



Corso di
Metodi Computazionali per l'Analisi Strutturale (MCAS)
CLM Ing. Veicoli/Meccanica

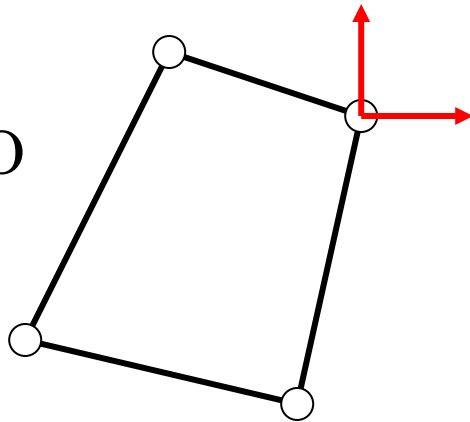
Parte II A

Principali tipi di elemento e loro impiego

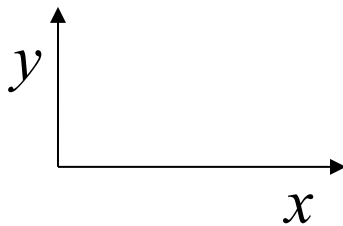
Principali tipi di elemento

2D

SOLIDO

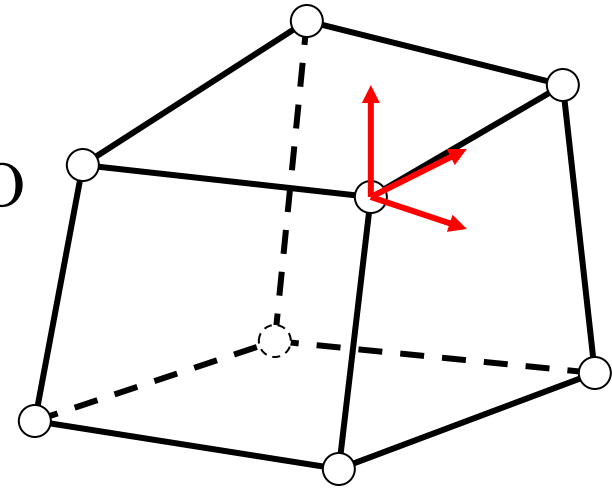


Pb. di meccanica dei Solidi nel piano

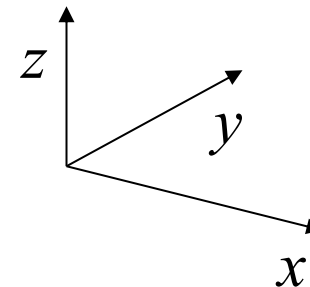


3D

SOLIDO

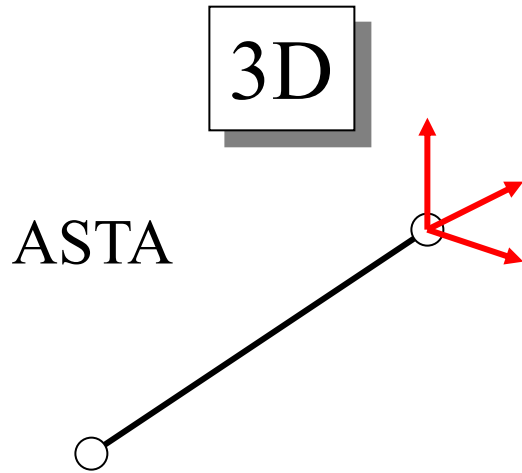


Pb. di meccanica dei Solidi in 3D

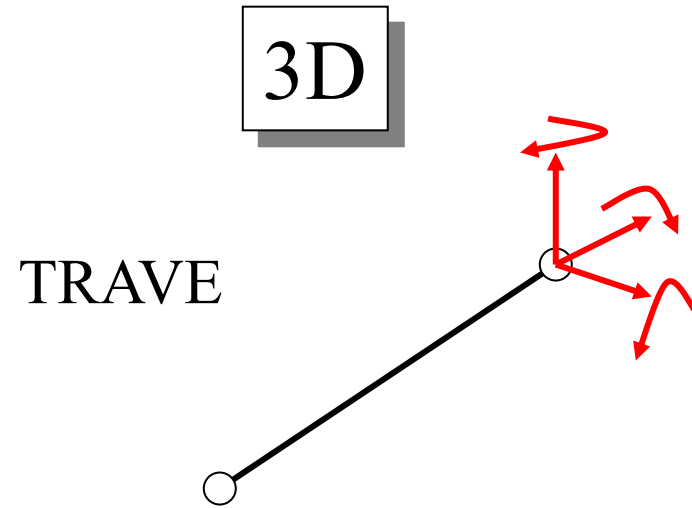




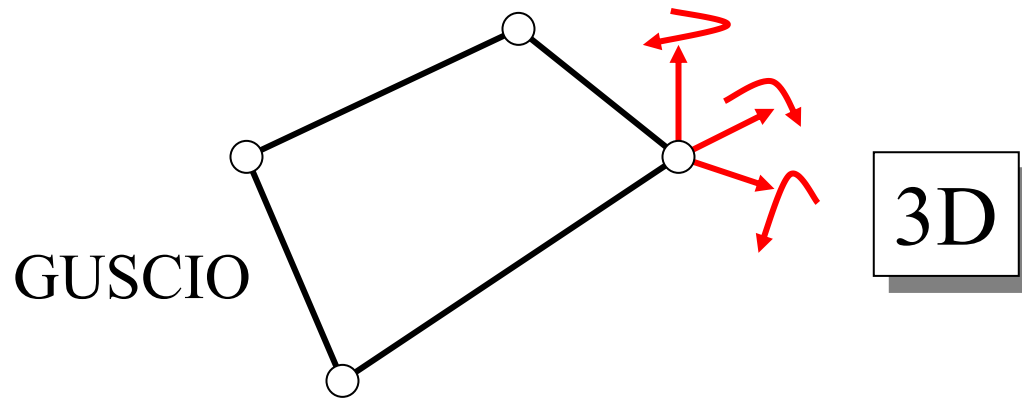
Principali tipi di elemento



Travature reticolari



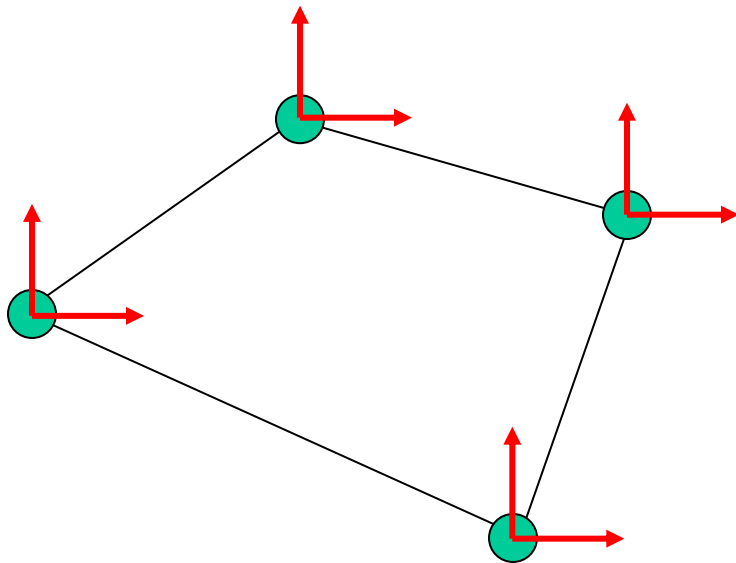
Telai, strutture a travi



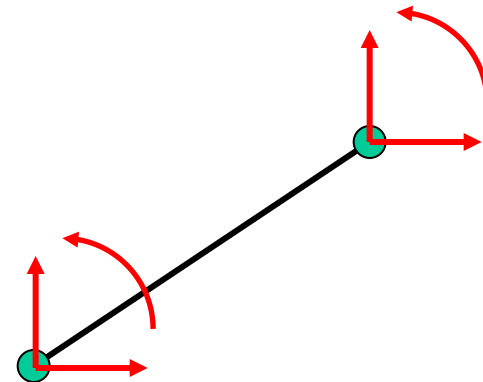
Piastra/guscio 3D

Elementi Solidi vs. Asta/Trave/Guscio

Elementi *solidi*: ogni nodo (punto) rappresenta un **punto** del continuo (eventualmente piano) dotato di tre (due) g.d.l.



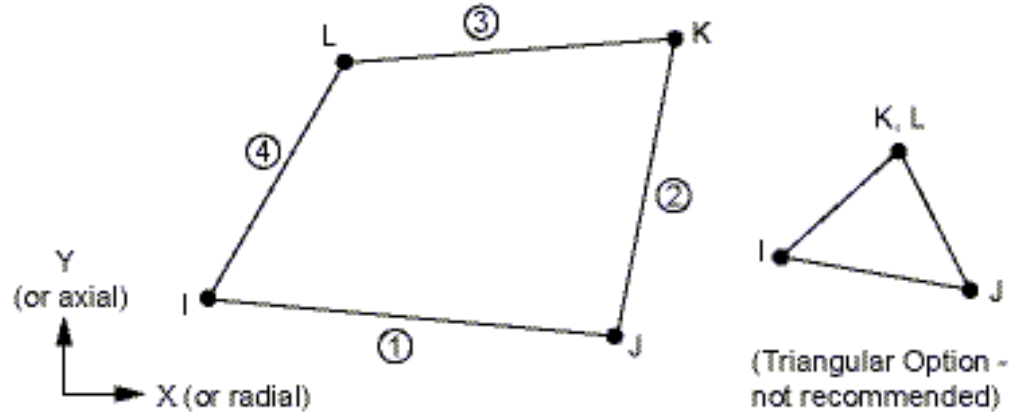
Elementi *strutturali* (asta/trave): ogni nodo (punto) rappresenta una **sezione** e quindi ha sei (tre in 2D) g.d.l.



Elementi *strutturali* (piastra/ guscio): ogni nodo (punto) rappresenta uno **spessore** tramite sei g.d.l.

Elementi Piani

Figure 182.1: PLANE182 Geometry

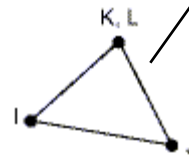
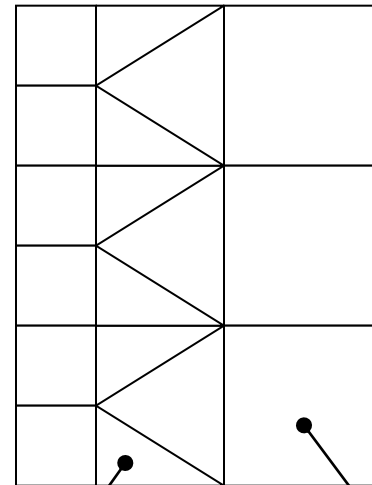
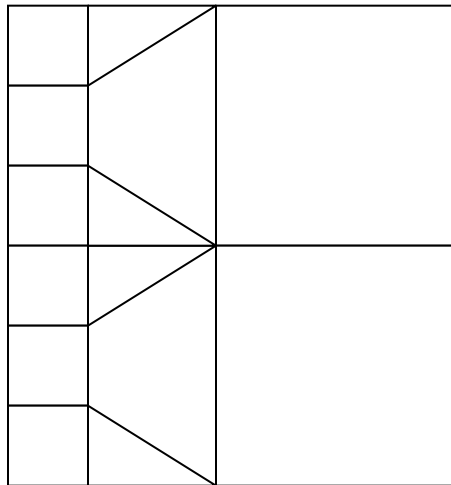


Problemi di elasticità piana

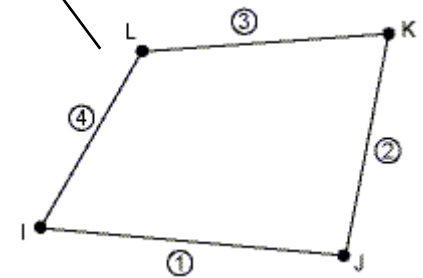
- 4 (3) nodi
- 2 g.d.l /nodo
- differenti “classi” di problemi, di cui i principali:
 - Lastre in stato piano di tensione (“plane stress”)
 - Corpi in stato piano di deformazione (“plane strain”)
 - Corpi assialsimmetrici (“axi-symmetric”)

Elementi Piani

Esempi di zone di transizione per gestire diversi livelli di infittimento



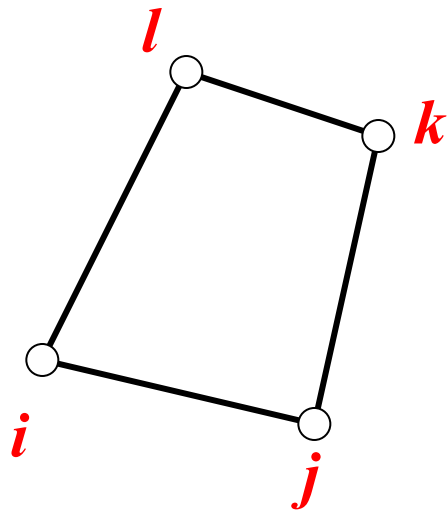
Triangolo



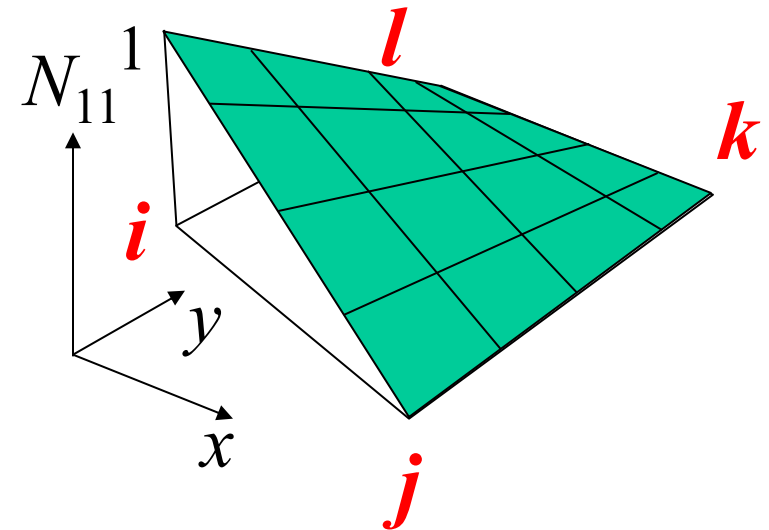
Quadrilatero

Elementi Piani

Rispetto all'elemento triangolare è possibile scrivere 4 condizioni (invece di 3) per ciascuna delle f.ni di forma



$$\begin{cases} N_{11}(x_i, y_i) = 1 \\ N_{11}(x_j, y_j) = 0 \\ N_{11}(x_k, y_k) = 0 \\ N_{11}(x_l, y_l) = 0 \end{cases}$$



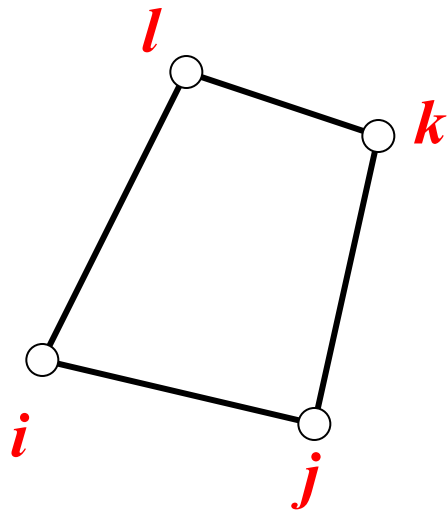
Per tale motivo, le f.ni di forma hanno un'espressione a 4 parametri, che include un termine misto xy (no x^2 oppure y^2)

$$N_{11}(x, y) = A_{11} + B_{11}x + C_{11}y + D_{11}xy$$

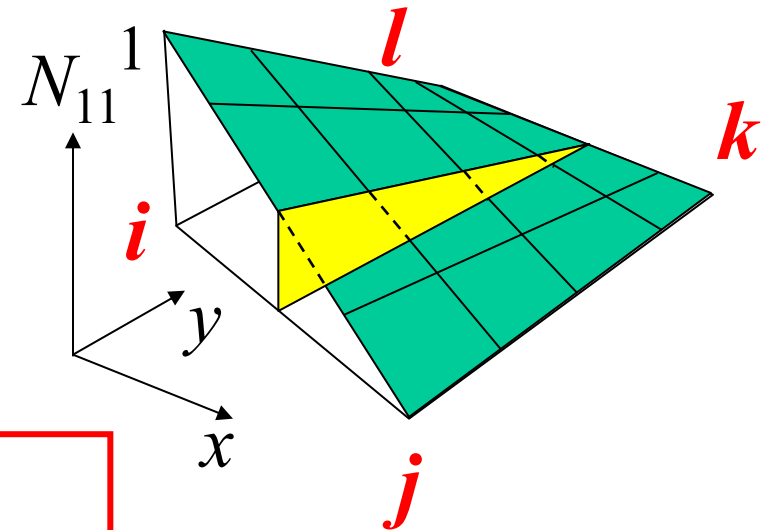
Elementi Piani

Rispetto all'elemento triangolare è più complesso (invece di 3) per ciascuna delle f.ni d

Superficie rigata: ogni sezione con piani “ $x = cost$ ” mostra una variazione lineare con “ y ” e viceversa



$$\begin{cases} N_{11}(x_i, y_i) = 1 \\ N_{11}(x_j, y_j) = 0 \\ N_{11}(x_k, y_k) = 0 \\ N_{11}(x_l, y_l) = 0 \end{cases}$$



Tuttavia muovendosi con una inclinazione x/y si ottiene invece un andamento parabolico

$$N_{11}(x, y) = A_{11} + B_{11}x + C_{11}y + D_{11}xy$$

Elementi Piani

Andamento tensioni/deformazioni

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} \\ \varepsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y} \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \end{cases}$$

$$N_{lm}(x, y) = A_{lm} + B_{lm}x + C_{lm}y + D_{lm}xy$$

$$\begin{cases} \varepsilon_x = a + b y \\ \varepsilon_y = c + d x \\ \gamma_{xy} = e + f x + g y \end{cases}$$

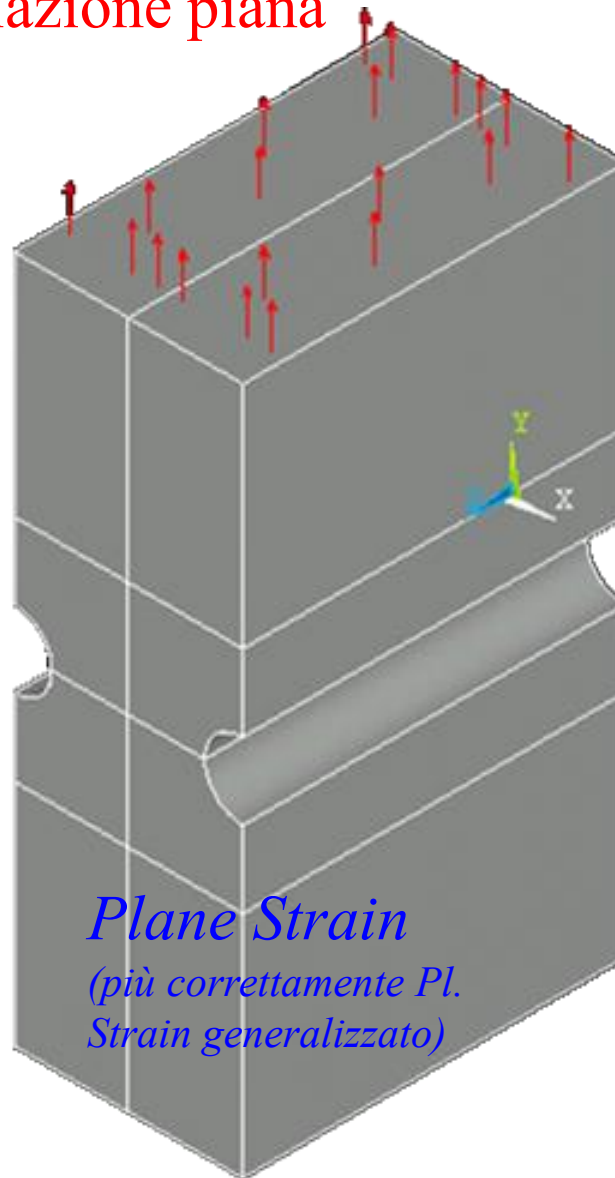
Deformazioni non più uniformi nell'elemento



