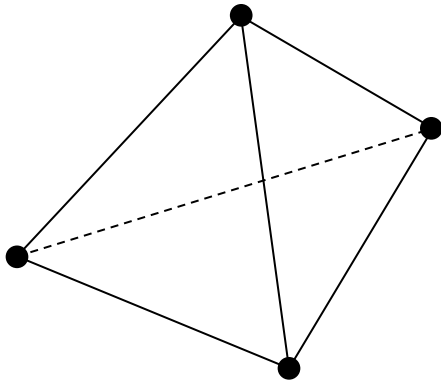
Figure 187.1: **SOLID187** Geometry



SOLID187 element is a higher order 3-D, 10-node element. SOLID187 has a quadratic displacement behavior and is well suited to modeling irregular meshes (such as those produced from various CAD/CAM systems).

Tipo di elemento usato da Ansys Workbench con mesh tetraedrica (geometrie complesse)
4 facce / 10 nodi

Elementi solidi 3D (“Brick”)



Tetraedro: 4 nodi



F.ne di forma: $A+Bx+Cy+Dz$



Deformazioni/tensioni costanti

Esaedro: 8 nodi



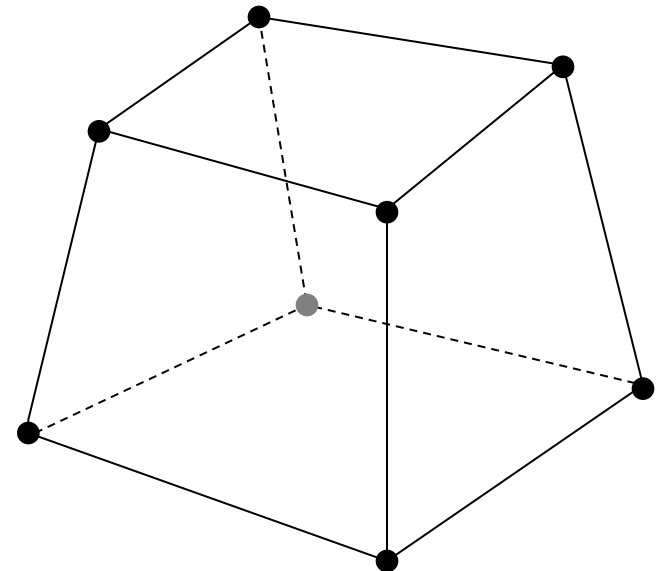
F.ne di forma (**lineare**):

$A+Bx+Cy+Dz+Exy+Fxz+Gyz+Hxyz$

$$u = \frac{1}{8}(u_I(1-s)(1-t)(1-r) + u_J(1+s)(1-t)(1-r) \\ + u_K(1+s)(1+t)(1-r) + u_L(1-s)(1+t)(1-r) \\ + u_M(1-s)(1-t)(1+r) + u_N(1+s)(1-t)(1+r) \\ + u_O(1+s)(1+t)(1+r) + u_P(1-s)(1+t)(1+r))$$

$$v = \frac{1}{8}(v_I(1-s) \dots \text{(analogous to } u))$$

$$w = \frac{1}{8}(w_I(1-s) \dots \text{(analogous to } u))$$



Elementi solidi 3D (“Brick”)

Esaedro: 20 nodi



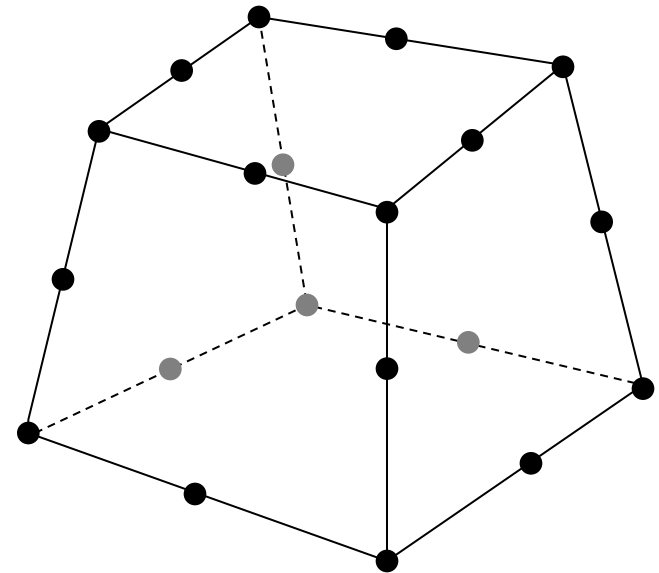
F.ne di forma (**quadratica**):

$$A+Bx+Cy+Dz+Exy+Fxz+Gyz+Hxyz+Ix^2+Jy^2+Kz^2+Lx^2y+Mx^2z+Nxy^2+Oy^2z+Pxz^2+Qyz^2+Rx^2yz+Sxy^2z+Txyz^2$$

$$u = \frac{1}{8}(u_I(1-s)(1-t)(1-r)(-s-t-r-2) + u_J(1+s)(1-t)(1-r)(s-t-r-2) + u_K(1+s)(1+t)(1-r)(s+t-r-2) + u_L(1-s)(1+t)(1-r)(-s+t-r-2) + u_M(1-s)(1-t)(1+r)(-s-t+r-2) + u_N(1+s)(1-t)(1+r)(s-t+r-2) + u_O(1+s)(1+t)(1+r)(s+t+r-2) + u_P(1-s)(1+t)(1+r)(-s+t+r-2)) + \frac{1}{4}(u_Q(1-s^2)(1-t)(1-r) + u_R(1+s)(1-t^2)(1-r) + u_S(1-s^2)(1+t)(1-r) + u_T(1-s)(1-t^2)(1-r) + u_U(1-s^2)(1-t)(1+r) + u_V(1+s)(1-t^2)(1+r) + u_W(1-s^2)(1+t)(1+r) + u_X(1-s)(1-t^2)(1+r) + u_Y(1-s)(1-t)(1-r^2) + u_Z(1+s)(1-t)(1-r^2) + u_A(1+s)(1+t)(1-r^2) + u_B(1-s)(1+t)(1-r^2))$$

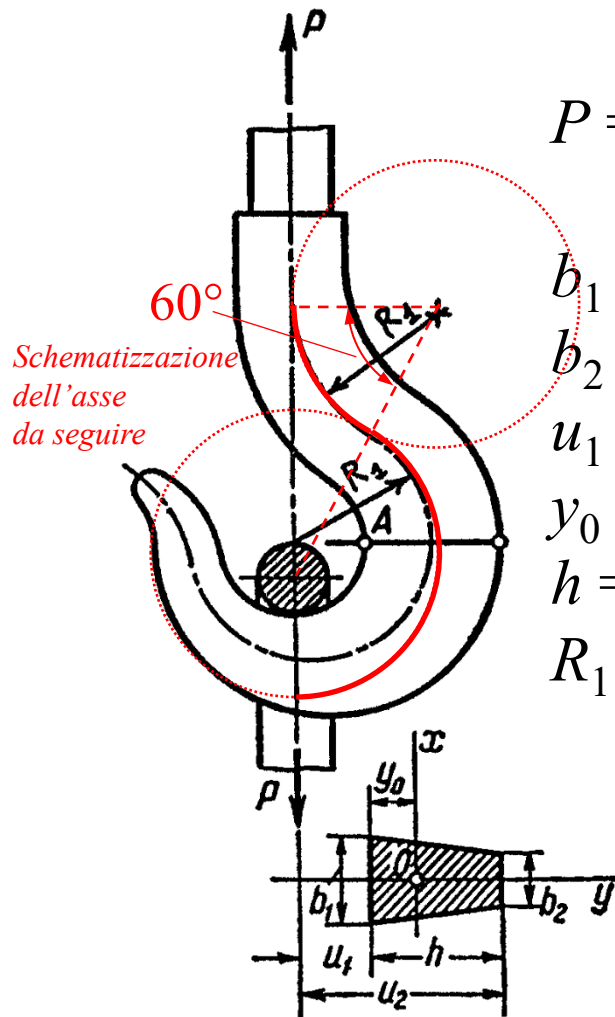
$$v = \frac{1}{8}(v_I(1-s) \dots \text{(analogous to } u))$$

$$w = \frac{1}{8}(w_I(1-s) \dots \text{(analogous to } u))$$



Elementi solidi 3D (“Brick”)