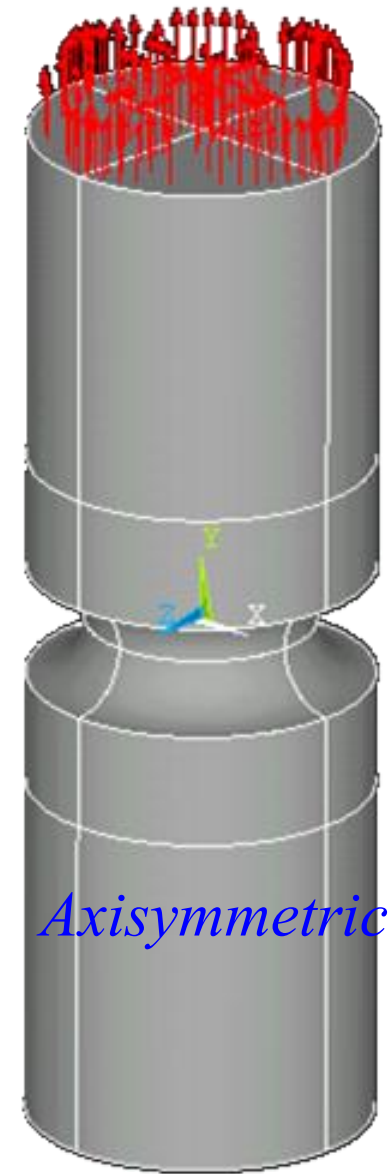
Esempi di applicazione come modellazione piana



Plane Stress



Plane Strain
(più correttamente Pl.
Strain generalizzato)

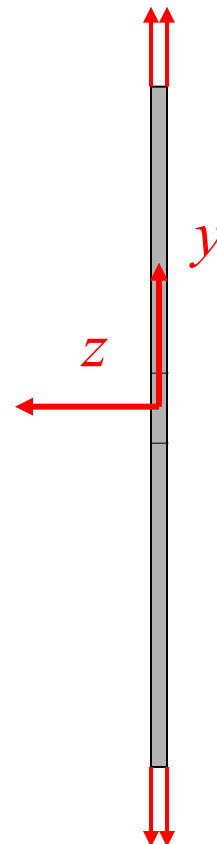
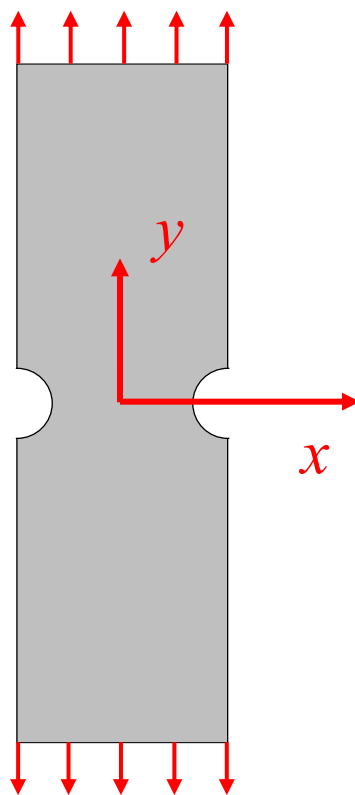


Axisymmetric

modelli equivalenti 3D

Elementi Piani - Stato piano di Tensione (Plane Stress)

- sono caratterizzati dall'aver la componente di tensione trasversale nulla su tutti i punti del modello
- si verificano tipicamente in corpi piani, di spessore piccolo rispetto alle altre dimensioni caratteristiche del problema, carichi nel loro piano medio



$$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy} \neq 0$$

$$\sigma_z = 0$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y)$$

$$\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$$

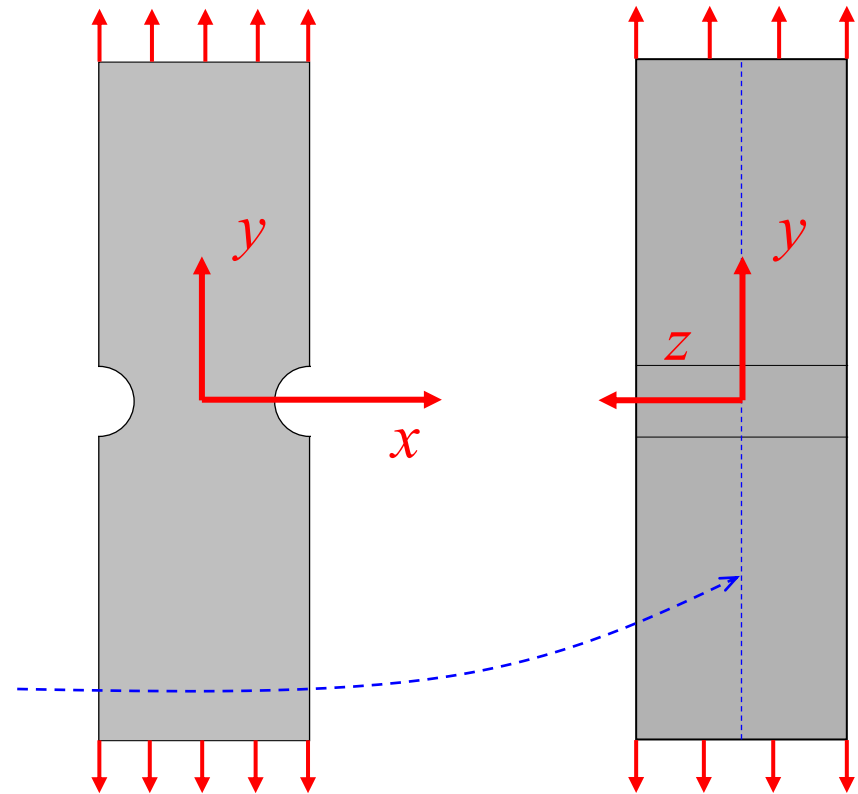
$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

Elementi Piani - Stato piano di Deformazione (Plane Strain):

Il modello giace sul piano “ $x-y$ ” e rappresenta una sezione, eseguita con un piano ortogonale all’asse z , della struttura. I carichi sono sempre definiti per unità di spessore.

*Modellazione nel piano $x-y$:
geometria, vincoli e carichi
nel piano*

*Corpi piani di elevato spessore
sviluppano una condizione
approssimabile a Plain strain
nell’intorno della mezzeria*



Elementi Piani - Stato piano di Deformazione (Plane Strain):

- sono caratterizzati dall'aver la componente di deformazione trasversale nulla su tutti i punti del modello
- se si impone uno spostamento nullo su tutti i punti del piano, su entrambe le facce laterali, si ottiene (forzatamente) una condizione di Plane strain esatta su tutto lo spessore

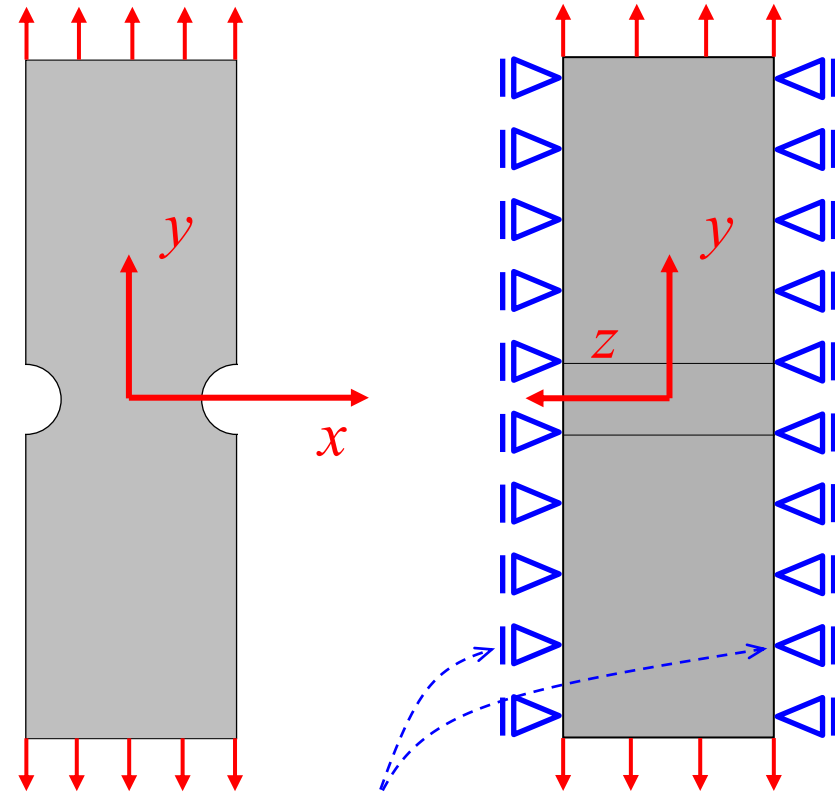
$$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy} \neq 0$$

$$\rightarrow \varepsilon_z = 0$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$$

$$\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$



Le porzioni di materiale laterali producono un vincolo alla deformazione secondo z

Stato piano di Def. Generalizzato (Generalized Plane Strain)

Alla soluzione Plane Strain si aggiunge un termine di tensione trasversale uniforme, in modo da annullare la risultante in direzione z , ottenendo il Generalized Plain Strain

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) + \bar{\sigma}_z$$

altre componenti

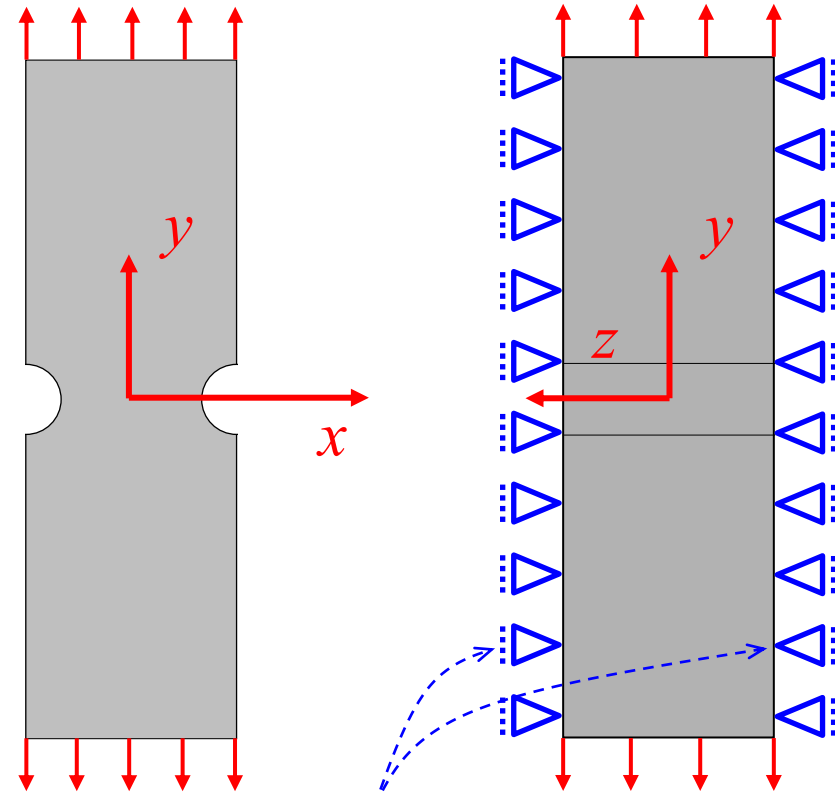
uguali a Plane strain:

$$\sigma_x, \sigma_y, \gamma_{xy} \neq 0$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) + \bar{\sigma}_z$$

$\bar{\sigma}_z$ è tale che: $\int \sigma_z = 0$, e $\bar{\sigma}_z$ unif.

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) = \frac{\bar{\sigma}_z}{E}$$

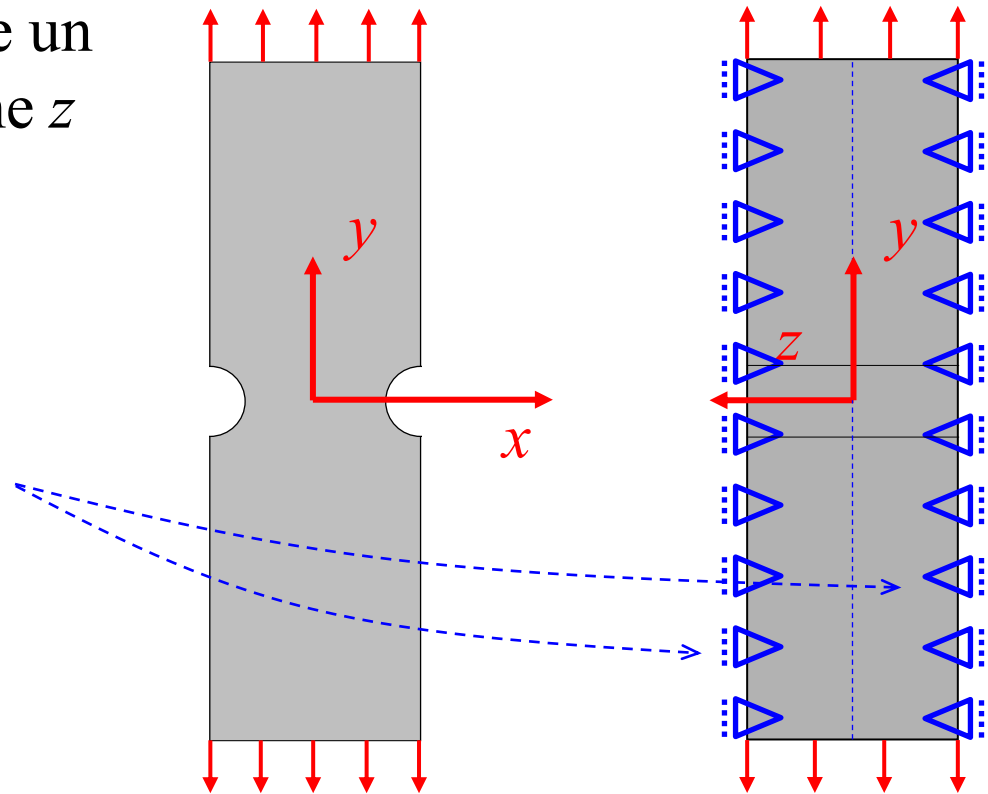


Per ottenere questo si impone spostamento uguale (non nullo) a tutti i punti di ciascuna faccia in direzione z

Stato piano di Def. Generalizzato (Generalized Plane Strain)

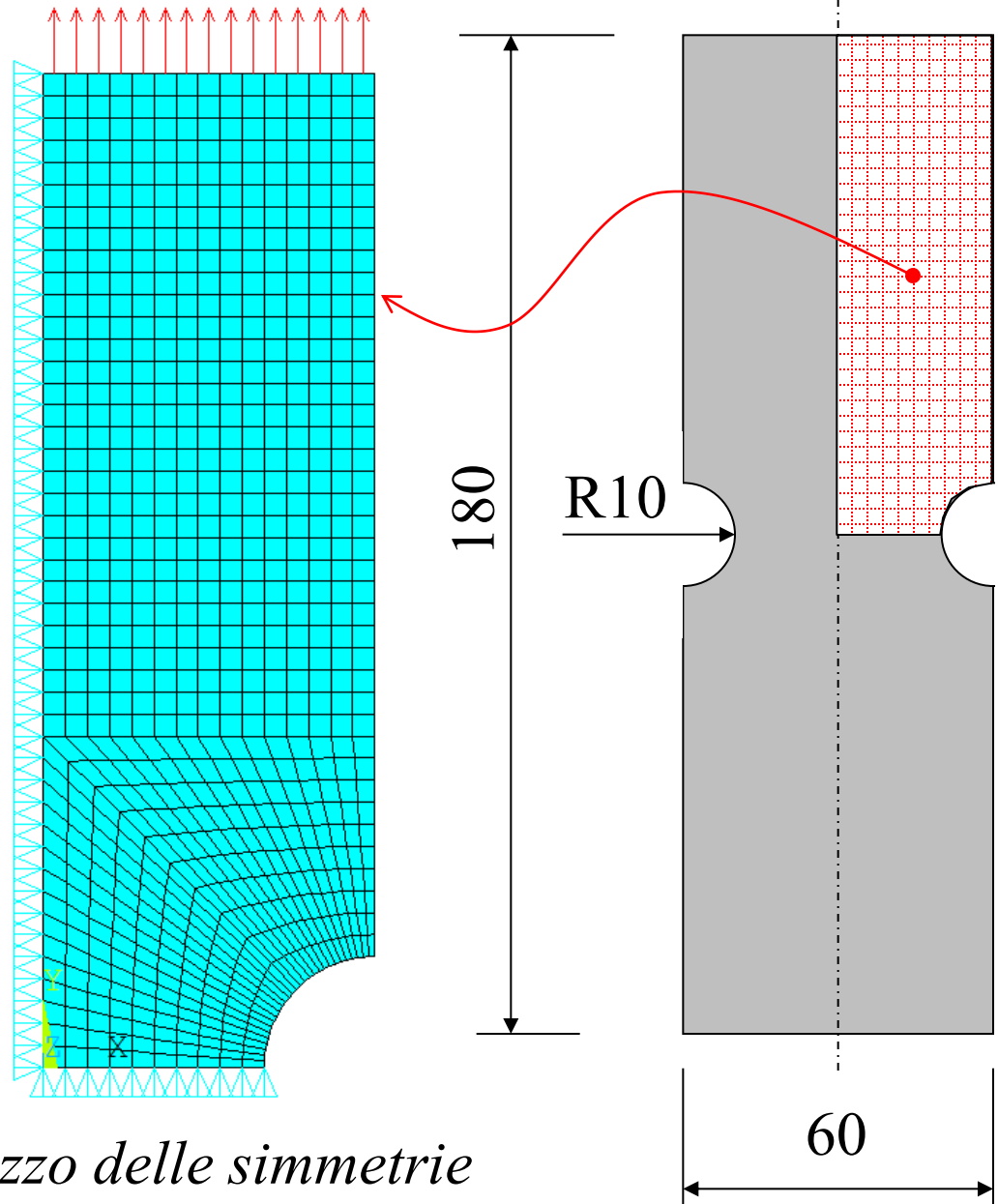
Un problema piano di elevato spessore è rappresentato con buona approssimazione dal Generalized Plain Strain nell'intorno della mezzeria dato che la presenza del materiale laterale impone un'impedita contrazione, senza generare un carico risultante in direzione z

In pratica è come se le condizioni di vincolo (relativo) in direzione z siano generate dalle porzioni di materiale in corrispondenza delle due zone laterali



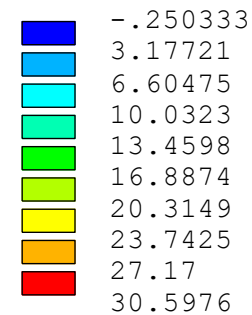
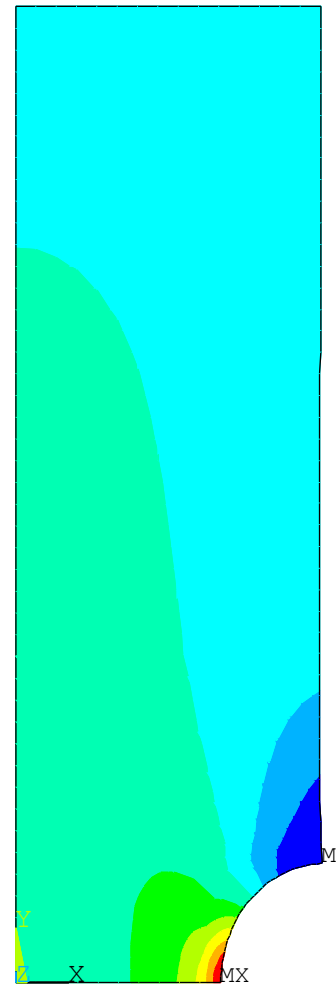
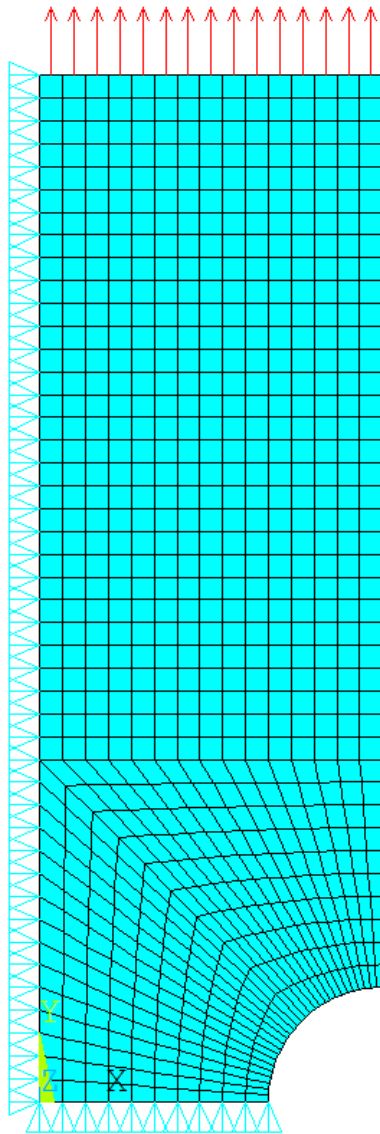
Elementi Piani

Il modello giace sul piano “ $x-y$ ” e rappresenta il piano della struttura. I carichi possono essere definiti considerando lo spessore (Plane stress w/thk) oppure per unità di spessore (Plane stress, default).



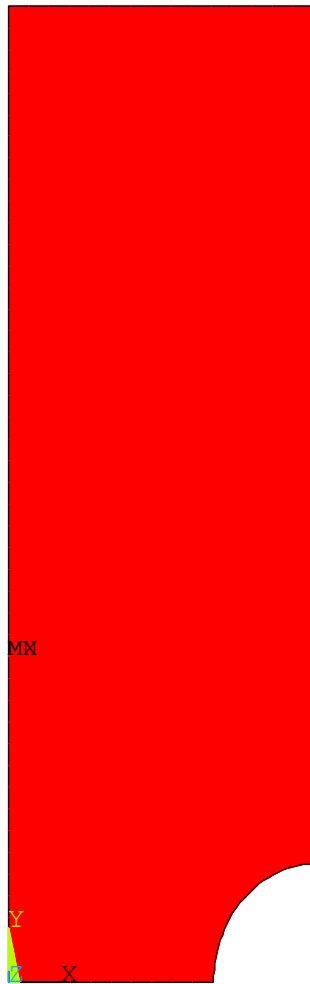
*Utilizzo delle simmetrie
(mostrato in seguito)*

Elementi Piani – Confronto soluzione Pl. Stress / Pl. Strain

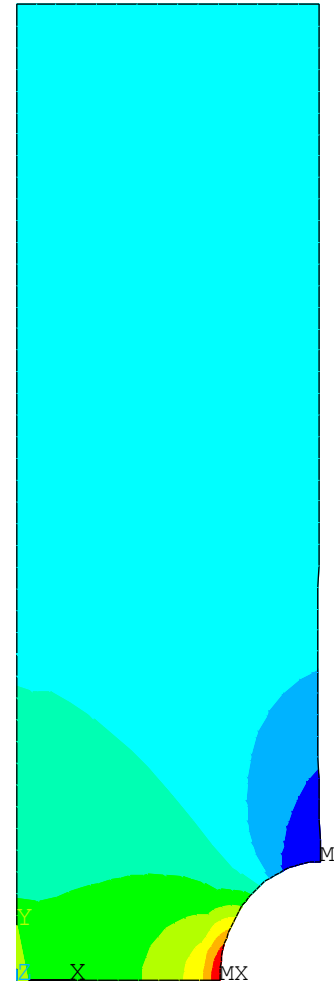


*Plane Stress – Soluzione nel piano,
Es.: S_y*

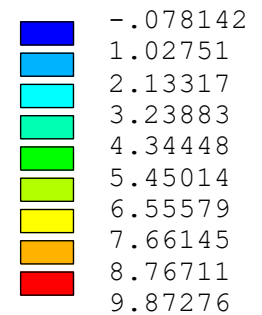
Elementi Piani – Confronto soluzione Pl. Stress / Pl. Strain



Plane Stress
Componente S_z nulla

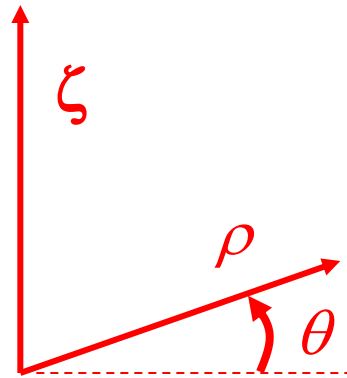


Plane Strain
Componente S_z non nulla

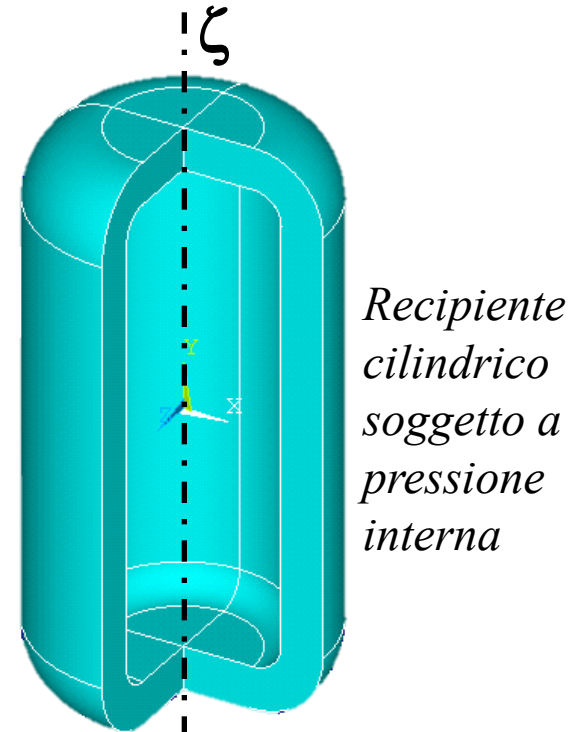


Elementi Piani - Stato assial-simmetrico (Axisymmetric):

- si verificano in corpi di geometria assial-simmetrica (ottenibile per rotazione di una sezione attorno ad un asse fisso ζ) carichi con carichi che presentano lo stesso tipo di simmetria
- fissato un SR cilindrico “ ρ, θ, ζ ”, per simmetria lo stato di tensione/deformazione risulta indipendente da θ e le componenti di spostamento in direzione circonferenziale (θ) risultano nulle: il problema può di conseguenza essere studiato come piano

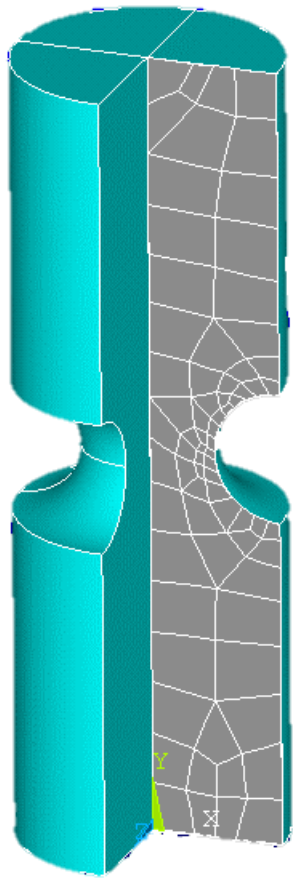


Modelli equivalenti 3D



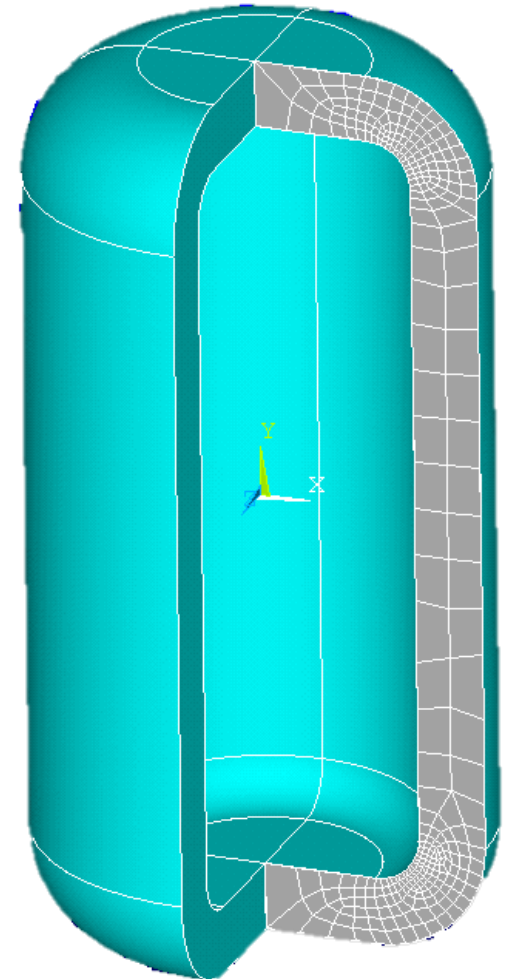
Elementi Piani - Stato assial-simmetrico (Axisymmetric):

Il modello deve rappresentare una sezione del corpo fatta con un piano passante per l'asse di simmetria

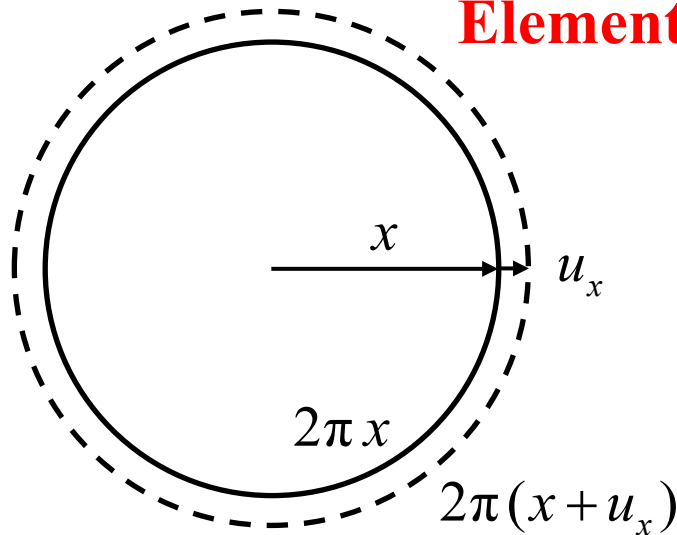


Un modello piano è
numericamente
molto più leggero
dell'equivalente
modello 3D!

Modelli equivalenti 3D
e area di modellazione



Elementi Piani - Stato assial-simmetrico



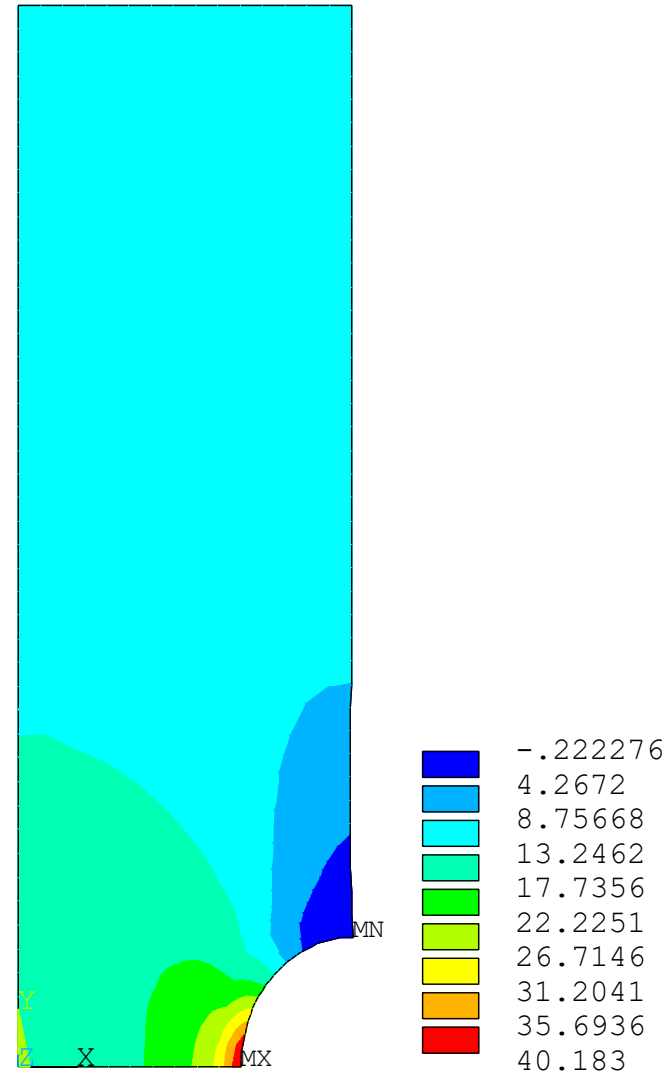
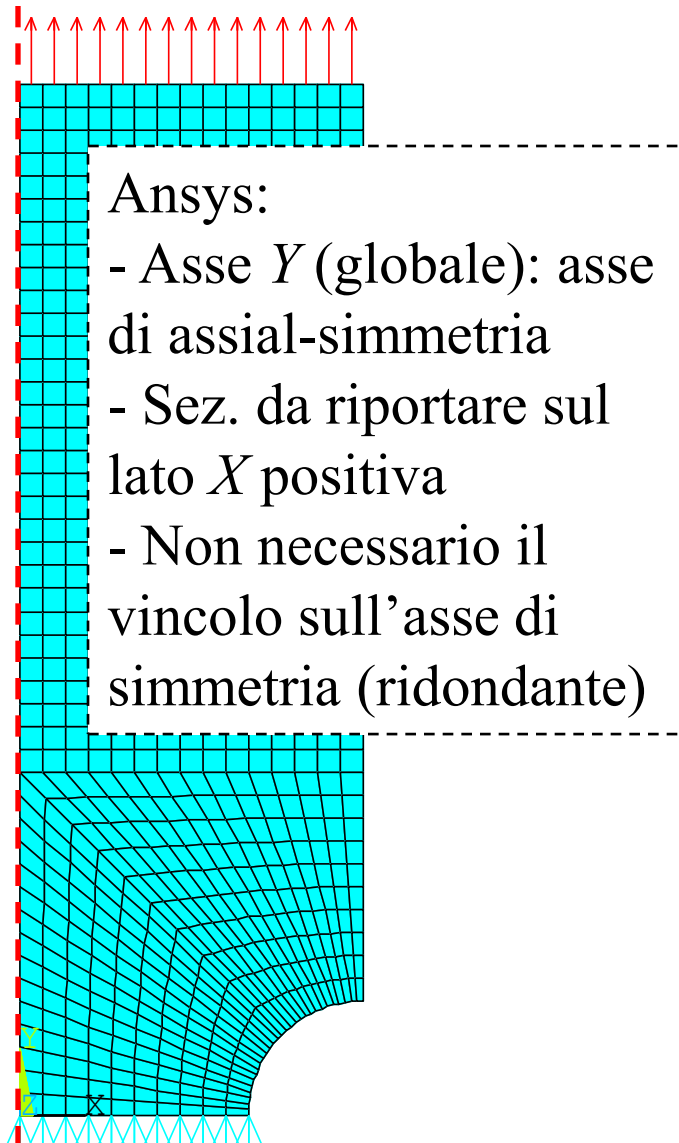
$$\varepsilon_{\theta} = \frac{2\pi(x + u_x) - 2\pi x}{2\pi x} = \frac{u_x}{x}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} \\ \varepsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y} \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \\ \varepsilon_{\theta} = \frac{u_x}{x} \end{array} \right.$$

Rispetto al caso “plane stress”
è necessario aggiungere una
componente di
deformazione/tensione

$$[L] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{1}{x} & 0 \end{bmatrix}$$

Elementi Piani - Stato assial-simmetrico



Componente S_y

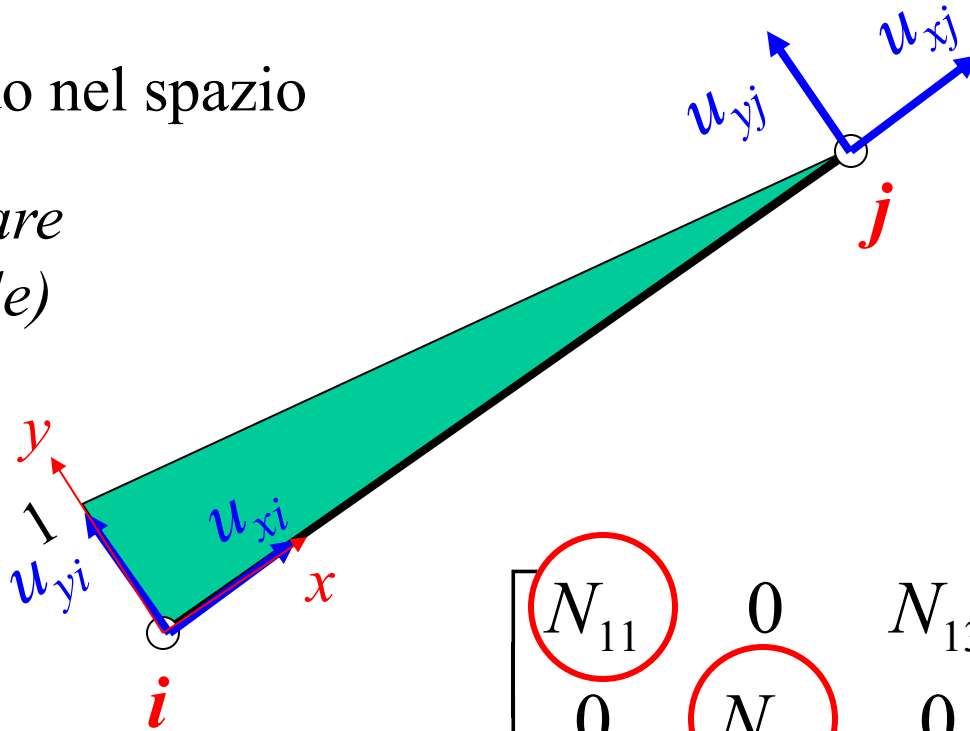
Elementi Asta

N° 2 nodi

N° 3 g.d.l. per nodo nel spazio

*F.ne di forma lineare
(monodimensionale)*

$$N_{11} = A_{11} + B_{11} x$$



$$\begin{bmatrix} N_{11} & 0 & N_{13} & 0 \\ 0 & N_{11} & 0 & N_{13} \end{bmatrix}$$

Espressione nel S.R. elemento:

$$N_{11} = (L-x)/L$$

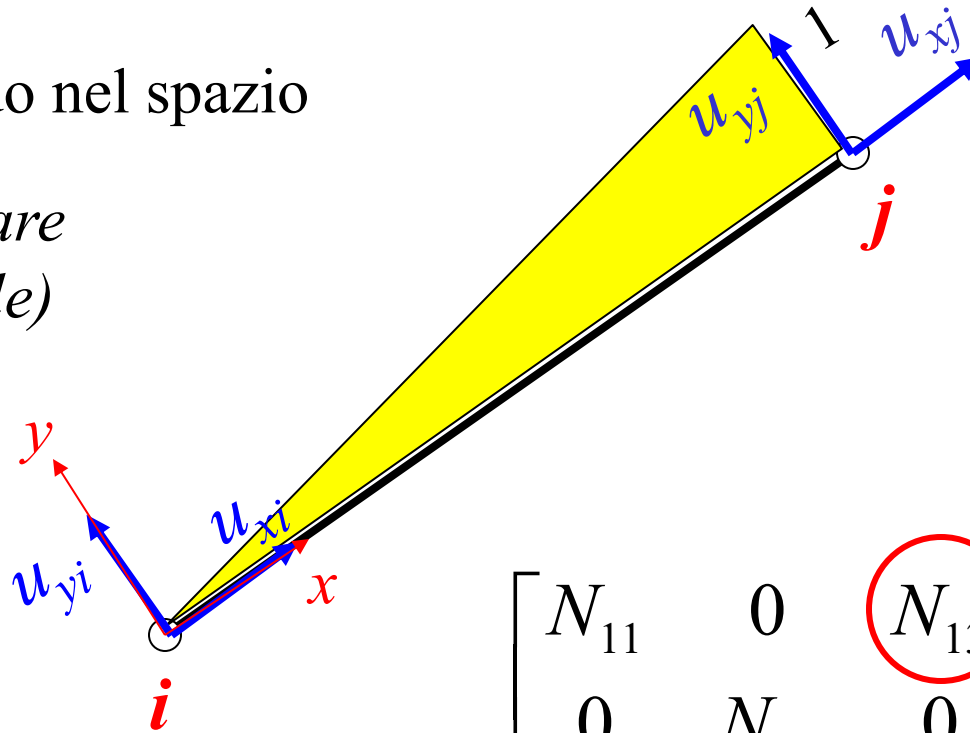
Elementi Asta

N° 2 nodi

N° 3 g.d.l. per nodo nel spazio

*F.ne di forma lineare
(monodimensionale)*

$$N_{13} = A_{13} + B_{13} x$$



$$\begin{bmatrix} N_{11} & 0 & N_{13} & 0 \\ 0 & N_{11} & 0 & N_{13} \end{bmatrix}$$

Espressione nel S.R. elemento:

$$N_{13} = x/L$$



Elementi Asta

OSSERVAZIONE: La soluzione ottenuta è **esatta**, nel senso che rappresenta senza errori lo stato di tensione/deformazione di un membro di una travatura reticolare, in quanto la deformazione è costante in una asta.