Esercizio: Gancio di sollevamento – SOLID185



$$P = 20000 \text{ N}$$

$$b_1 = 40 \text{ mm}$$

$$b_2 = 10 \text{ mm}$$

$$u_1 = 30 \text{ mm}$$

$$y_0 = 28 \text{ mm}$$

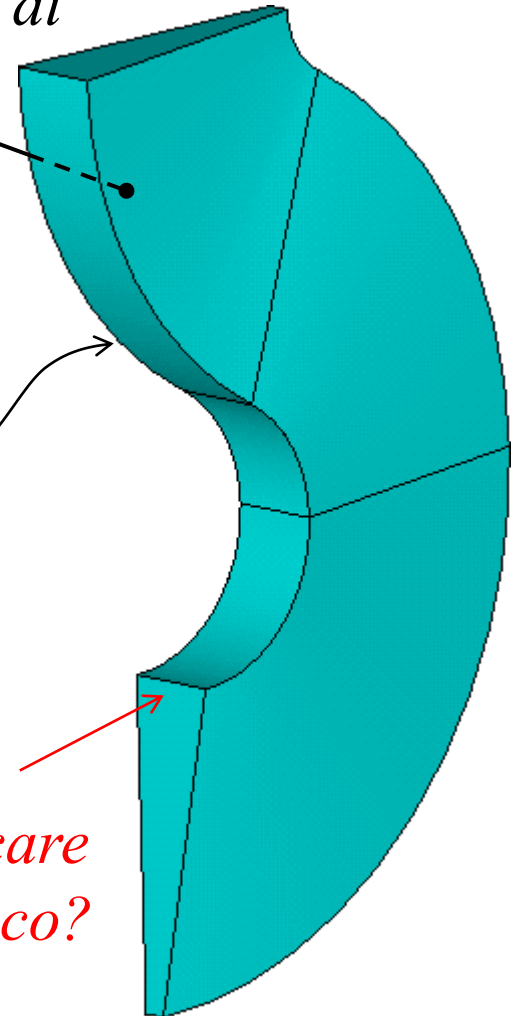
$$h = 70 \text{ mm}$$

$$R_1 = u_1 + y_0 = 58 \text{ mm}$$

Superficie di simmetria

Comando
VDRAG,,,

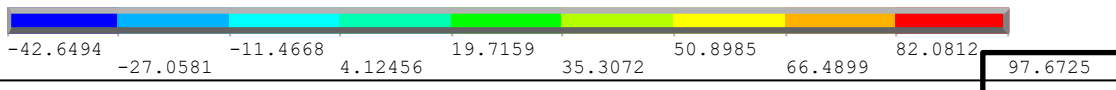
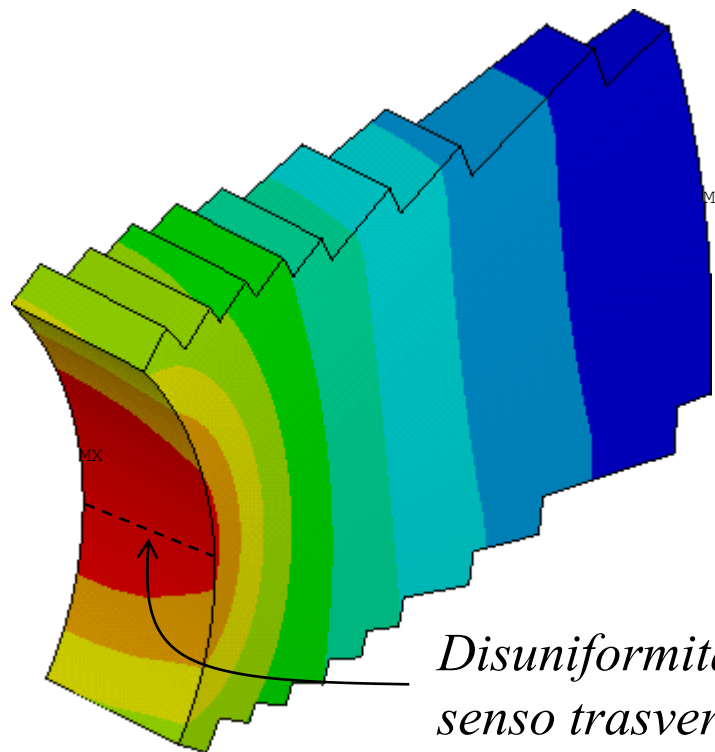
Come applicare il carico?



Elementi solidi 3D (“Brick”)

Esercizio: Gancio di sollevamento – SOLID185

1
 NODAL SOLUTION
 STEP=1
 SUB =1
 TIME=1
 SY (AVG)
 RSYS=0
 DMX =.044687
 SMN =-42.6494
 SMX =97.6725



Sezione trapezoidale				
F, N	r_I, mm	r_E, mm	b_I, mm	b_E, mm
20000	30	100	40	10
h, mm	A, mm ²	S_1, mm ³	S_2, mm ³	r_G, mm
70	1750	45500	56000.0	58.0
alpha, mm	beta	int.	r_N, mm	
52.9	-0.429	33.64	52.0	
e, mm	c_I, mm	c_E, mm		
6.0	22.0	48.0		
M, N mm	sigma_I, MPa	sigma_E, MPa		
1160000	81	-53		
sigma_T, MPa	sigma_I, MPa	sigma_E, MPa		
11	93	-42		

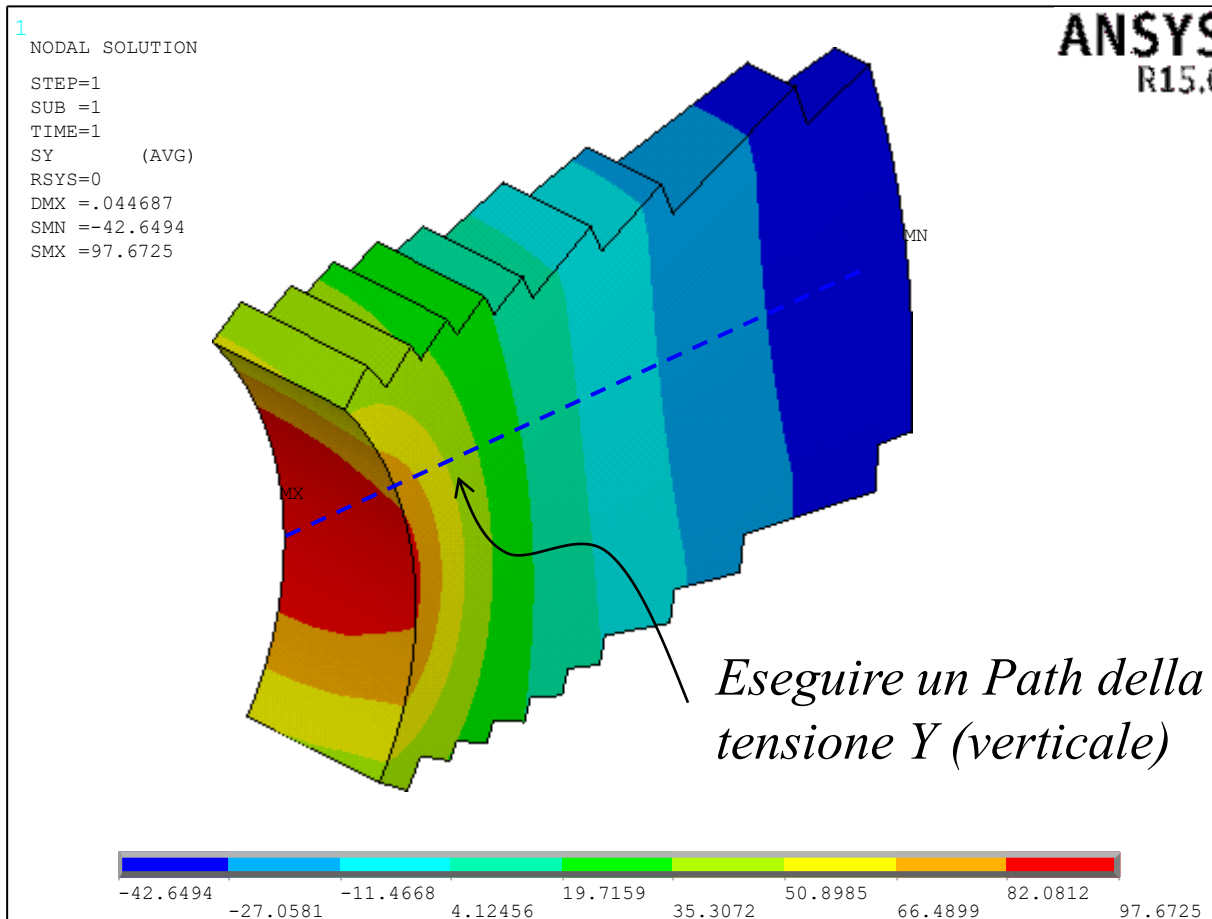
*Calcolo analitico:
 modello trave curva
 a flessione*

*Disuniformità in
 senso trasversale*

Elementi solidi 3D (“Brick”)

Esercizio: Gancio di sollevamento – SOLID185

Visualizzazione risultati:



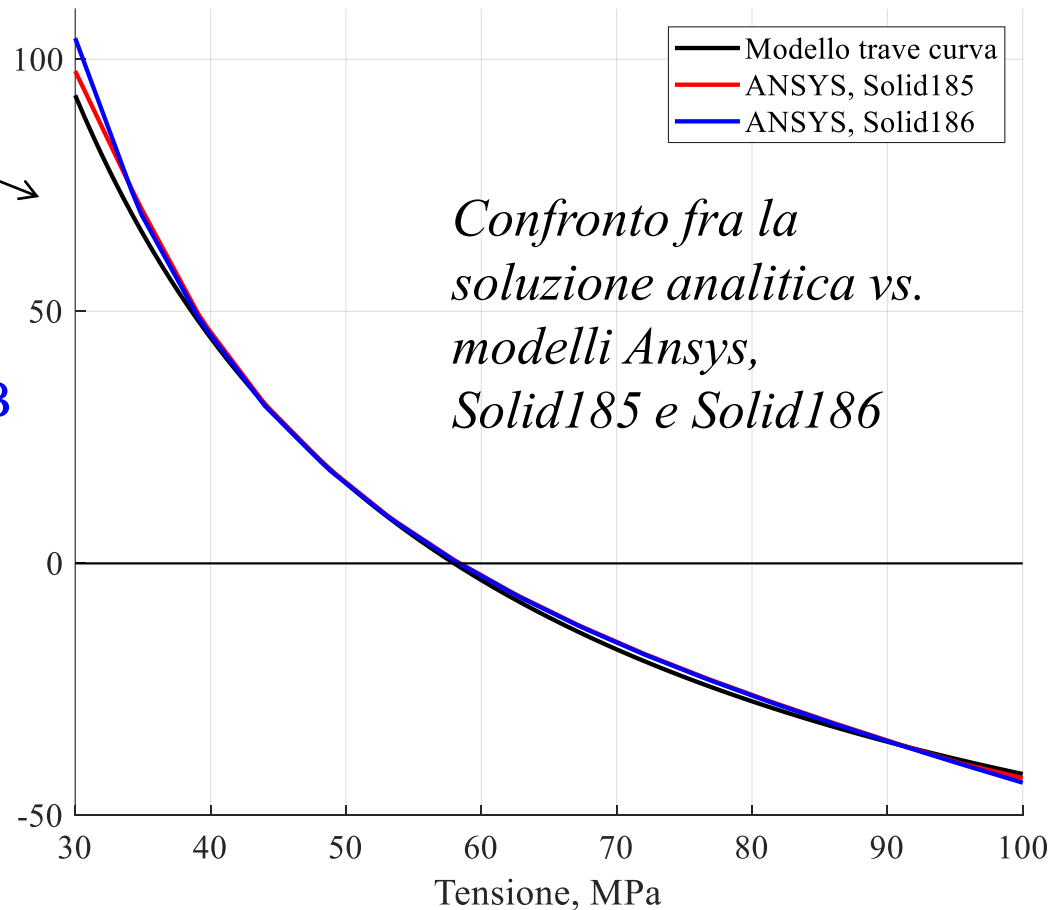
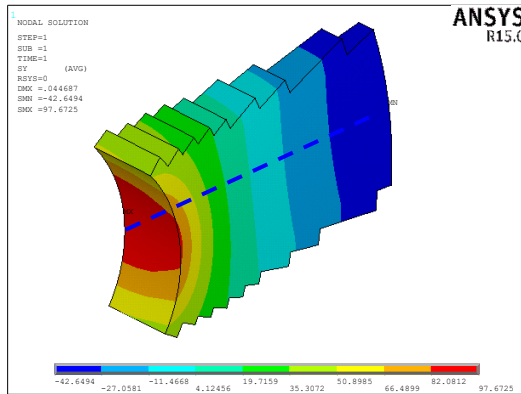
- Path componente di tensione (**path, ppath, pdef**)

- Salvataggio su file (**/output, /header**)

- Reazioni vincolari (**prrsol**)

Elementi solidi 3D (“Brick”)

Esercizio: Gancio di sollevamento – SOLID185



Output numerico

PRINT ALONG PATH DEFINED BY LPATH		
1	0.0000	104.19
2	0.70000	99.108
3	1.4000	94.022
4	2.1000	88.937
5	2.8000	83.851
6	3.5000	78.765
7	4.2000	73.679
8	4.9000	69.158
9	5.6000	65.764
10	6.3000	62.370
11	7.0000	58.977
12	7.7000	55.583
13	8.4000	52.190
14	9.1000	48.796
15	9.8000	46.026
16	10.500	43.567
17	11.200	41.108
18	11.900	38.649
19	12.600	36.190
20	13.300	33.731
21	14.000	31.272
22	14.700	29.395
23	15.400	27.517
24	16.100	25.639
25	16.800	23.761
26	17.500	21.884
27	18.200	20.006
28	18.900	18.255
29	19.600	16.759
30	20.300	15.263
31	21.000	13.766
32	21.700	12.270

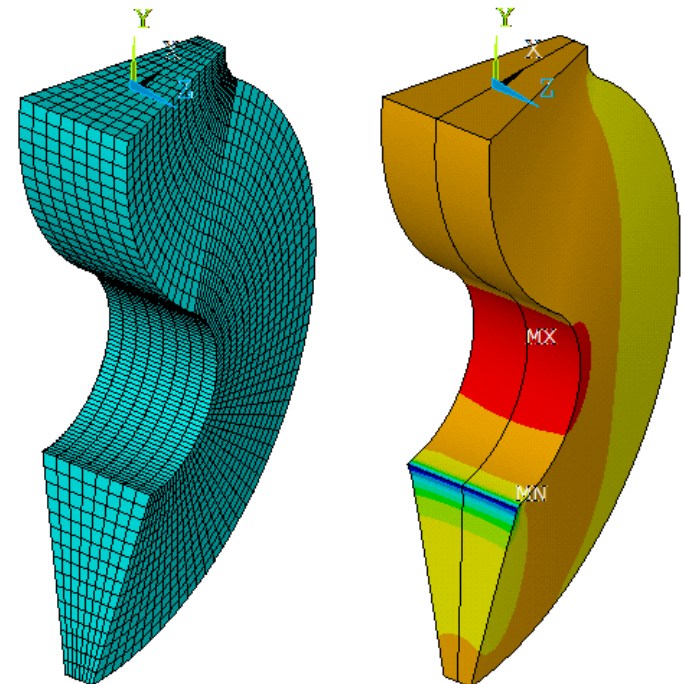
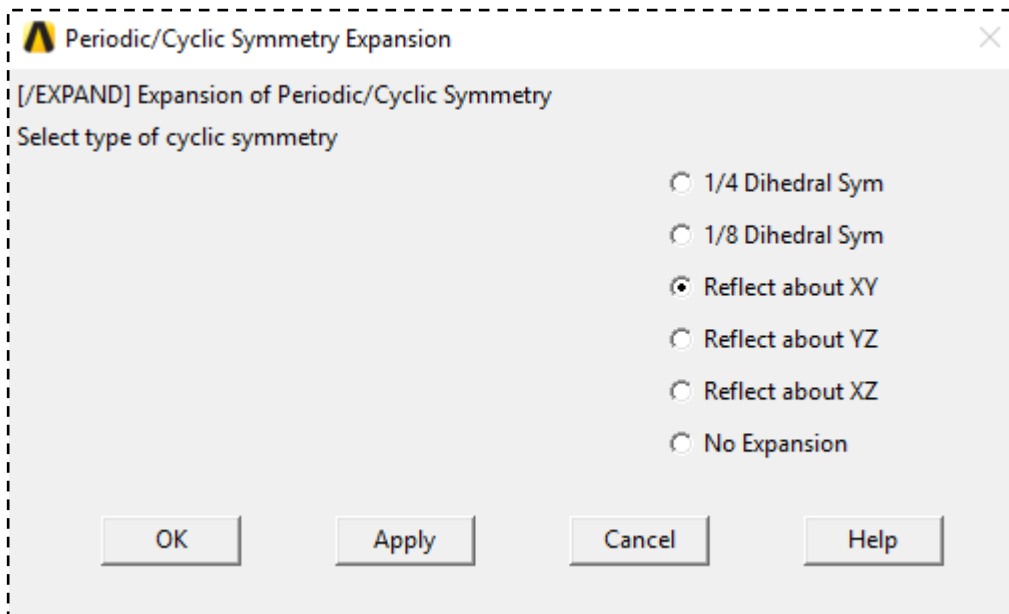
Script di MATLAB

```
Gancio_ConfrontoSoluzioni.m
1 % Confronto risultati, Gancio modellazi
2 clc, close all
3 clearvars
4 set(0,'DefaultAxesFontName','Times'), s
5
6 % modello trave curva
7 r_G = 58.000;
8 r_N = 52.024;
9 r_I = 30;
10 r_E = 100;
11 A = 1750;
12 P = 20E3;
13 M = P*r_G;
14 % distribuzione sigma
15 r = r_I:(r_E-r_I)/100:r_E;
16 y = r-r_N;
17 e = r_G-r_N;
18 sigma_mod = -M*y./(e*A*x)+P/A;
19
20 % risultati ANSYS
21 load('path_sy_185.txt')
22 load('path_sy_186.txt')
23
24 % plot
25 figure, hold on, grid on
26 plot(x,sigma_mod,'k-', 'linewidth',2)
27 plot(r_I+path_sy_185(:,1),path_sy_185(:,2),'r-', 'linewidth',2)
28 plot(r_I+path_sy_186(:,1),path_sy_186(:,2),'b-', 'linewidth',2)
29 plot([r_I r_E],[0 0],'k-', 'linewidth',1)
30 xlabel('Coordinata path, mm')
31 xlabel('Tensione, MPa')
32 axis([r_I r_E -50 110])
33 legend('Modello trave curva','ANSYS, Solid185','ANSYS, Solid186')
34
```

Elementi solidi 3D (“Brick”)

Esercizio: Gancio di sollevamento – SOLID185

Possibilità di applicare l'espansione di simmetria:
 PlotCtrls → Style → Symmetry Expansion →
 Periodic/Cyclic Symmetry ...