Forza normale: $N = \sigma A \rightarrow \varepsilon = \sigma / E$ (costante)

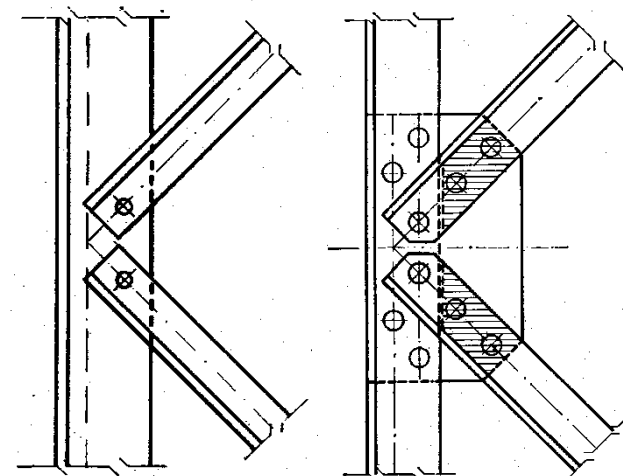
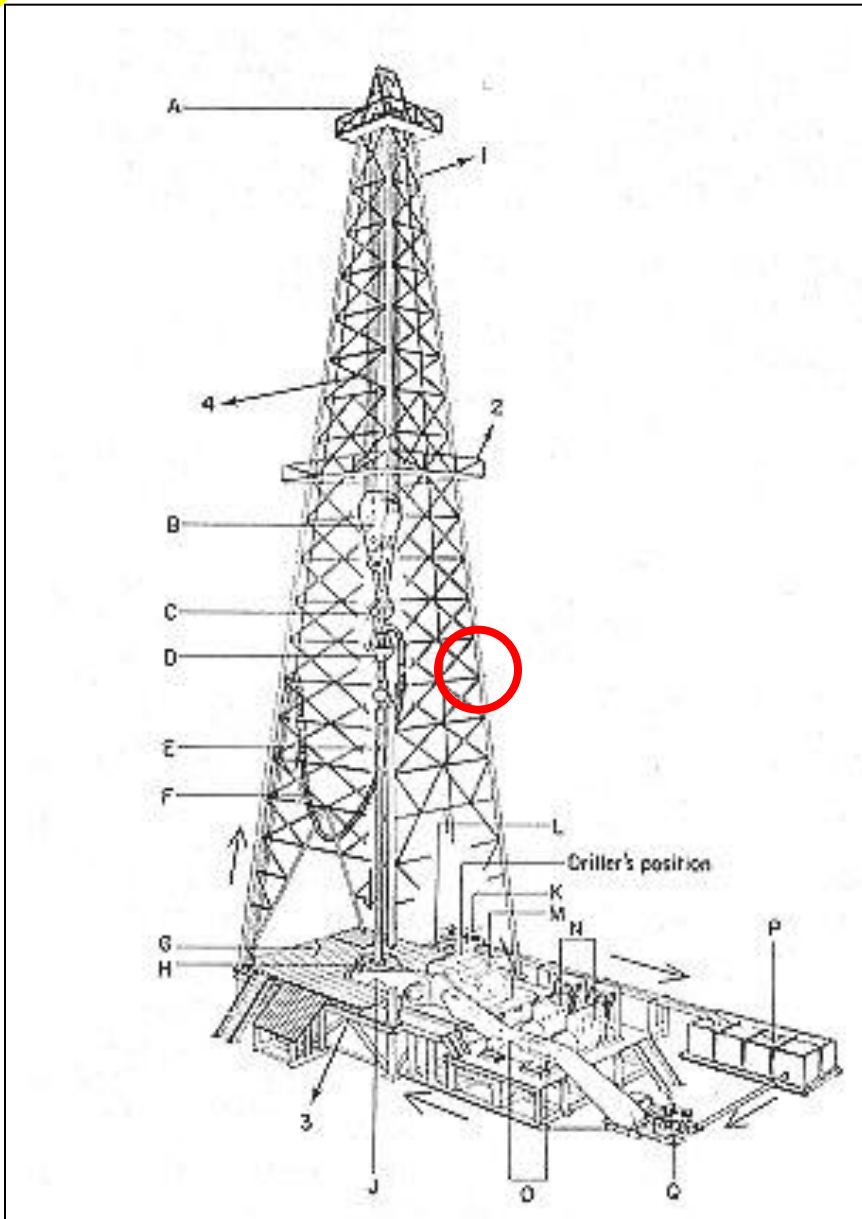
$$u_x(x) = \frac{(L-x)}{L} u_{xi} + \frac{x}{L} u_{xj}$$

$$\varepsilon = \frac{d}{dx} \left(\frac{(L-x)}{L} u_{xi} + \frac{x}{L} u_{xj} \right) = \frac{u_{xj} - u_{xi}}{L} \text{ (costante)}$$

Elementi Asta – Traliccio

Esempio: Traliccio di sostegno per batterie di perforazione petrolifera.

Questo tipo di strutture viene tradizionalmente trattato con modelli a travatura reticolare, assimilando i “nodi” a cerniere.

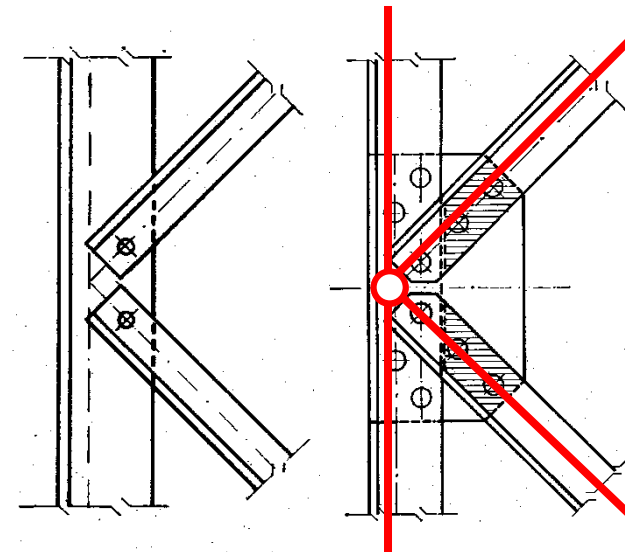
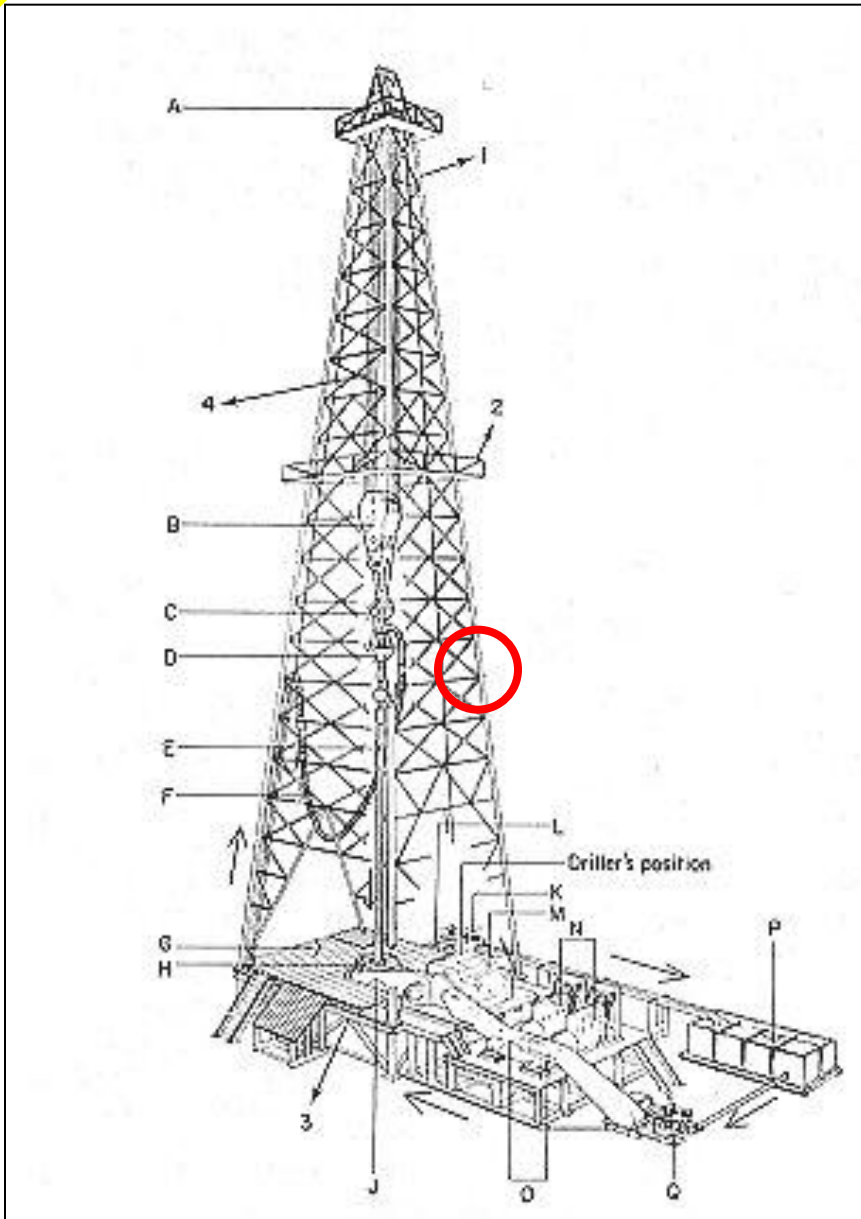


Elementi Asta – Traliccio

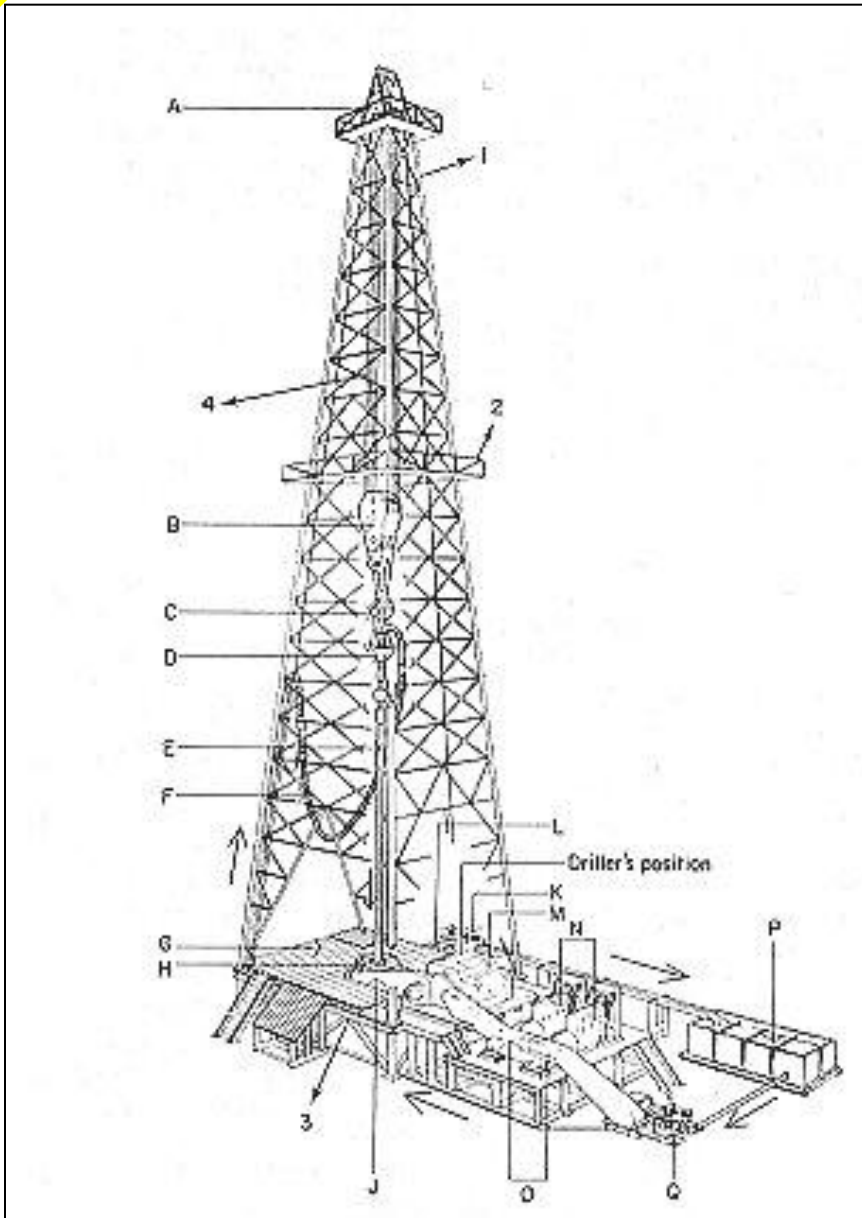
Esempio: Traliccio di sostegno per batterie di perforazione petrolifera.

Il modello è giustificabile con:

- bassa rigidezza flessionale delle aste, oppure
- giochi tra bulloni e fori



Elementi Asta – Traliccio



Bassa rigidezza delle aste:

Dipende dal rapporto tra la rigidezza estensionale e quella flessionale delle singole travi, vale a dire:

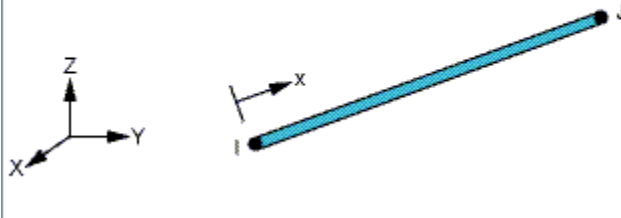
$$\frac{EA}{\frac{L}{EJ} L^3} = \frac{A}{J} L^2 = \left(\frac{L}{\rho} \right)^2 = \lambda^2$$

Suggerimento: fare delle analisi di sensibilità con casi di riferimento

Elementi Asta – Ansys

NEW

Figure 180.1 LINK180 Geometry



Disponibile solo l'elemento 3D. Per simulazioni 2D è sufficiente vincolare il grado di libertà Z di tutti i nodi.

Travature reticolari piane e spaziali

- *sola forza normale*
- *2 nodi*
- *3 g.d.l /nodo*
- *carichi applicabili solo nei nodi*
- *caratteristiche geometriche richieste: A*



Elementi Asta – Ansys

Dati di input per l'elemento asta 3D (180) di Ansys

Nodes

I, J

Degrees of Freedom

UX, UY, UZ

Real Constants

AREA - Cross-sectional area

ADDMAS - Added mass (mass/length)

TENSKEX - Tension- or compression-only option:

0 -- Tension and compression (default)

1 -- Tension only

-1 -- Compression only

Material Properties

EX, (PRXY or NUXY), ALPX (or CTEX or THSX), DENS, GXY, ALPD, BETD

Surface Loads

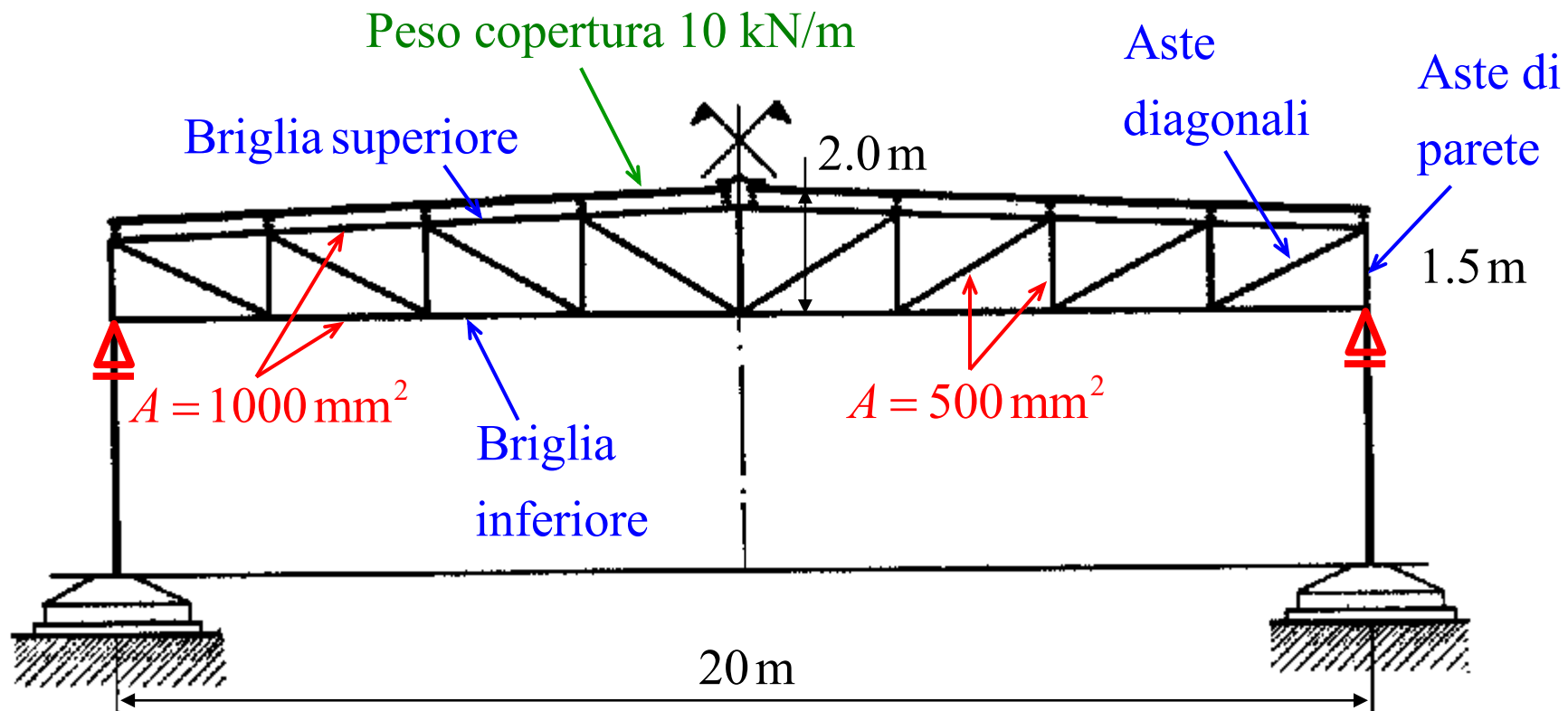
None

Area della sezione

Massa per unità di lunghezza per peso e/o carichi inerziali, comunque ripartiti sui nodi

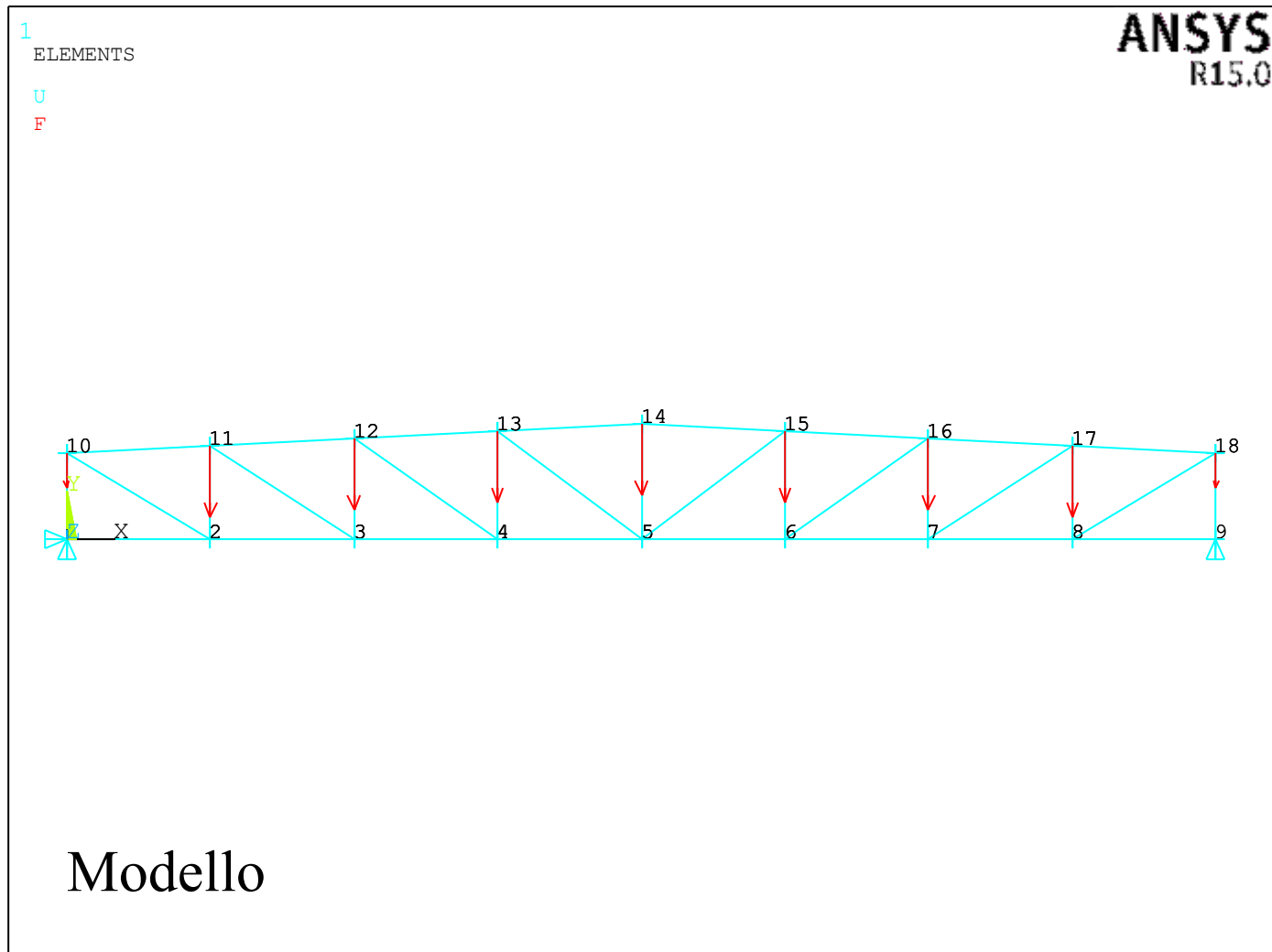
Comportamento non lineare

Elementi Asta – Esempio



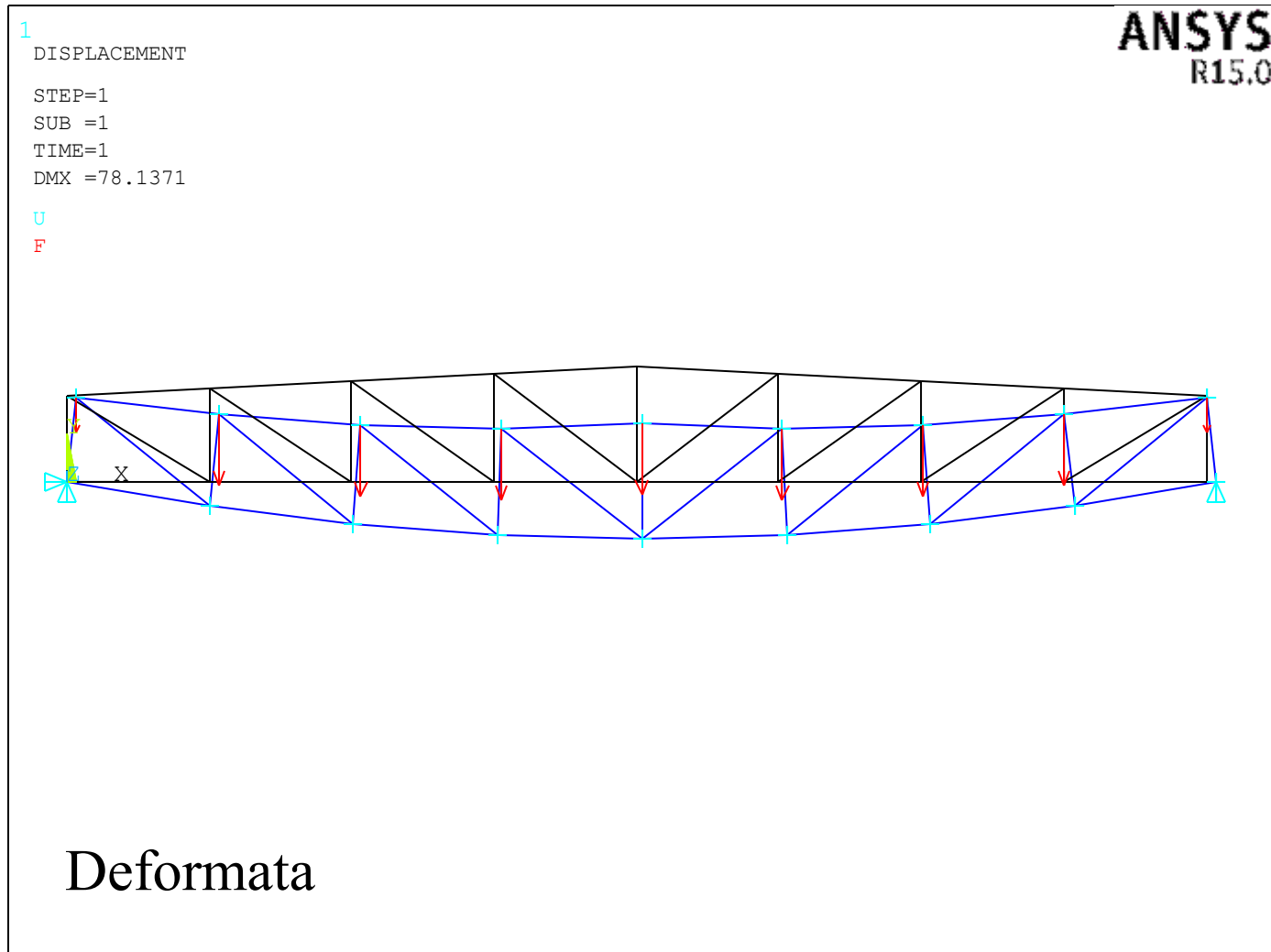
File di comandi: *StrutturaReticolarePiana_Link180.inp*

Elementi Asta – Esempio



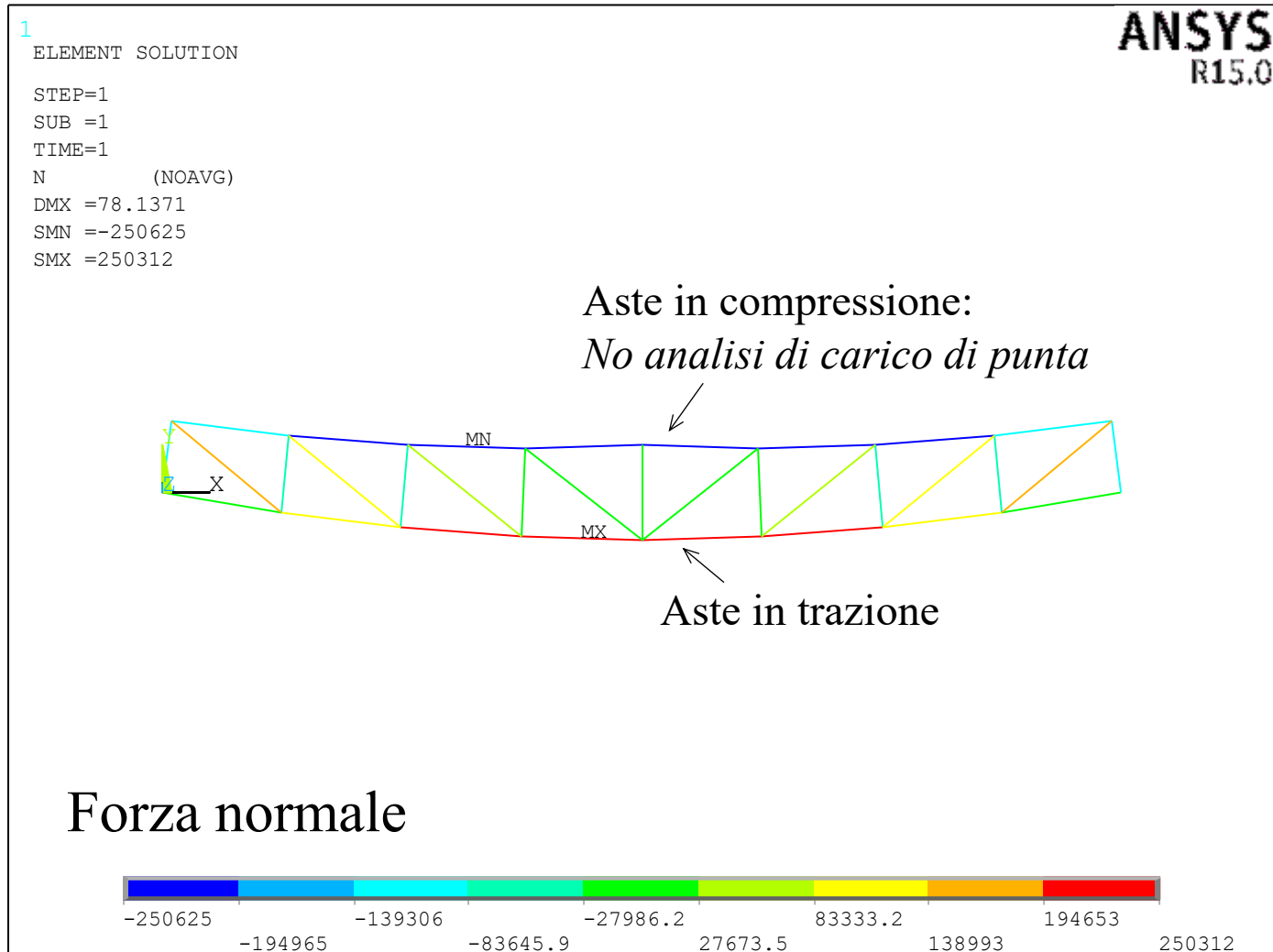
File di comandi: *StrutturaReticolarePiana_Link180.inp*

Elementi Asta – Esempio



File di comandi: *StrutturaReticolarePiana_Link180.inp*

Elementi Asta – Esempio



File di comandi: StrutturaReticolarePiana_Link180.inp

Elementi Asta – Esempio

Accesso ai risultati per l'elemento asta 3D – Comando ETABLE

Table 180.2 LINK180 Item and Sequence Numbers

Output Quantity Name	ETABLE and ESOL Command Input			
	Item	E	I	J
Sxx	LS	-	1	2
EPeLxx	LEPEL	-	1	2
EPToxx	LEPTO	-	1	2
EPThxx	LEPTH	-	1	2
EPPLxx	LEPPL	-	1	2
EPcRxx	LEPCR	-	1	2
FORCE	SMISC	1	-	-
AREA	SMISC	-	-	-
TEMP	LBFE	-	1	2

ETABLE,N,SMISC,1

! estrae la "forza normale" dal data base

ETABLE, *Lab, Item, Comp*

Elementi Asta – Esempio

Accesso ai risultati per l'elemento asta 3D – Comando ETABLE

Table 180.2 LINK180 Item and Sequence Numbers

Output Quantity Name	ETABLE and ESOL Command Input			
	Item	E	I	J
Sxx	LS	-	1	2
EPFLxx	LEFL	-	1	2
EPTOxx	LEPTO	-	1	2
EPTHxx	LEPTH	-	1	2
EPPLxx	LEPPL	-	1	2
EPCRxx	LEPCR	-	1	2
FORCE	SMISC	1	-	-
AREA	SMISC	2	-	-
TEMP	LBFE	-	1	2

ETABLE,SN,LS,1 ! estrae il dato "tensione assiale" dal data base

ETABLE, Lab, Item, Comp

N.B: Essendo il carico applicato ai nodi e la sezione uniforme, la tensione assiale a "I" e a "J" coincide con il valore di forza normale diviso la sezione. Quindi in questo caso non è utile il valore distinto fra i due noi. Nelle travi (vedi dopo), invece, il dato fra i due nodi può essere diverso ad esempio per le car. della sollecitazione

Elementi Trave – BEAM4

Telai spaziali

3D

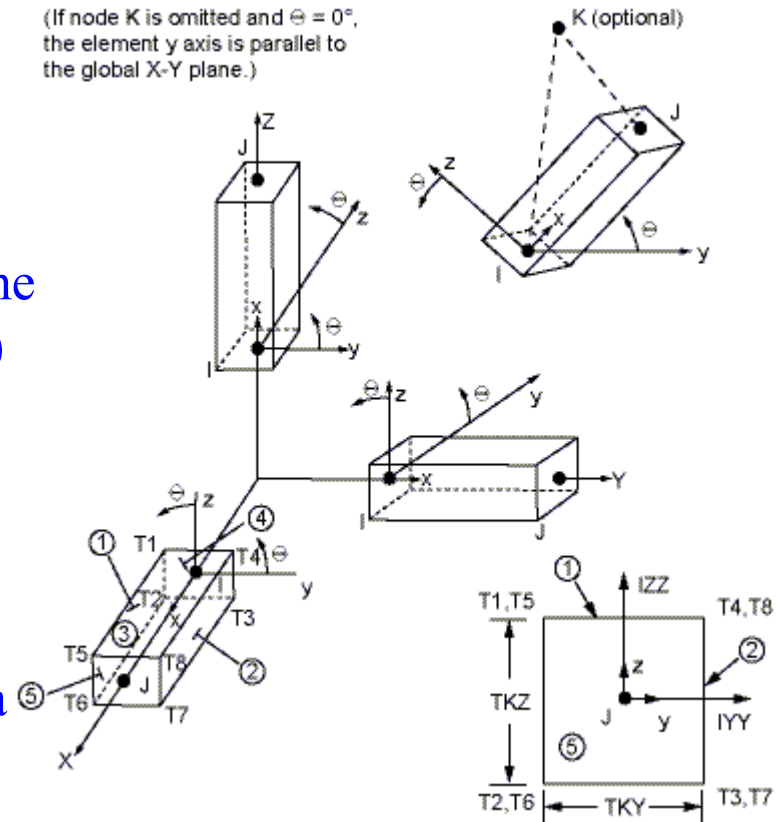
- 2 (3) nodi
 - 6 g.d.l /nodo
 - Carichi concentrati e distribuiti
 - Car. geometriche: A , J_{zz} , J_{yy} ...
- (Real Constants)

- Il SR di elemento è definito per convenzione o con il 3° nodo (asse “z” di s. rif. di elem.)
- Gli assi “y” e “z” locali **devono** coincidere con gli assi principali di inerzia della sezione
- L'elemento BEAM4 è basato sulla teoria delle travi di Eulero-Bernoulli, che trascura le deformazioni da taglio
- L'elemento BEAM4 non è più supportato → BEAM188

Archive Documentation

Figure 4.1: BEAM4 Geometry

(If node K is omitted and $\Theta = 0^\circ$, the element y axis is parallel to the global X-Y plane.)



Although this [legacy element](#) is available for use in your analysis, ANSYS, Inc. recommends using a current-technology element such as [BEAM188](#) (KEYOPT(3) = 3).

Elementi Trave – BEAM4

Dati di input per l'elemento trave 3D (BEAM4) di Ansys

BEAM4 Input Summary

Nodes

I, J, K (K orientation node is optional)

Degrees of Freedom

UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ

Real Constants

AREA, IZZ, IYY, TKZ, TKY, THETA

ISTRN, IXX, SHEARZ, SHEARY, SPIN, ADDMAS

See [Table 4.1: BEAM4 Real Constants](#) for a description of the real constants.

Material Properties

EX, ALPX (or CTEX or THSX), DENS, GXY, BETD, ALPD

Table 4.1: BEAM4 Real Constants

No.	Name	
1	AREA	Cross-sectional area
2	IZZ	Area moment of inertia
3	IYY	Area moment of inertia
4	TKZ	Thickness along Z axis
5	TKY	Thickness along Y axis
6	THETA	Orientation about X axis
7	ISTRN	Initial strain
8	IXX	Torsional moment of inertia
9	SHEARZ	Shear deflection constant Z [1]
10	SHEARY	Shear deflection constant Y [2]
11	SPIN	Rotational frequency (required if KEYOPT(7) = 1)
12	ADDMAS	Added mass/unit length

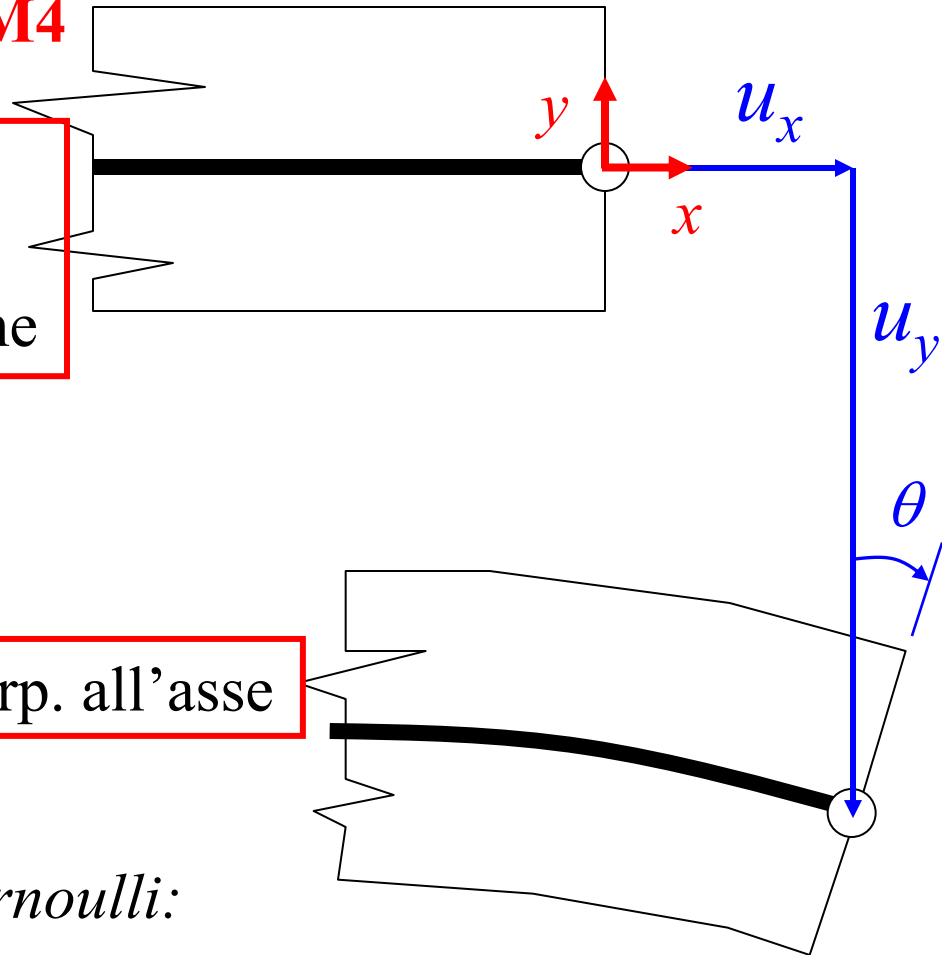
Elementi Trave – BEAM4

Trave: con il nodo si rappresenta lo stato di spostamento dell'intera sezione

3 g.d.l. per nodo (prob. 2D)