N.B.: L'espansione di simmetria ha solo valenza grafica, nodi ed elementi non sono duplicati

Difficoltà computazionale elementi solidi 3D

Elementi monodimensionali:

Link / Beam / Pipe

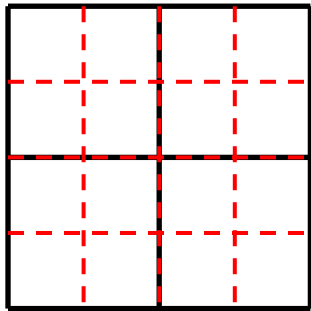


Es. divisione di un fattore 2 del lato dell'elemento

$$n_{\text{gdl}} \rightarrow 2n_{\text{gdl}}$$

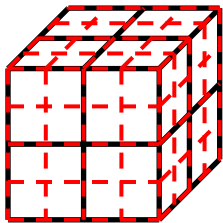
Elementi di superficie:

Plane / Shell



Es. divisione di un fattore 2 del lato dell'elemento

$$n_{\text{gdl}} \rightarrow 2^2 n_{\text{gdl}}$$



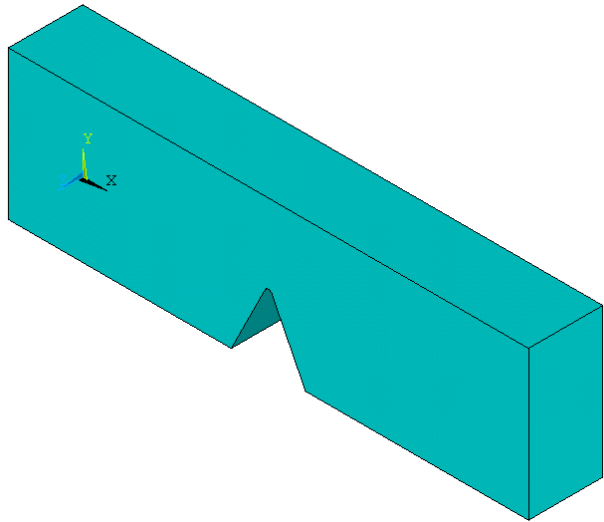
Elementi di volume:
Brick

Es. divisione di un fattore 2 del lato dell'elemento

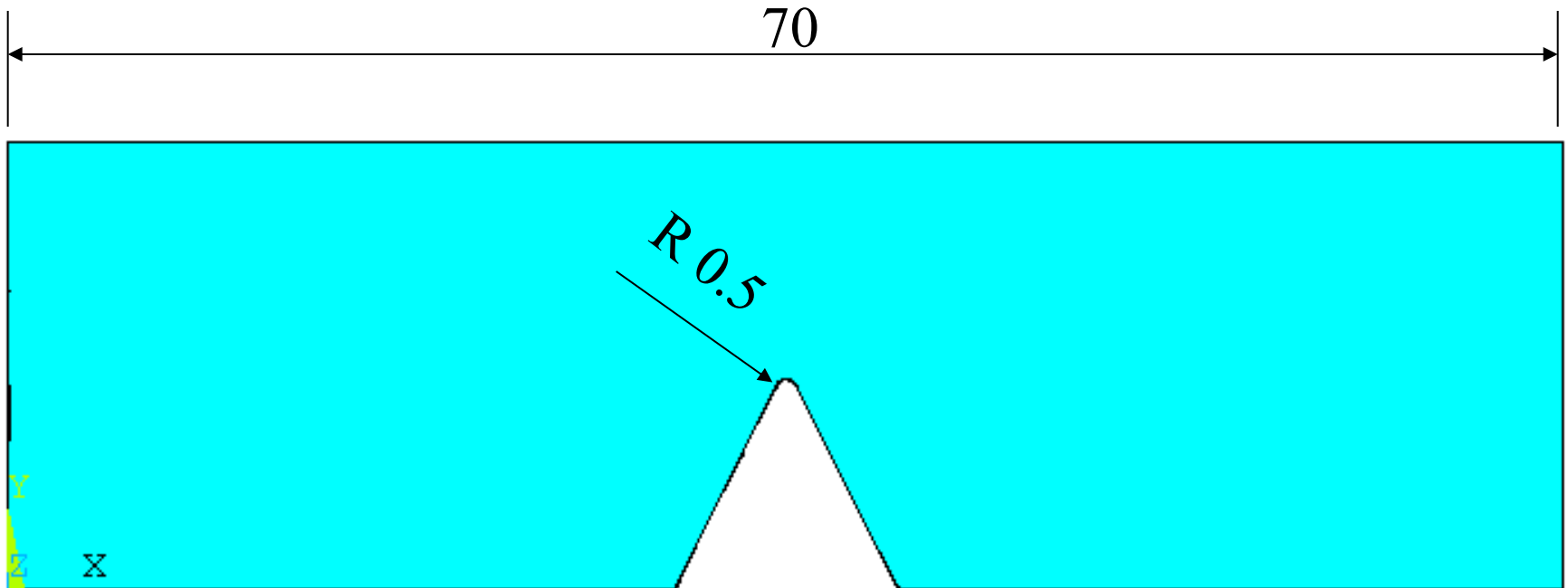
$$n_{\text{gdl}} \rightarrow 2^3 n_{\text{gdl}}$$

aumento di quasi un ordine
di grandezza ($\times 8$)

Analisi per sottomodello (“submodelling”)

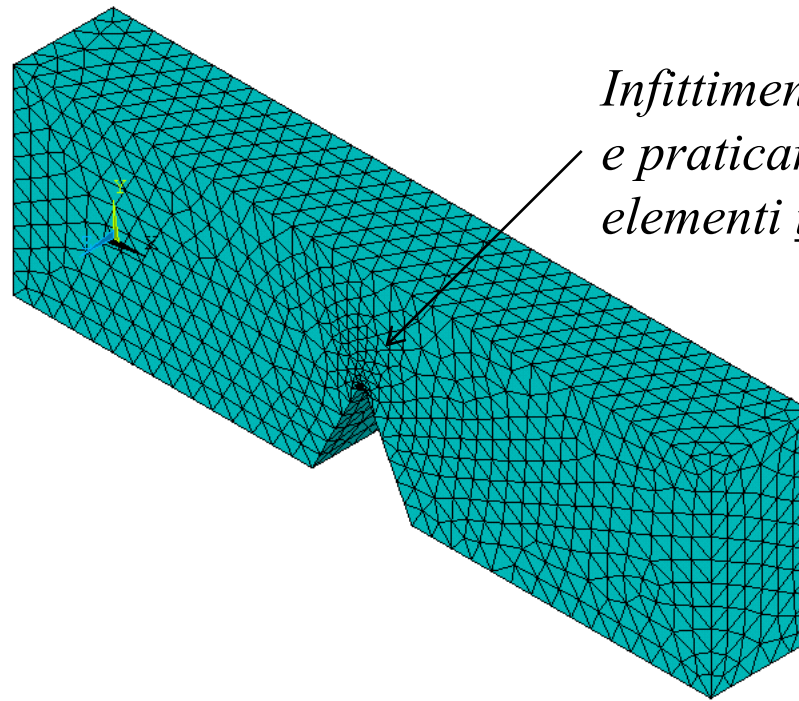


Stato di tensione spesso fortemente dipendente da parametri geometrici locali (es. raggio di raccordo)



Analisi per sottomodello (“submodelling”)

No sottomodello: L’analisi richiederebbe una “mesh” localmente molto infittita (elementi piccoli rispetto al raggio di raccordo)