Ipotesi sezioni piane – Sez. perp. all'asse

*Teoria delle travi Eulero-Bernoulli:
per la perpendicolarità della
sezione, rispetto alla linea d'asse,
la rotazione e lo spostamento sono
cinematicamente accoppiati*

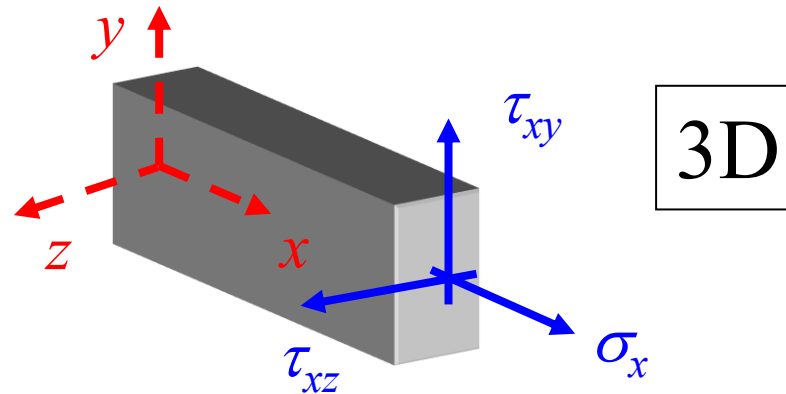


$$\theta(x) = \frac{du_y(x)}{dx}$$

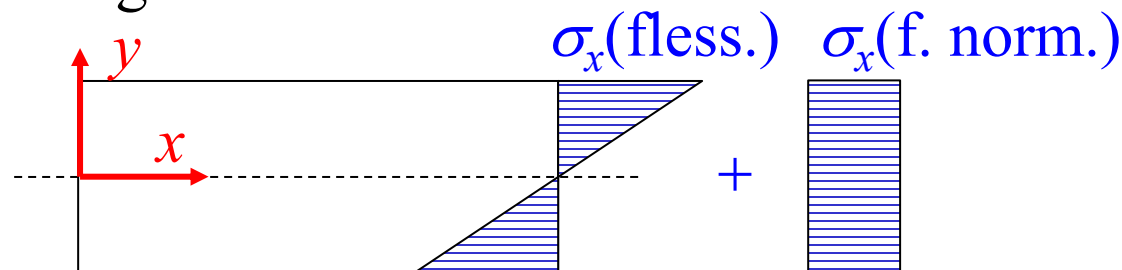
Elementi Trave – BEAM4

Stato di tensione/deformazione implicitamente conseguente alla scelta di elementi trave:

- le **deformazioni** dovute al taglio sono trascurate, ma non le **caratteristiche**
- le uniche componenti di tensione non nulle sono (modello trave):

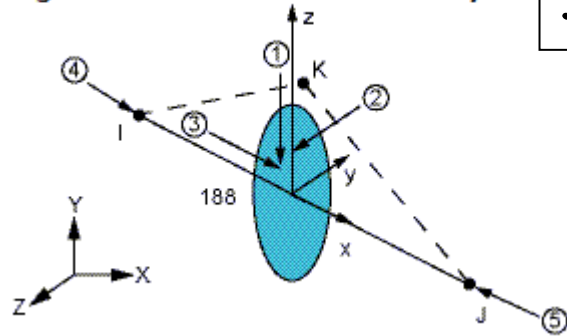


- le σ_x hanno un andamento lineare nella sezione (formula di Navier, oltre alla f. norm.), mentre per le $\tau_{xy(xz)}$ sono note solo le caratteristiche di taglio e di torsione



Elementi BEAM188

Figure 188.1 BEAM188 Geometry



3D

NEW

BEAM188

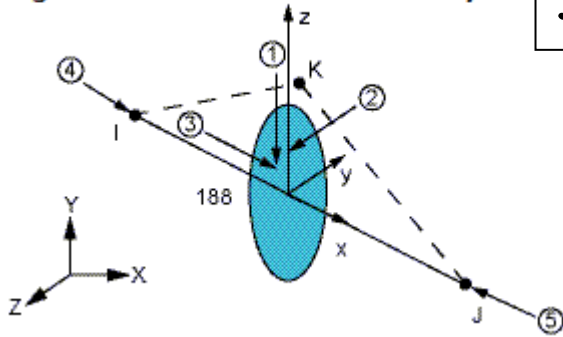
- 2 (3) *nodi*
- 6 *g.d.l* /nodo (eventuale *g.d.l.* warping KOpt1 da attivare (=1,2), altrimenti di Default non attivo)
- Carichi concentrati e distribuiti
- Car. geometriche: SECTYPE permette di inserire la sezione, oppure introdurre: A , J_{zz} , J_{yy} , ...
- Timoshenko invece che Eulero-Bernoulli

Input ed impiego simili al BEAM4, rispetto a cui garantisce una maggiore accuratezza, in particolare per travi non troppo snelle (“slender to moderately stubby/thick beam structures”) considerando anche la deformabilità dovuta al taglio

Elementi BEAM188

3D

Figure 188.1 BEAM188 Geometry



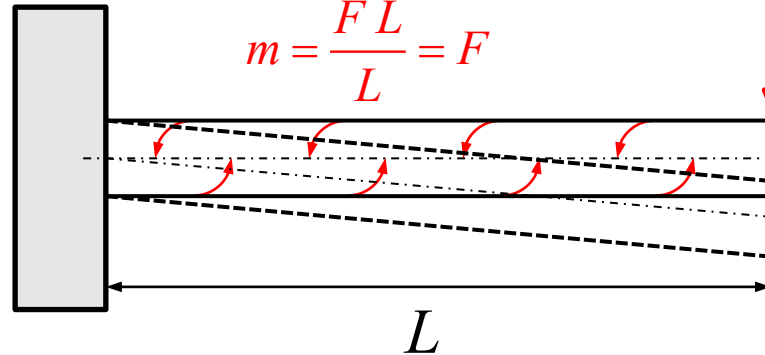
- L'elemento BEAM188 è basato sulla teoria delle travi di **Timoshenko**, che include una valutazione approssimata della deformabilità a taglio (*deformazione costante sulla sezione che rimane piana anche se non più ortogonale all'asse*)

NEW

Es. trave incastrata con carico di momento flettente distribuito

Coppia distribuita:

$$m = \frac{FL}{L} = F$$



$$\gamma = \chi \frac{F}{GA}$$

$$\delta_s = \gamma L$$

In questa particolare condizione di carico (taglio costante e momento nullo) il BEAM188 determina uno spostamento all'estremità: $\delta = \gamma L$ e rotazione nulla

Elementi BEAM188

Dati di input per l'elemento trave 3D (BEAM188) di Ansys

BEAM188 Input Summary

Nodes

I, J, K (K, the orientation node, is optional but recommended)

Degrees of Freedom

UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ if KEYOPT(1) = 0

UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ, WARP if KEYOPT(1) = 1

Section Controls

TXZ, TXY, ADDMAS (See [SECCONTROLS](#))

(TXZ and TXY default to A*GXZ and A*GXY, respectively, where A = cross-sectional area)

Material Properties

EX, (PRXY, or NUXY), GXY, GXZ

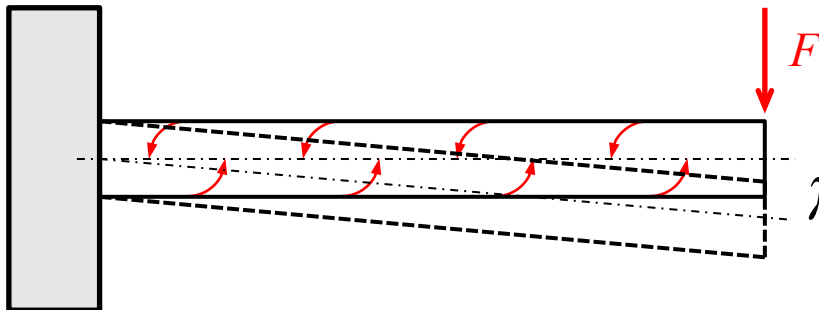
ALPX, (or CTEX, or THSX)

DENS, ALPD, BETD

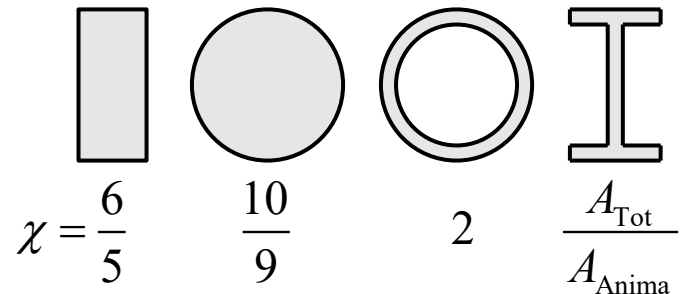
ANSYS: $\chi = 1$

Si può correggere introducendo GA/χ , oppure ad es. inserendo valori molto alti si ri-ottiene di fatto la soluzione di Eulero/Bernoulli

SECCONTROLS, TXZ, TXY

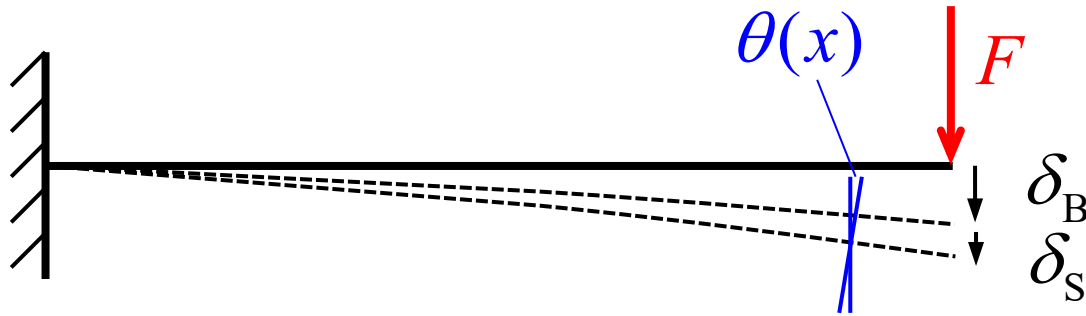


$$\gamma = \chi \frac{F}{GA}$$



In alcune trattazioni si usa, il simbolo κ a dividere invece che χ

Elementi BEAM188



Es. trave incastrata:

$$\delta(\text{Tot}) = \delta_B (\text{Bending}) + \delta_S (\text{Shear})$$

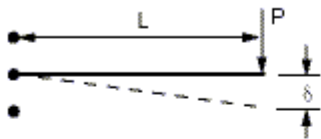
In cui lo spostamento (B) è legato alla distribuzione di momento (come per Eulero-Bernoulli) mentre lo spostamento (S) è legato al taglio analogamente al caso precedente

In generale spostamento e rotazione della sezione non sono più legati dalla semplice (e puramente cinematica) relazione di derivazione, quindi sono trattati come g.d.l. indipendenti

BEAM188 / BEAM4

Confronto tra elementi trave basati sulle teorie di Timoshenko e di Eulero-Bernoulli: spostamento di trave a mensola

Figure 188.2: Transverse-Shear Deformation Estimation



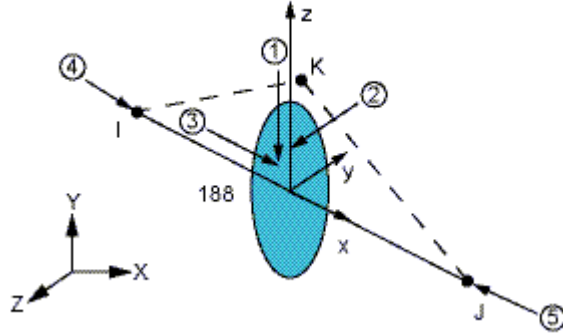
Slenderness Ratio ($GAL^2/(EI)$)	δ Timoshenko / δ Euler-Bernoulli
25	1.120
50	1.060
100	1.030
1000	1.003



Il valore della deformabilità a taglio dell'elemento BEAM188 può essere controllato tramite il comando:
SECCONTROLS

Elementi BEAM188

Figure 188.1 BEAM188 Geometry



BEAM188

KOpt3 = 0 - *Funzione di forma lineare*

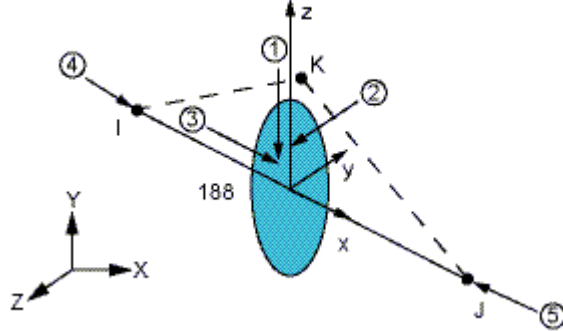
KOpt3 = 2 - *Funzione di forma quadratica*

KOpt3 = 3 - *Funzione di forma cubica*

Matrix or Vector	Option	Shape Functions	Integration Points
Stiffness and Stress Stiffness Matrices; and Thermal and Newton-Raphson Load Vectors	Linear (KEYOPT(3) = 0)	Equation 11-6 , Equation 11-7 , Equation 11-8 , Equation 11-9 , Equation 11-10 , and Equation 11-11	Along the length: 1 Across the section: see text below
	Quadratic (KEYOPT(3) = 2)	Equation 11-19 , Equation 11-20 , Equation 11-21 , Equation 11-22 , Equation 11-23 , and Equation 11-24	Along the length: 2 Across the section: see text below.
	Cubic (KEYOPT(3) = 3)	Equation 11-26 , Equation 11-27 , Equation 11-28 , Equation 11-29 , Equation 11-30 , and Equation 11-31	Along the length: 3 Across the section: see text below.

Elementi BEAM188

Figure 188.1 BEAM188 Geometry

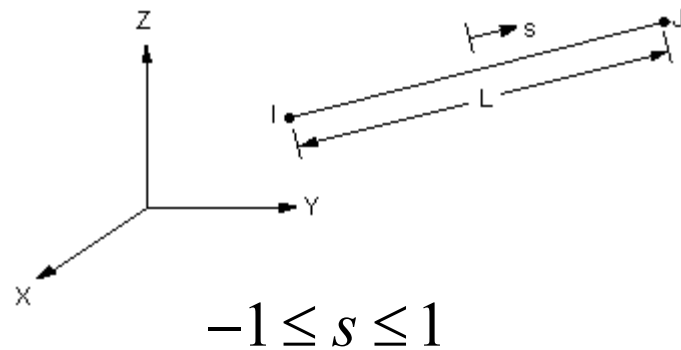


BEAM188

$KOpt3 = 0$ - *Funzione di forma lineare*

$KOpt3 = 2$ - *Funzione di forma quadratica*

$KOpt3 = 3$ - *Funzione di forma cubica*



$$u = \frac{1}{2}(u_I(1-s) + u_J(1+s)) \quad (11-6)$$

$$v = \frac{1}{2}(v_I(1-s) + v_J(1+s)) \quad (11-7)$$

$$w = \frac{1}{2}(w_I(1-s) + w_J(1+s)) \quad (11-8)$$

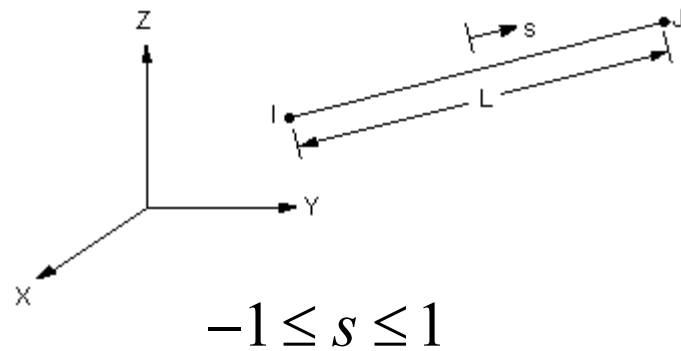
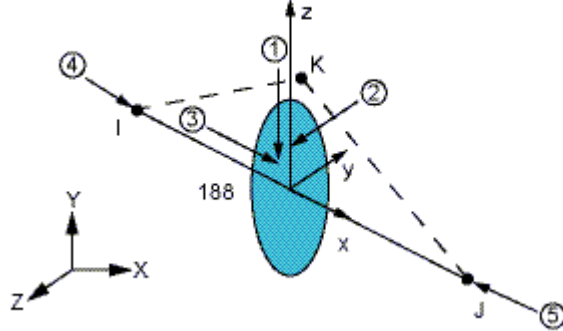
$$\theta_x = \frac{1}{2}(\theta_{xI}(1-s) + \theta_{xJ}(1+s)) \quad (11-9)$$

$$\theta_y = \frac{1}{2}(\theta_{yI}(1-s) + \theta_{yJ}(1+s)) \quad (11-10)$$

$$\theta_z = \frac{1}{2}(\theta_{zI}(1-s) + \theta_{zJ}(1+s)) \quad (11-11)$$

Elementi BEAM188 / BEAM189

Figure 188.1 BEAM188 Geometry



BEAM188 / BEAM189

KOpt3 = 0 - *Funzione di forma lineare*

KOpt3 = 2 - *Funzione di forma quadratica*

KOpt3 = 3 - *Funzione di forma cubica*

$$u = \frac{1}{2}(u_I(-s + s^2) + u_J(s + s^2)) + u_K(1 - s^2) \quad (11-19)$$

$$v = \frac{1}{2}(v_I(-s + s^2) + v_J(s + s^2)) + v_K(1 - s^2) \quad (11-20)$$

$$w = \frac{1}{2}(w_I(-s + s^2) + w_J(s + s^2)) + w_K(1 - s^2) \quad (11-21)$$

$$\theta_x = \frac{1}{2}(\theta_{xI}(-s + s^2) + \theta_{xJ}(s + s^2)) + \theta_{xK}(1 - s^2) \quad (11-22)$$

$$\theta_y = \frac{1}{2}(\theta_{yI}(-s + s^2) + \theta_{yJ}(s + s^2)) + \theta_{yK}(1 - s^2) \quad (11-23)$$

$$\theta_z = \frac{1}{2}(\theta_{zI}(-s + s^2) + \theta_{zJ}(s + s^2)) + \theta_{zK}(1 - s^2) \quad (11-24)$$

*N.B.: K rappresenta un nodo «interno» (non è il nodo K per l'orientamento)
Invece per il BEAM189 è di fatto un nodo aggiuntivo, e poi è possibile aggiungere un successivo nodo L (opzionale) per l'orientamento*

Elementi BEAM188 / BEAM189

Figure 188.1: BEAM188 Geometry

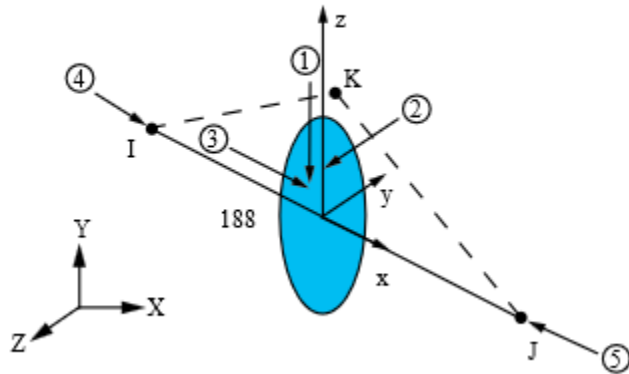


Figure 189.1: BEAM189 Geometry

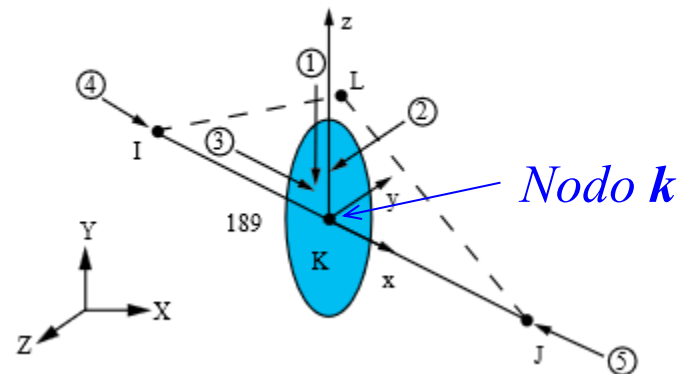


Figure 182.1: PLANE182 Geometry

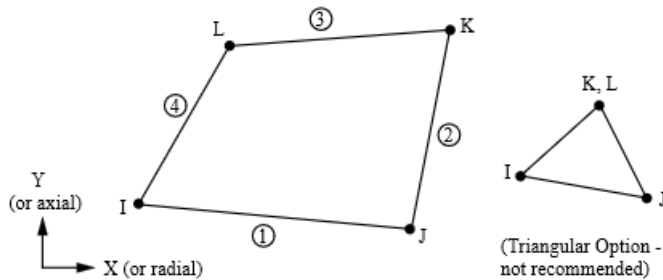
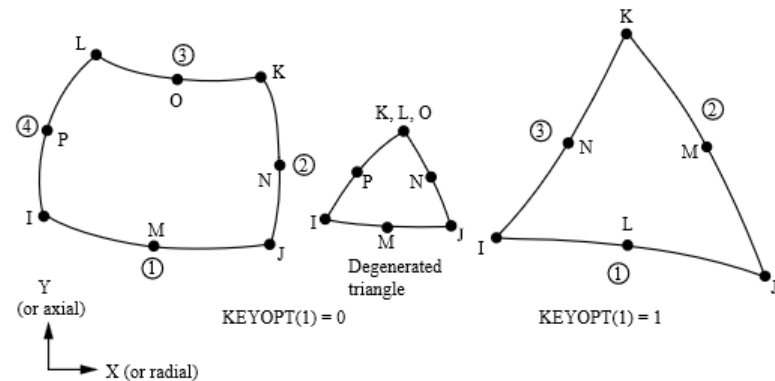


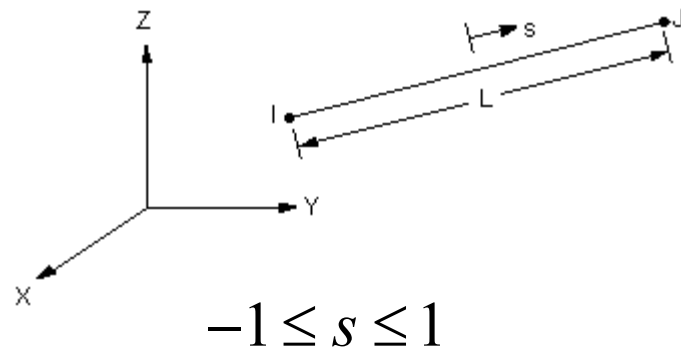
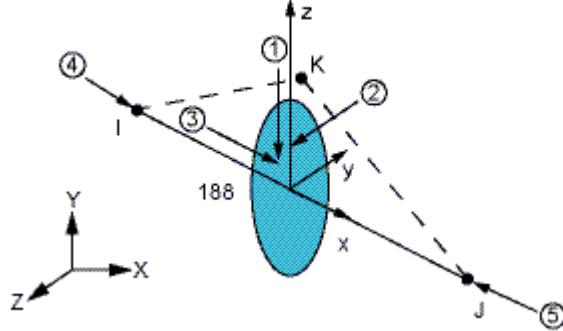
Figure 183.1: PLANE183 Geometry



Similitudine con l'elemento quadrilatero piano di forma **quadratica** a 8 nodi. La presenza del nodo intermedio *K* permette di modellare più correttamente tratti curvi, pur *non* considerando la soluzione della trave a forte curvatura

Elementi BEAM188

Figure 188.1 BEAM188 Geometry



*N.B.: anche in questo caso
K, L sono nodi interni*



BEAM188

KOpt3 = 0 - *Funzione di forma lineare*

KOpt3 = 2 - *Funzione di forma quadratica*

KOpt3 = 3 - *Funzione di forma cubica*

$$u = \frac{1}{16}(u_I(-9s^3 + 9s^2 + s - 1) + u_J(9s^3 + 9s^2 - s - 1) + u_K(27s^3 - 9s^2 - 27s + 9) + u_L(-27s^3 - 9s^2 - 27s + 9)) \quad (11-26)$$

$$v = \frac{1}{16}(v_I(-9s^3 + 9s^2 + s - 1) + v_J(9s^3 + 9s^2 - s - 1) + v_K(27s^3 - 9s^2 - 27s + 9) + v_L(-27s^3 - 9s^2 - 27s + 9)) \quad (11-27)$$

$$w = \frac{1}{16}(w_I(-9s^3 + 9s^2 + s - 1) + w_J(9s^3 + 9s^2 - s - 1) + w_K(27s^3 - 9s^2 - 27s + 9) + w_L(-27s^3 - 9s^2 - 27s + 9)) \quad (11-28)$$

$$\theta_x = \frac{1}{16}(\theta_{x,I}(-9s^3 + 9s^2 + s - 1) + \theta_{x,J}(9s^3 + 9s^2 - s - 1) + \theta_{x,K}(27s^3 - 9s^2 - 27s + 9) + \theta_{x,L}(-27s^3 - 9s^2 - 27s + 9)) \quad (11-29)$$

$$\theta_y = \frac{1}{16}(\theta_{y,I}(-9s^3 + 9s^2 + s - 1) + \theta_{y,J}(9s^3 + 9s^2 - s - 1) + \theta_{y,K}(27s^3 - 9s^2 - 27s + 9) + \theta_{y,L}(-27s^3 - 9s^2 - 27s + 9)) \quad (11-30)$$

$$\theta_z = \frac{1}{16}(\theta_{z,I}(-9s^3 + 9s^2 + s - 1) + \theta_{z,J}(9s^3 + 9s^2 - s - 1) + \theta_{z,K}(27s^3 - 9s^2 - 27s + 9) + \theta_{z,L}(-27s^3 - 9s^2 - 27s + 9)) \quad (11-31)$$

Funzioni di forma nell'intervallo "canonico"

BEAM4

$$u = \frac{1}{2}(u_I(1-s) + u_J(1+s))$$

$$v = \frac{1}{2} \left(v_I \left(1 - \frac{s}{2}(3-s^2) \right) + v_J \left(1 + \frac{s}{2}(3-s^2) \right) \right) + \frac{L}{8} (\theta_{z,I}(1-s^2)(1-s) - \theta_{z,J}(1-s^2)(1+s))$$

$$w = \frac{1}{2} \left(w_I \left(1 - \frac{s}{2}(3-s^2) \right) + w_J \left(1 + \frac{s}{2}(3-s^2) \right) \right) - \frac{L}{8} (\theta_{y,I}(1-s^2)(1-s) - \theta_{y,J}(1-s^2)(1+s))$$

$$\theta_x = \frac{1}{2} (\theta_{x,I}(1-s) + \theta_{x,J}(1+s))$$

$$0 \leq x \leq L$$

$$u_y = u_{yi} \left(1 - 3 \left(\frac{x}{L} \right)^2 + 2 \left(\frac{x}{L} \right)^3 \right) + \theta_i \left(x - 2L \left(\frac{x}{L} \right)^2 + L \left(\frac{x}{L} \right)^3 \right) + u_{yj} \left(3 \left(\frac{x}{L} \right)^2 - 2 \left(\frac{x}{L} \right)^3 \right) + \theta_j \left(-L \left(\frac{x}{L} \right)^2 + L \left(\frac{x}{L} \right)^3 \right)$$

Stessa formulazione nell'intervallo canonico: $-1 \leq s \leq 1$

BEAM188

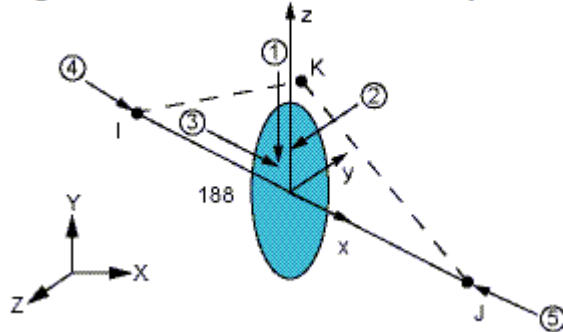
$u = \frac{1}{16}(u_I(-9s^3 + 9s^2 + s - 1) + u_J(9s^3 + 9s^2 - s - 1) + u_K(27s^3 - 9s^2 - 27s + 9) + u_L(-27s^3 - 9s^2 - 27s + 9))$	(11-26)
$v = \frac{1}{16}(v_I(-9s^3 + 9s^2 + s - 1) + v_J(9s^3 + 9s^2 - s - 1) + v_K(27s^3 - 9s^2 - 27s + 9) + v_L(-27s^3 - 9s^2 - 27s + 9))$	(11-27)
$w = \frac{1}{16}(w_I(-9s^3 + 9s^2 + s - 1) + w_J(9s^3 + 9s^2 - s - 1) + w_K(27s^3 - 9s^2 - 27s + 9) + w_L(-27s^3 - 9s^2 - 27s + 9))$	(11-28)
$\theta_x = \frac{1}{16}(\theta_{x,I}(-9s^3 + 9s^2 + s - 1) + \theta_{x,J}(9s^3 + 9s^2 - s - 1) + \theta_{x,K}(27s^3 - 9s^2 - 27s + 9) + \theta_{x,L}(-27s^3 - 9s^2 - 27s + 9))$	(11-29)
$\theta_y = \frac{1}{16}(\theta_{y,I}(-9s^3 + 9s^2 + s - 1) + \theta_{y,J}(9s^3 + 9s^2 - s - 1) + \theta_{y,K}(27s^3 - 9s^2 - 27s + 9) + \theta_{y,L}(-27s^3 - 9s^2 - 27s + 9))$	(11-30)
$\theta_z = \frac{1}{16}(\theta_{z,I}(-9s^3 + 9s^2 + s - 1) + \theta_{z,J}(9s^3 + 9s^2 - s - 1) + \theta_{z,K}(27s^3 - 9s^2 - 27s + 9) + \theta_{z,L}(-27s^3 - 9s^2 - 27s + 9))$	(11-31)

Funzioni di forma cubiche con accoppiamento angolo-spostamento (Eulero-Bernoulli)

Funzioni di forma senza componenti accoppiate, secondo la trattazione di Timoshenko (BEAM188), con $KOpt3 = 3$ tutti i g.d.l. hanno la forma cubica anche gli angoli (flessione)

Elementi BEAM188

Figure 188.1 BEAM188 Geometry



BEAM188

KOpt3 = 0 - *Funzione di forma lineare*

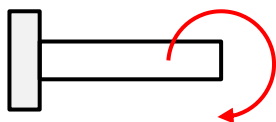
KOpt3 = 2 - *Funzione di forma quadratica*

KOpt3 = 3 - *Funzione di forma cubica*

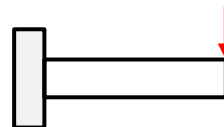
When KEYOPT(3) = 0 (linear, default), BEAM188 is based on linear shape functions. It uses one point of integration along the length; therefore, all element solution quantities are constant along the length. For example, when SMISC quantities are requested at nodes I and J, the centroidal values are reported for both end nodes. This option is recommended if the element is used as stiffener and it is necessary to maintain compatibility with a first-order shell element (such as [SHELL181](#)). Only constant bending moments can be represented exactly with this option. Mesh refinement is generally required in typical applications.

When KEYOPT(3) = 2 (quadratic), BEAM188 has an internal node in the interpolation scheme, effectively making this a beam element based on quadratic shape functions. Two points of integration are used, resulting in linear variation of element solution quantities along the length. Linearly varying bending moments are represented exactly.

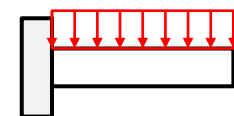
When KEYOPT(3) = 3 (cubic), BEAM188 has two internal nodes and adopts cubic shape functions. Quadratically varying bending moments are represented exactly. Three points of integration along the length are used, resulting in quadratic variation of element solution quantities along the length. Unlike typical cubic (Hermitian) formulations, cubic interpolation is used for all displacements and rotations.



Mom. costante



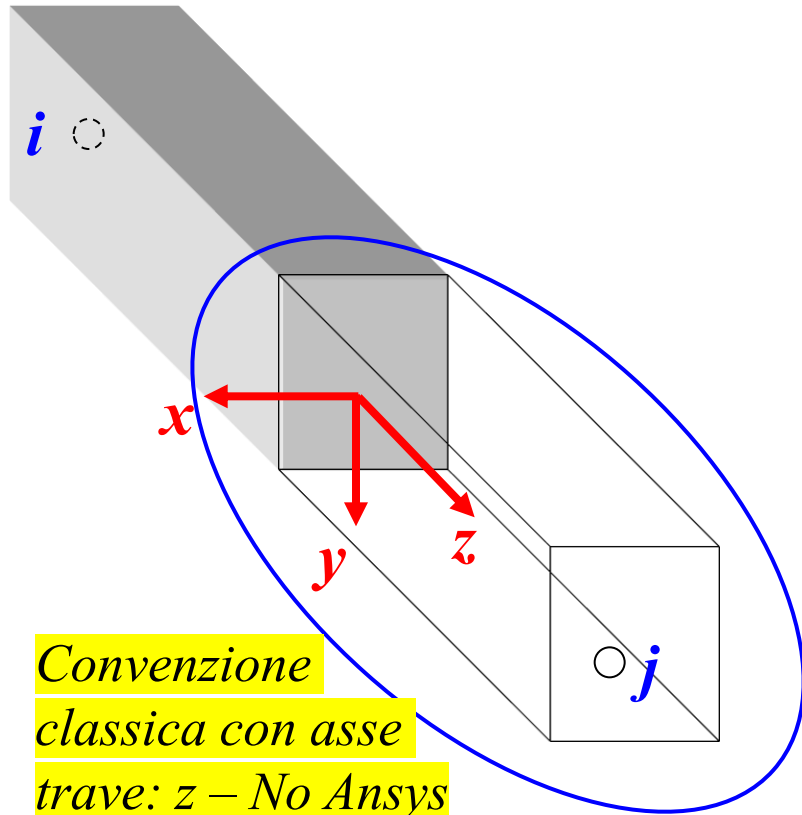
Mom. Lineare



Mom. parabolico

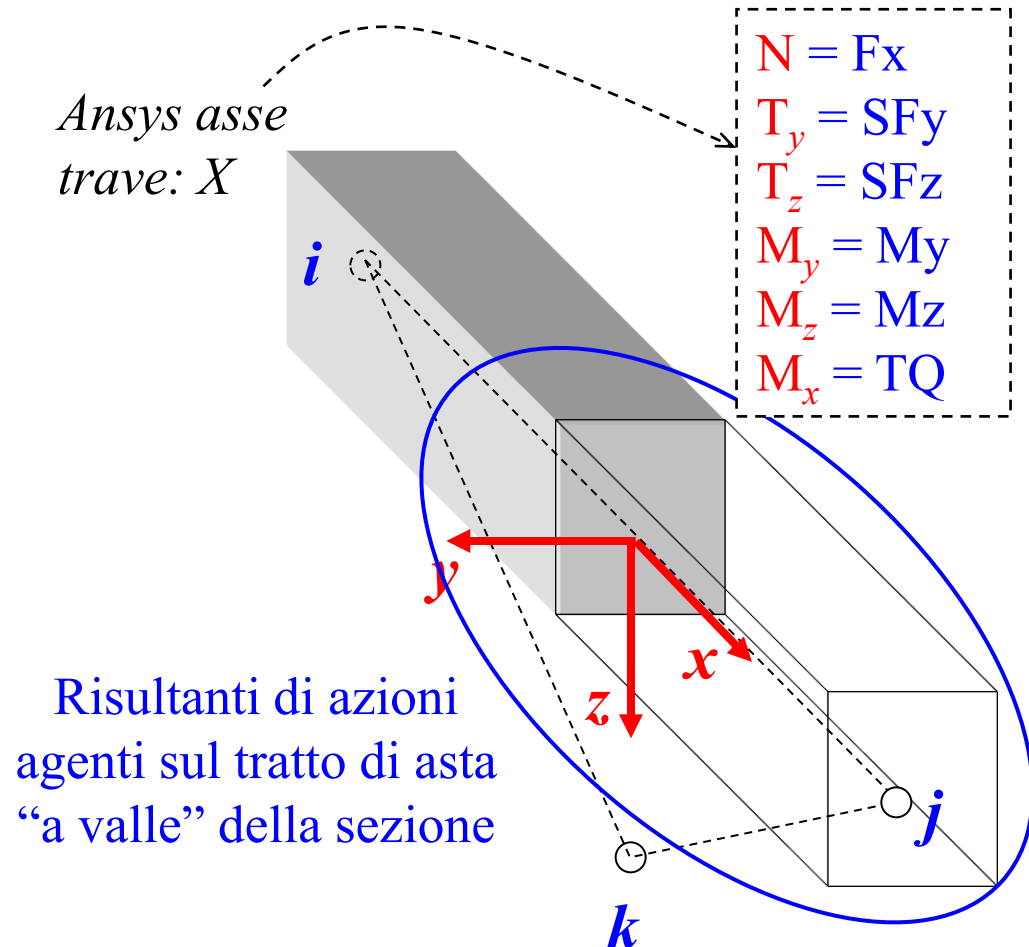
Elementi BEAM188

SR tradizionale per le caratteristiche di sollecitazione



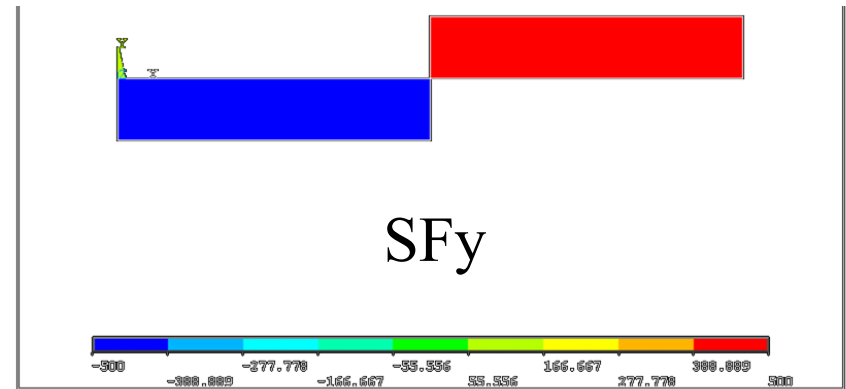
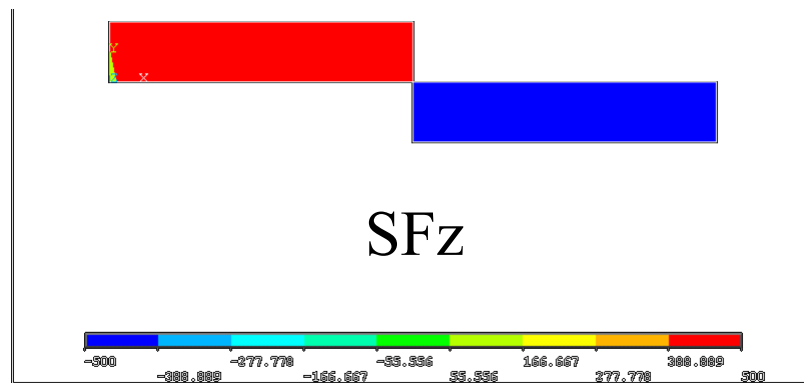
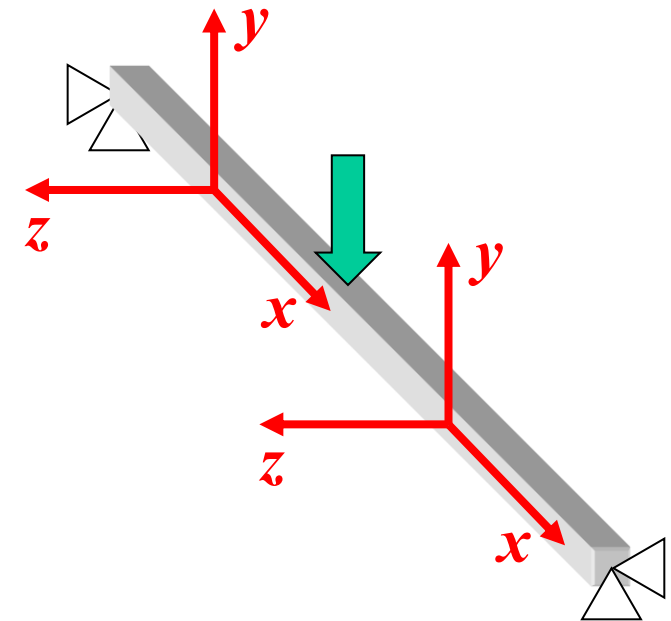
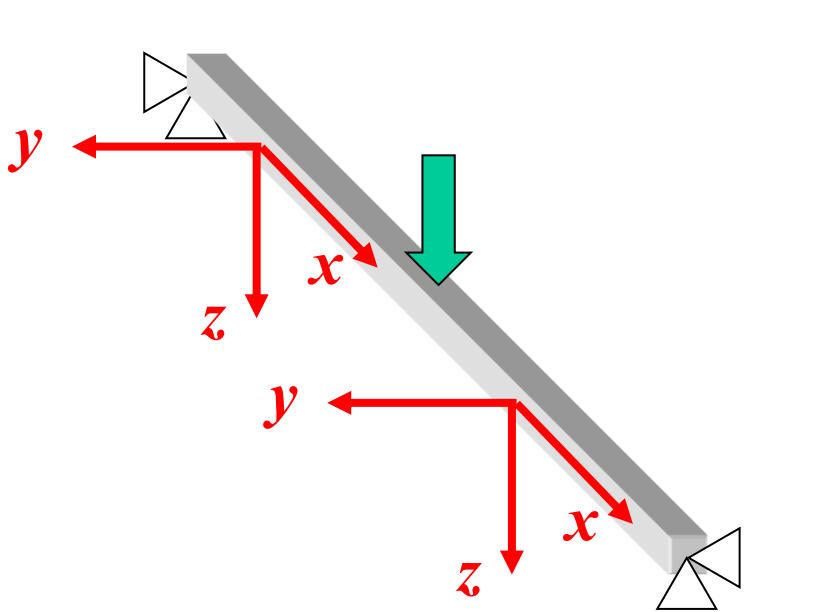
Car. sollecitazione trave 3D
 SR usato da Ansys per le caratteristiche di sollecitazione (Il SR è definito per ogni singolo elemento trave con senso di percorrenza dal nodo I al nodo J)