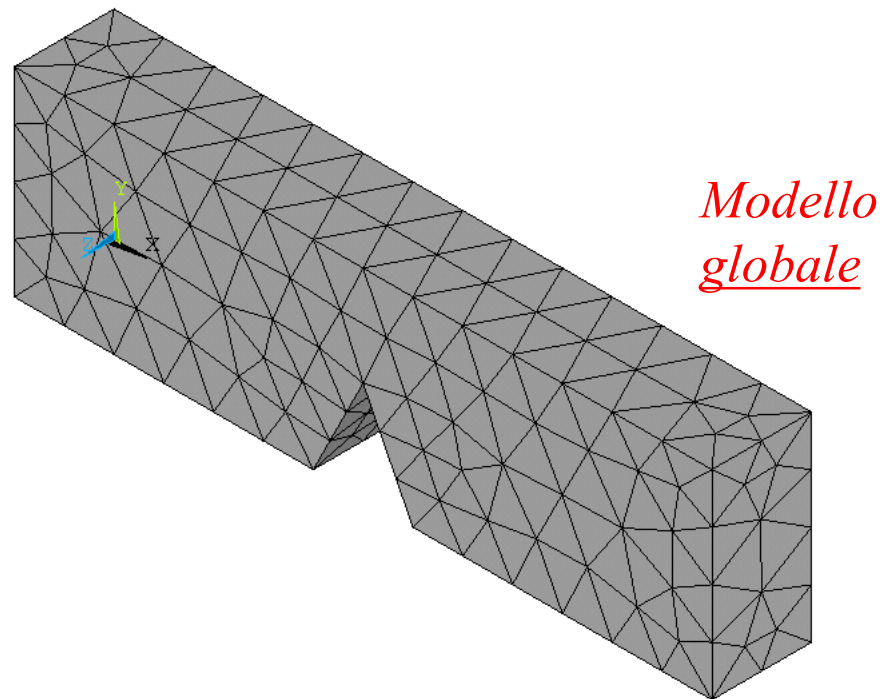
*Infittimento poco efficiente in 3D,
e praticamente possibile solo con
elementi tetraedrici*

Modello complesso (inclusione di tutti i dettagli geometrici)
e molto pesante dal punto di vista computazionale essendo
elementi Brick 3D

Analisi per sottomodello (“submodelling”)

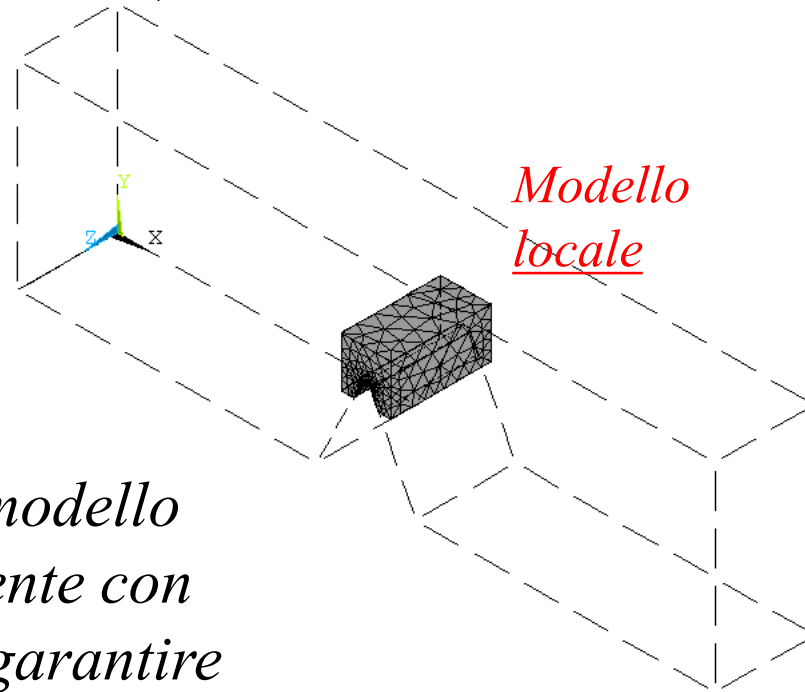
Possibile alternativa: approccio per sottomodello

Fase 1: viene costruito un modello relativamente grossolano della struttura, che può essere anche privo dei dettagli geometrici, e vengono applicati vincoli e carichi. Tuttavia, la presenza dei dettagli geometrici nella zona di interesse è utile per l'accuratezza del risultato finale.



Analisi per sottomodello (“submodelling”)

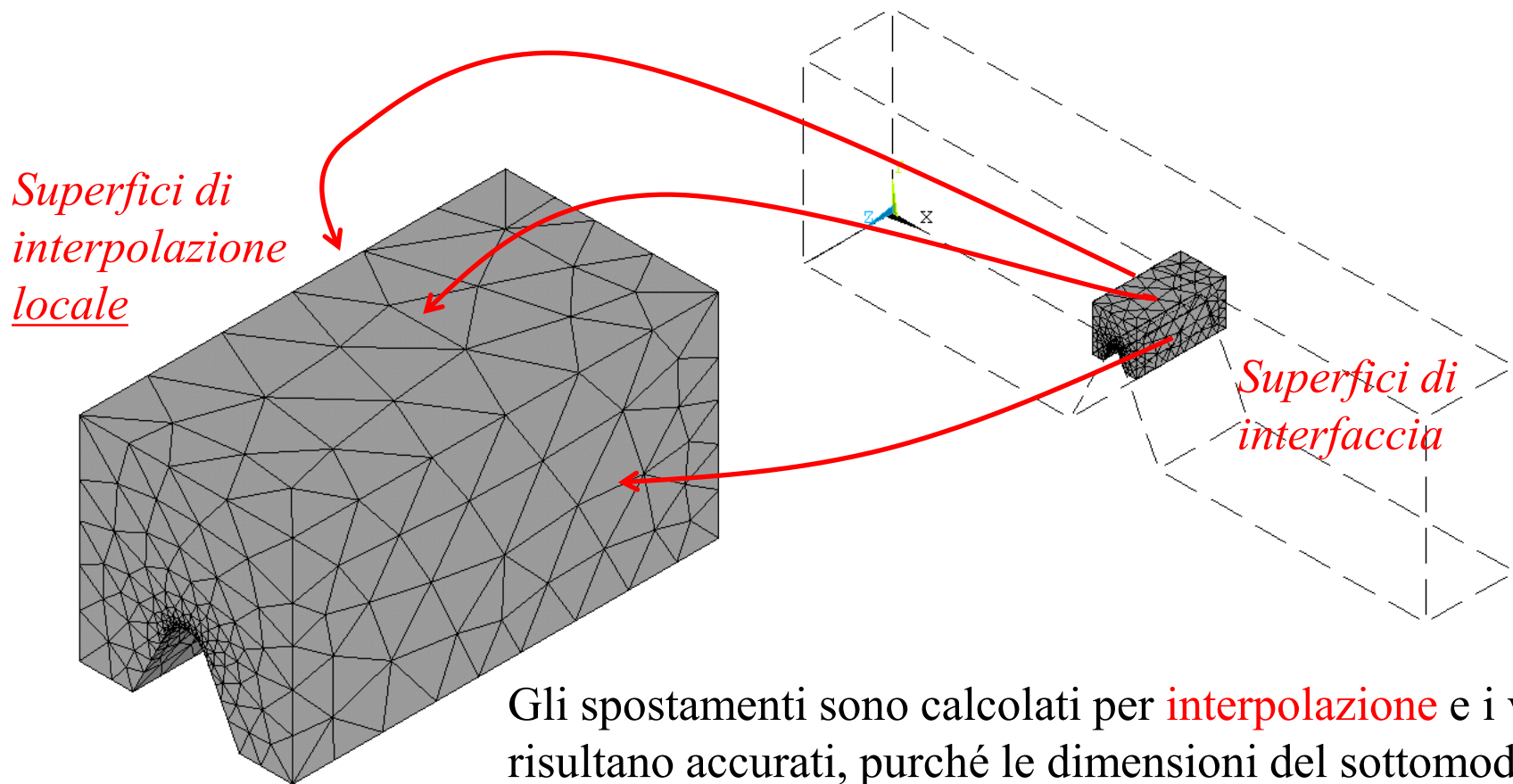
Fase 2: viene costruito un modello con una mesh molto migliore, che rappresenta la sola zona attorno al dettaglio geometrico (sottomodello o modello locale)



N.B.: La posizione del modello locale deve essere coerente con quella del globale, per garantire la corretta interpolazione degli spostamenti (mostrata di seguito)

Analisi per sottomodello (“submodelling”)

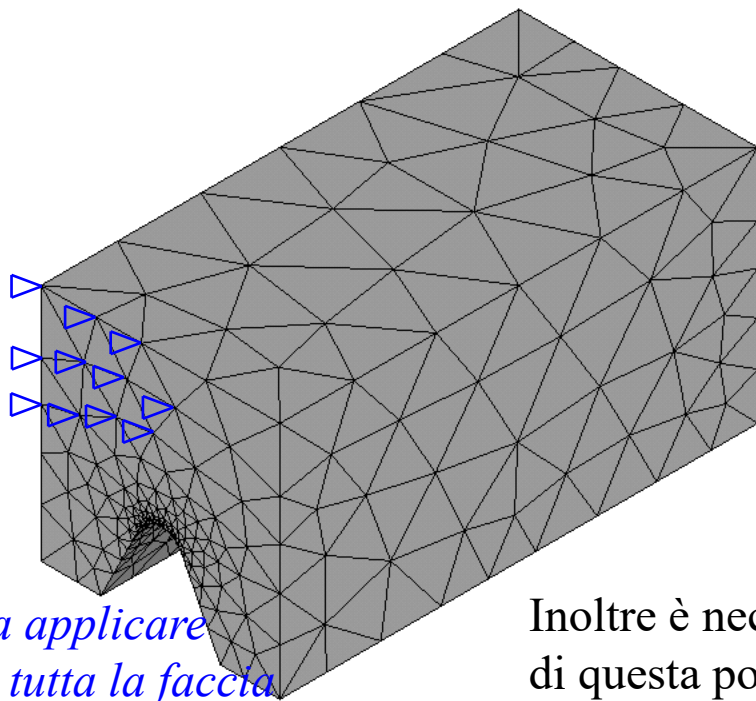
Fase 3: il modello globale viene impiegato per calcolare lo stato di spostamento dei nodi giacenti sulle superfici esterne (di interfaccia) del sottomodello



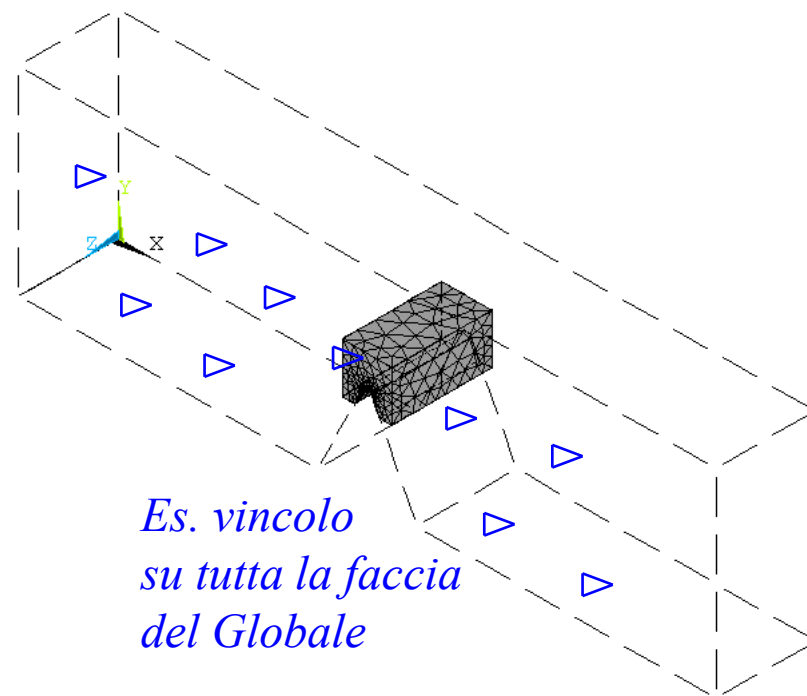
Gli spostamenti sono calcolati per **interpolazione** e i valori risultano accurati, purché le dimensioni del sottomodello siano grandi rispetto al dettaglio geometrico

Analisi per sottomodello (“submodelling”)

Fase 3: il modello globale viene impiegato per calcolare lo stato di spostamento dei nodi giacenti sulle superfici esterne (di interfaccia) del sottomodello



*Da applicare
su tutta la faccia
del sottomodello*

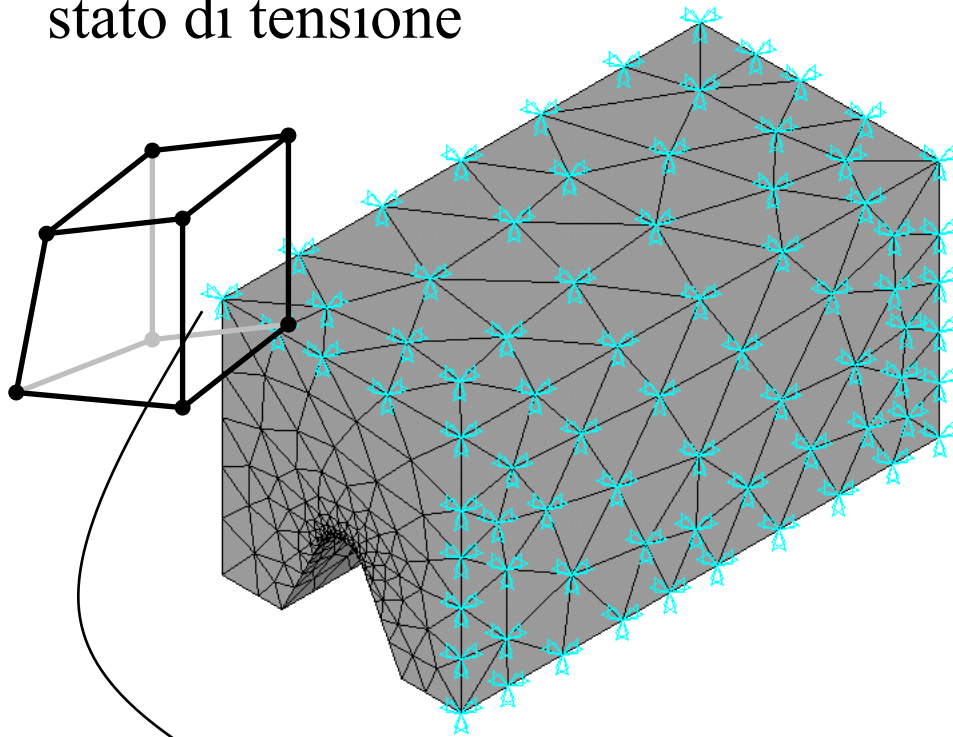


*Es. vincolo
su tutta la faccia
del Globale*

Inoltre è necessario riprodurre tutte le condizioni al contorno di questa porzione del modello, includendo le **eventuali forze**, concentrate e/o distribuite, o **eventuali vincoli**

Analisi per sottomodello (“submodelling”)

Fase 4: gli spostamenti stimati sulla superficie sono imposti al sottomodello come condizione di carico, valutando il relativo stato di tensione



*Gli spostamenti sono ottenuti interpolando le **funzioni di forma** della soluzione globale nelle posizioni nodali delle superfici di interfaccia del modello locale*

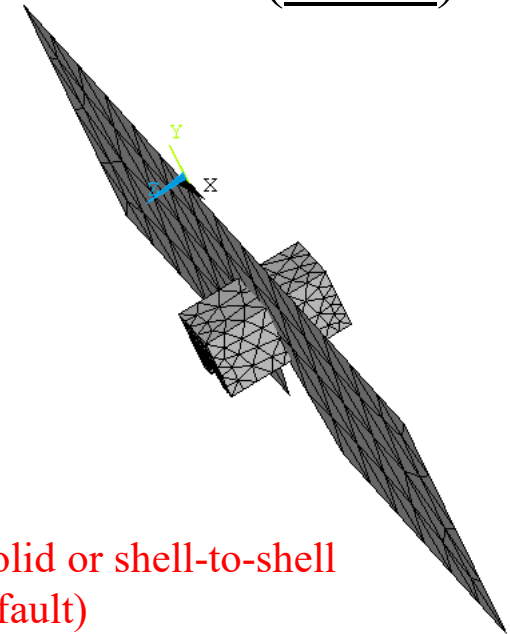
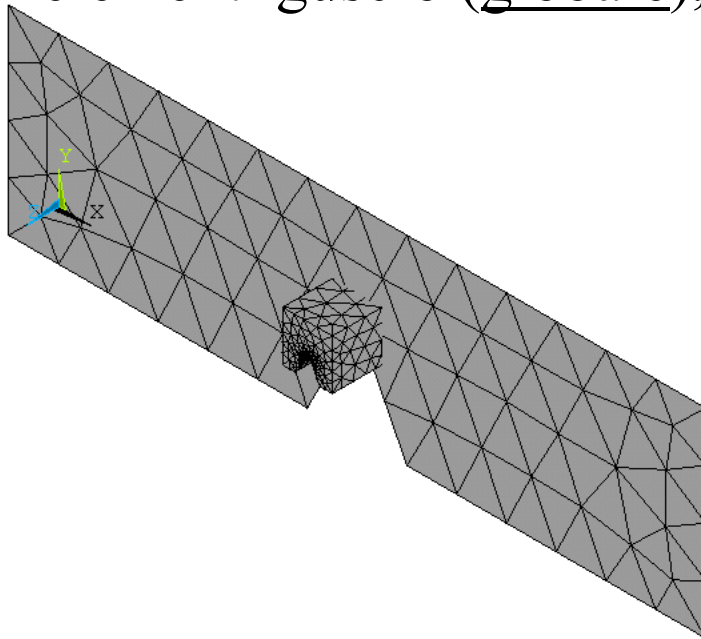
N.B.: proprio per questo motivo il sottomodello deve trovarsi nella posizione corrispondente alla zona che rappresenta rispetto al modello Globale

→ Interpolazione, es.:

$$u_x = A + Bx + Cy + Dz + Exy + Fxz + Gyz + Hxyz$$

Analisi per sottomodello (“submodelling”)

In alcuni casi è utile passare da un modello fatto con elementi piani, o con elementi guscio (globale), ad un sottomodello 3D (locale)



KSHS:

0 - Solid-to-solid or shell-to-shell submodel (default)

1 - Shell-to-solid submodel

Opzione sul comando CBDOF (descritto dopo):

CBDOF, Fname1, Ext1, --, Fname2, Ext2, --, KPOS, Clab, **KSHS**

/input, Fname2,cbdo

/input, Fname2,cbdo,,:cb1



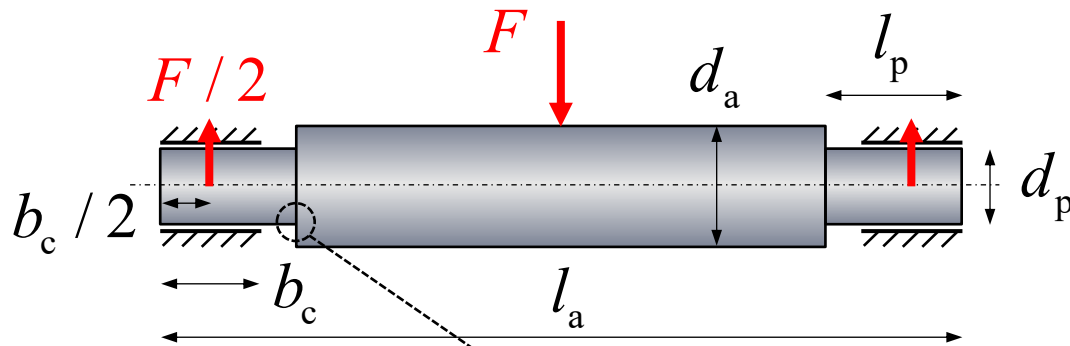
Analisi per sottomodello

Procedura

1. Analizzare e salvare il modello Globale, salvare i parametri
2. Pulire il database (/CLEAR) e cambiare il jobname (/FILENAME) per evitare di sovrascrivere i file
3. Creare il sottomodello Locale. N.B.: la posizione del sottomodello rispetto al riferimento cartesiano globale deve corrispondere alla porzione del modello Globale che si vuole studiare
4. Effettuare l'interpolazione degli spostamenti:
 - (a) selezionare i nodi sui bordi del sottomodello e salvarli in un file (NWRITE)
 - (b) riselezionare tutto e salvare il sottomodello
 - (c) richiamare il modello Globale (RESUME)
 - (d) effettuare l'interpolazione con il comando CBDOF
5. Riaprire il sottomodello (RESUME), entrare nell'ambiente di soluzione (/solu) e imporre gli spostamenti attraverso la lettura del file .cbdox creato precedentemente.
N.B.: Si devono duplicare, sul sottomodello, tutti i carichi o le condizioni al contorno che esistevano sul modello Globale
6. Risolvere il sottomodello Locale ed infine analizzare i risultati

Analisi per sottomodello

Esempio: stato di tensione raggio di raccordo



$$l_a = 200 \text{ mm}$$

$$d_a = 40 \text{ mm}$$

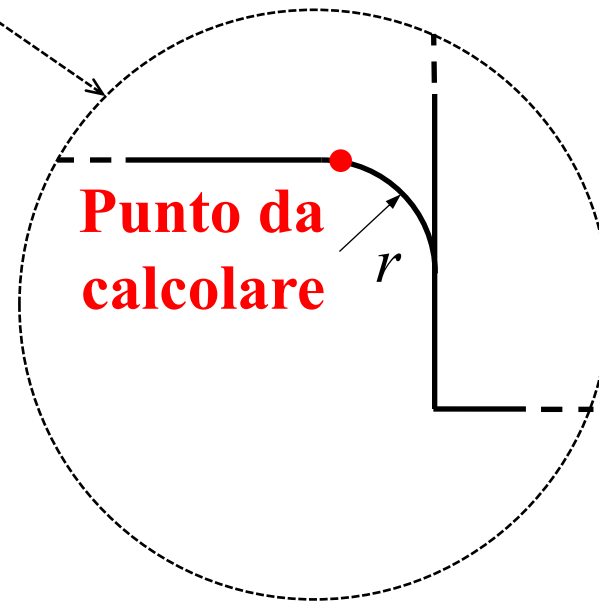
$$d_p = 30 \text{ mm}$$

$$b_c = 20 \text{ mm}$$

$$l_p = 30 \text{ mm}$$

$$r = 2 \text{ mm}$$

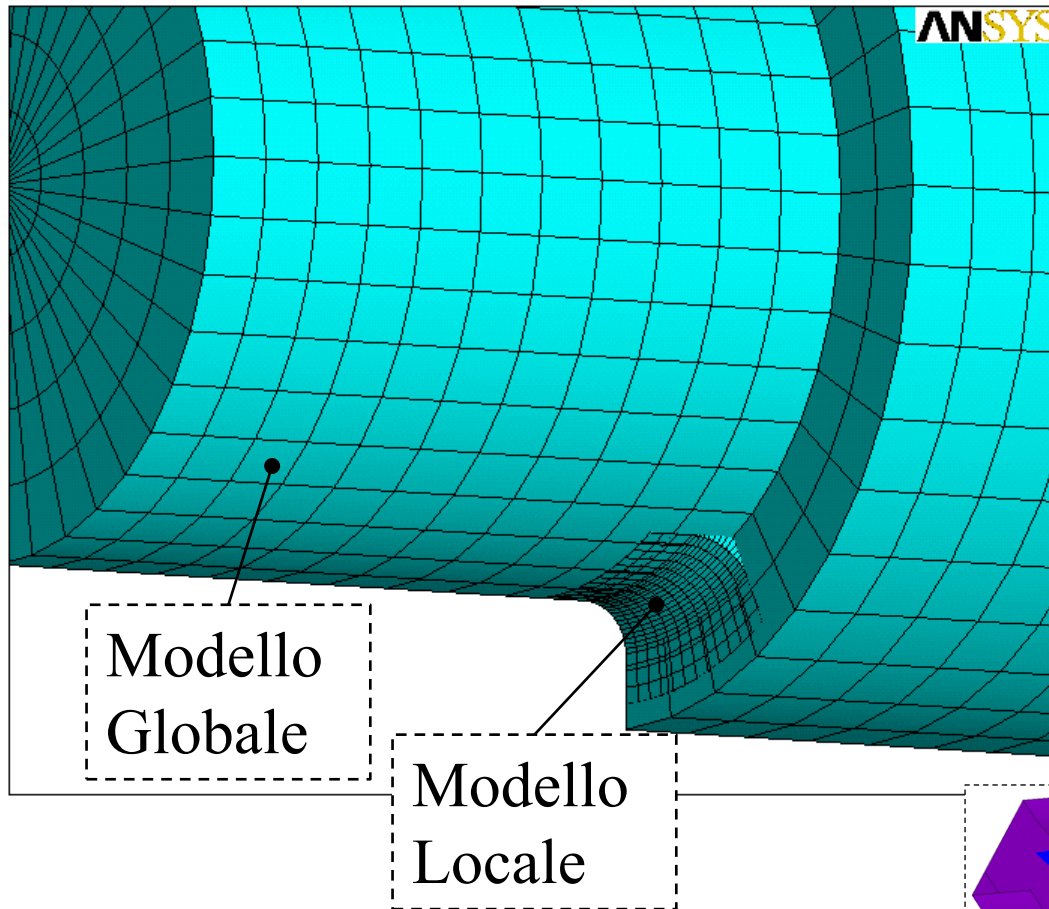
$$F = 5000 \text{ N}$$



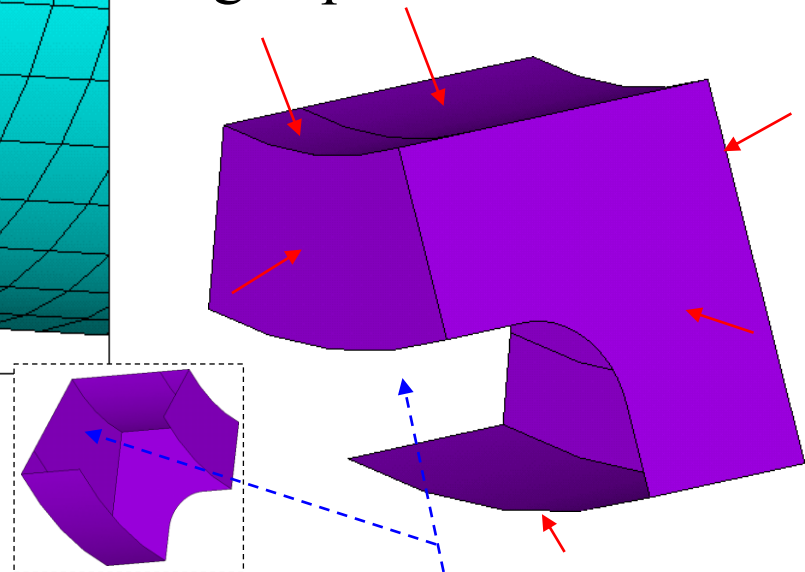
File di comandi: *SottomodelloRaccordoAlbero_Solid185.inp*

Analisi per sottomodello

Esempio: stato di tensione raggio di raccordo



Modello Locale:
Superfici di **interpolazione**
degli spostamenti



*N.B.: i due modelli, Globale e Locale,
vengono analizzati e risolti consecutivamente.
Non compaiono mai insieme!*

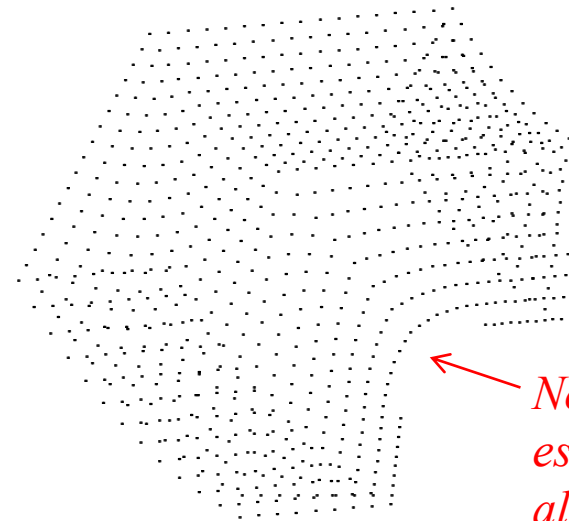
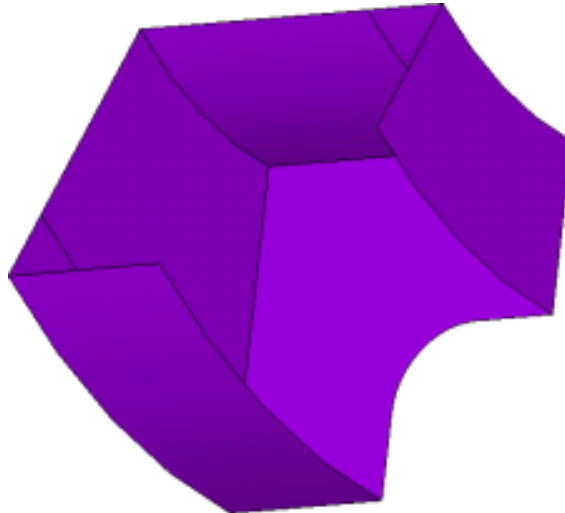
Superficie **esclusa** dalla selezione,
successiva applicazione del
vincolo di **simmetria**

Analisi per sottomodello

Procedura

4. Effettuare l'interpolazione degli spostamenti:

- (a) selezionare i nodi sui bordi del sottomodello e salvarli in un file (NWRITE)
- (b) riselezionare tutto e salvare il sottomodello
- (c) richiamare il modello Globale (RESUME)
- (d) effettuare l'interpolazione con il comando CBDOF



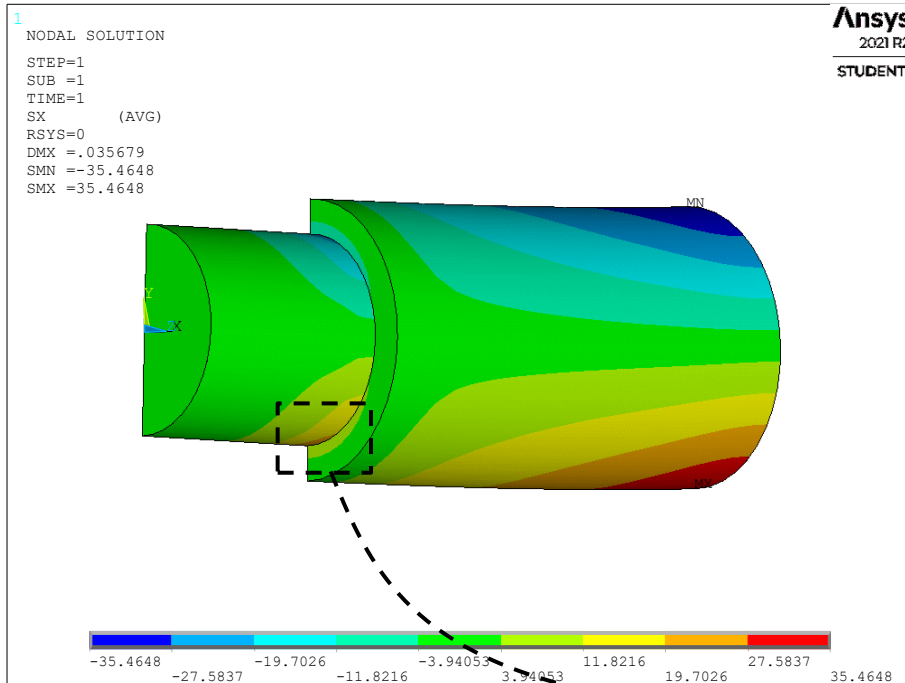
Nodi su raccordo da escludere perché esterni al modello globale

```

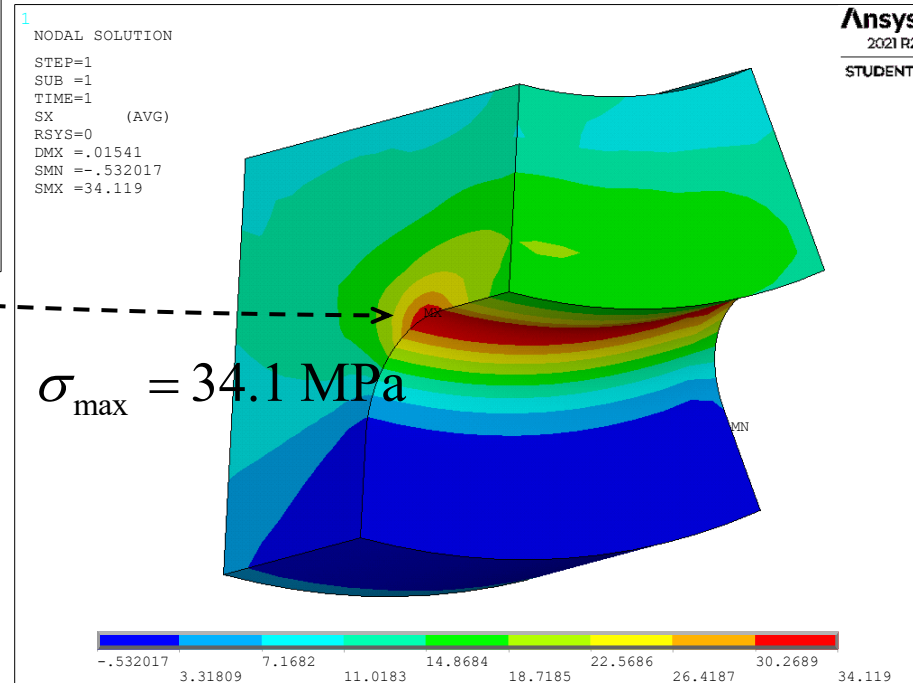
1 :CB1
2 /COM ** CBDOF CONSTRAINTS ** LOAD STEP = 1 SUBSTEP = 1
3 D, 335,UX ,-0.388563484E-02
4 D, 335,UY ,-0.105035936E-01
5 D, 335,UZ ,-0.570143781E-04
6 D, 337,UX ,-0.384235207E-02
7 D, 337,UY ,-0.109704689E-01
8 D, 337,UZ ,-0.533651711E-04
9 D, 338,UX ,-0.386399345E-02
10 D, 338,UY ,-0.107370312E-01
11 D, 338,UZ ,-0.551897746E-04
12 D, 340,UX ,-0.406371336E-02
13 D, 340,UY ,-0.105032816E-01
    
```

Analisi per sottomodello

Soluzione



Soluzione modello Globale



Soluzione sottomodello Locale