Ansys asse trave: X



Elementi BEAM188

Definizione (e segno) delle car. della sollecitazione, es.: Taglio effetto del nodo k che definisce l'asse z dell'elemento

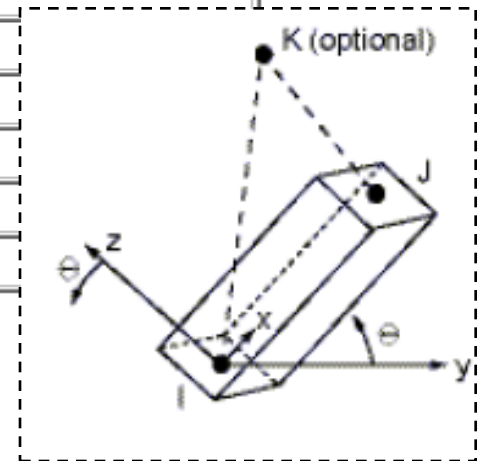


Elementi Trave – ETABLE

Accesso ai risultati per l'elemento trave 3D – Comando ETABLE

 Table 188.2 **BEAM188** Item and Sequence Numbers

Output Quantity Name	ETABLE and ESOL Command Input		
	Item	I	J
Fx	SMISC	1	14
My	SMISC	2	15
Mz	SMISC	3	16
TQ	SMISC	4	17
SFz	SMISC	5	18
SFy	SMISC	6	19



Torsione

ETABLE, MYI, SMISC, 2 ! Nodo I

ETABLE, MYJ, SMISC, 15 ! Nodo J

Successivo comando per il Plot:

PLLS, MYI, MYJ

Fx = Forza normale

SFy = Taglio "y"

SFz = Taglio "z"

TQ = Torsione

My = Flessione "y"

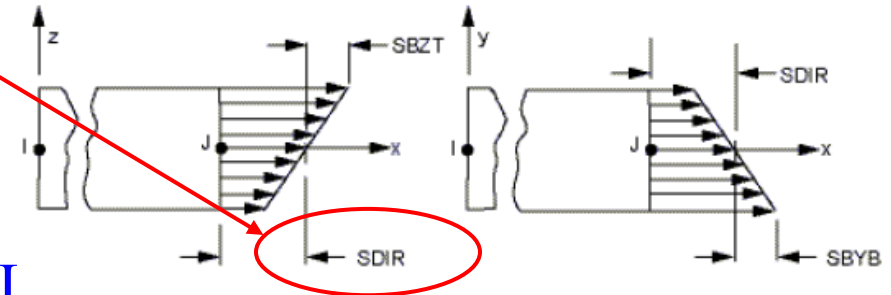
Mz = Flessione "z"

Elementi Trave – ETABLE

Accesso ai risultati per l'elemento trave 3D – Comando ETABLE

Table 188.2 BEAM188 Item and Sequence Numbers

Output Quantity Name	ETABLE and ESOL Command Input		
	Item	I	J
...			
SDIR	SMISC	31	36
SByT	SMISC	32	37
SByB	SMISC	33	38
SBzT	SMISC	34	39
SBzB	SMISC	35	40



Tensione asse trave (baricentro)

ETABLE,S_I,SMISC,31 ! Nodo I

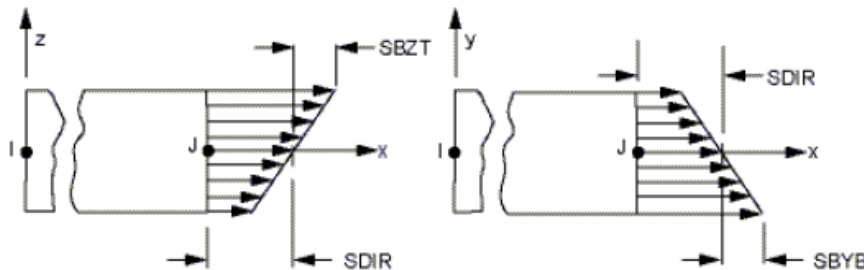
ETABLE,S_J,SMISC,36 ! Nodo J

Elementi Trave – ETABLE

Accesso ai risultati per l'elemento trave 3D – Comando ETABLE

 Table 188.2 **BEAM188** Item and Sequence Numbers

Output Quantity Name	ETABLE and ESOL Command Input		
	Item	I	J
...			
SDIR	SMISC	31	36
SByT	SMISC	32	37
SByB	SMISC	33	38
SBzT	SMISC	34	39
SBzB	SMISC	35	40

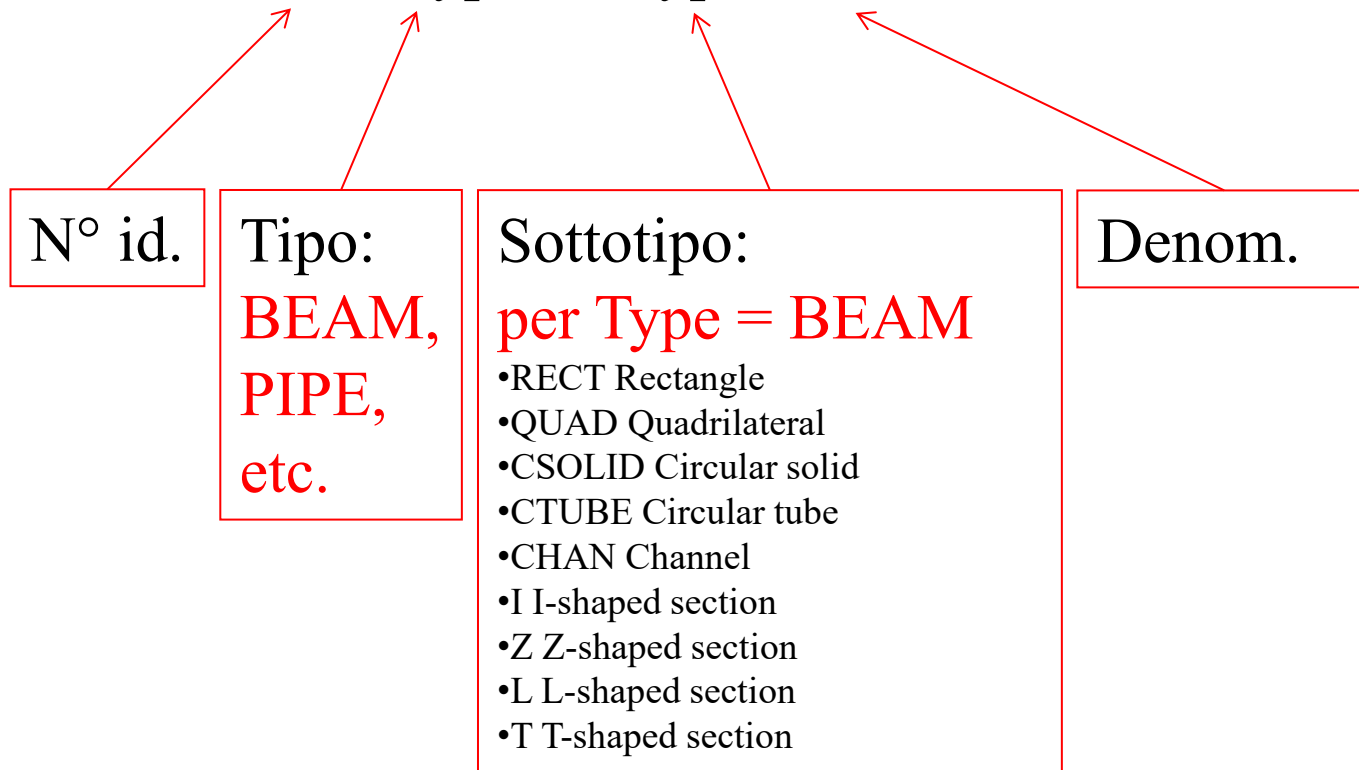


Es.: SBzT

Tensione (Stress) di flessione (Bending) nel piano x - z in corrispondenza del lato superiore (z -Top), altrimenti inferiore (z -Bottom)

Elementi Trave – SECTYPE, SECDATA

SECTYPE, SECID, Type, Subtype, Name



SECNUM, SECID

Per attivare un diverso tipo di sezione analogamente a TYPE e REAL

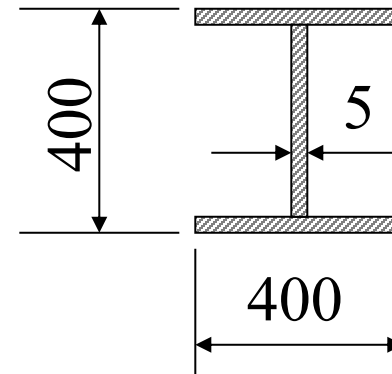
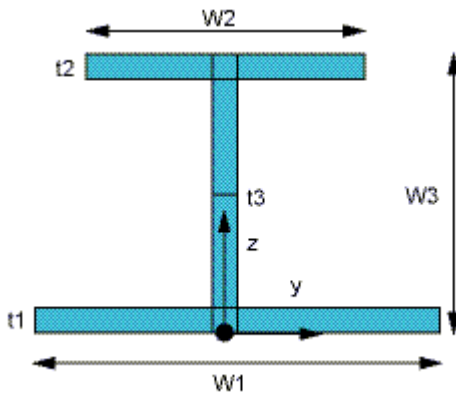
Elementi Trave – SECTYPE, SECDATA

SECDATA, VAL1, VAL2, VAL3, ..., VAL10

Parametri geometrici della sezione (dipendono dal tipo di sezione):

The data input on the **SECDATA** command is interpreted based on the most recently issued **SECTYPE** command. The data required is determined by the section type and subtype, and is different for each one.

Type: BEAM, Subtype: I



Data to provide in the value fields:

$W1, W2, W3, t1, t2, t3$

Es.:

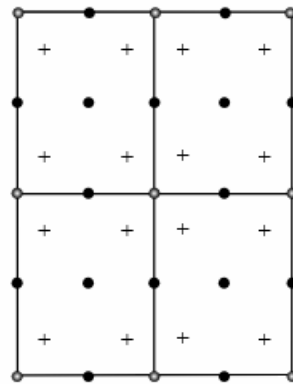
SECTYPE, 1, beam, i

SECDATA, 400, 400, 400, 5, 5, 5,

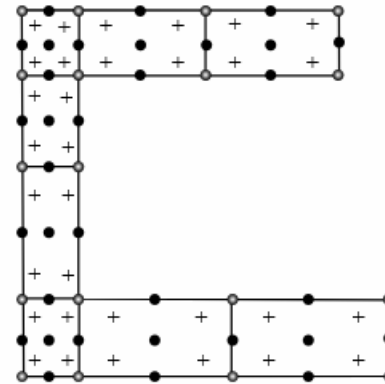
Elementi Trave – SECTYPE, SECDATA

SECDATA, VAL1, VAL2, VAL3, ..., VAL10

Calcolo delle proprietà della sezione come integrazione di celle:



(a) Rectangular section



(b) Channel section

- Section Nodes
- Section Corner Nodes
- + Section Integration Points

Ciascuna sezione è trattata come un assieme di un certo numero (piccolo) di celle a 9 nodi. E ciascuna di queste celle ha 4 integration points

Elementi Trave – SECTYPE, SECDATA

Visualizzazione:

`/ESHAPE, SCALE, KEY`

0 - mostra gli elementi beam come una linea
1 - mostra gli elementi beam come volumi, con la loro sezione

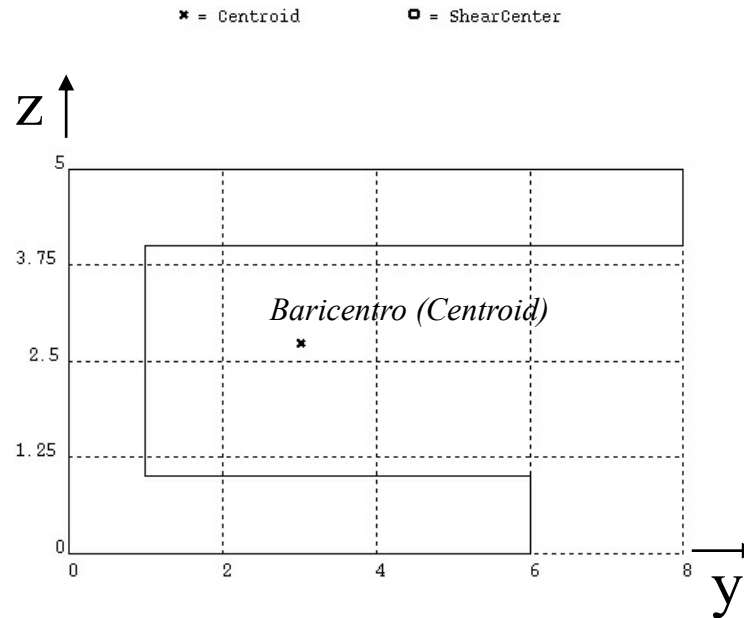
N.B.: il modello rimane di tipo *BEAM*, non diventa di tipo *SOLIDO*, quindi il comando ha soltanto valenza grafica

Elementi Trave – SECTYPE, SECDATA

SECPLLOT, **SECID**

Produce un disegno della sezione indicata, con i valori calcolati delle proprietà.

Centro di Taglio
(Shear Center) ○

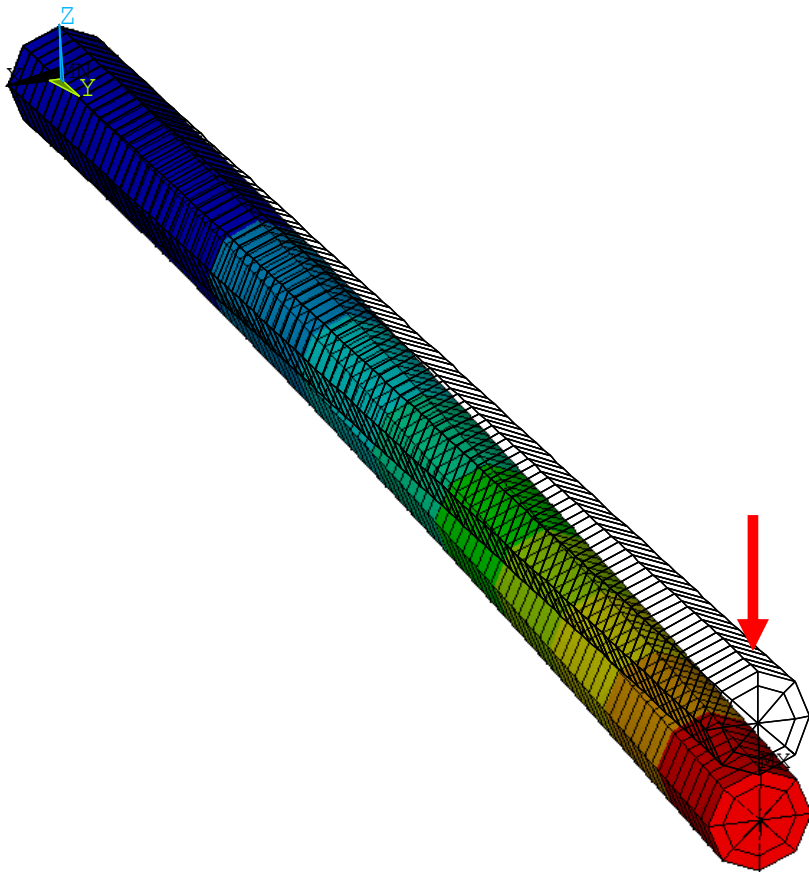


```
SECTION ID 4
DATA SUMMARY

Area
= 17
Iyy
= 58.475
Iyz
= 15.882
Izz
= 87.652
Warping Constant
= 212.45
Torsion Constant
= 5.592
Centroid Y
= 3.029
Centroid Z
= 2.735
Shear Center Y
= -2.067
Shear Center Z
= 3.226
```

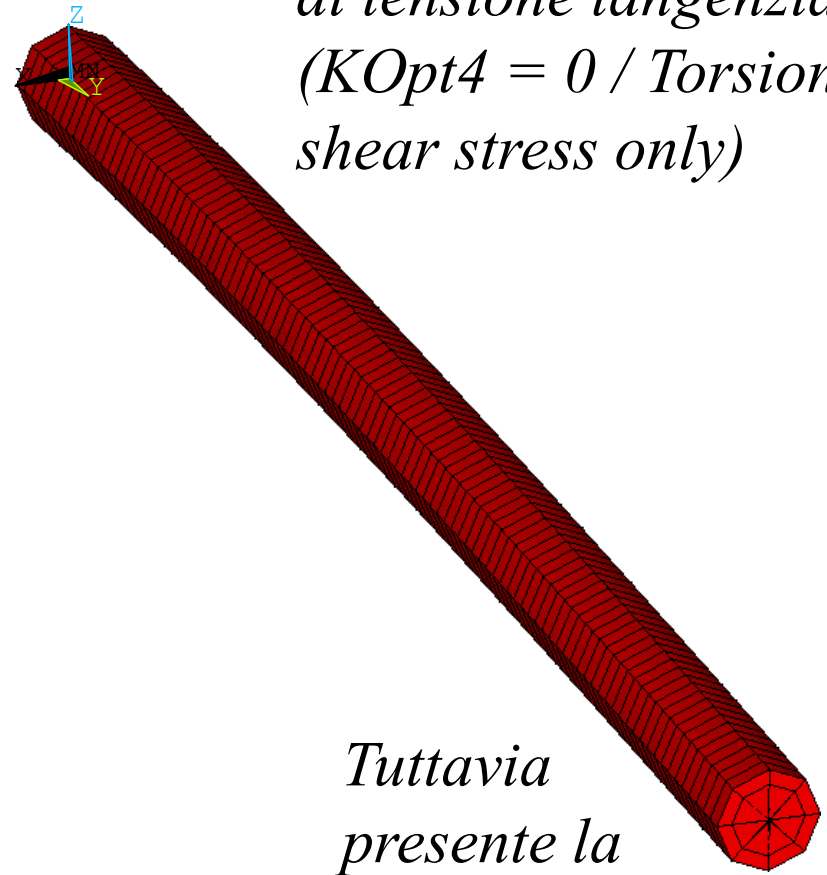
Elementi Trave – Taglio e torsione

Tensioni tangenziali (taglio / torsione)



*Carico di taglio e flessione
(qua è mostrata la deformata)*

*Nessuna componente
di tensione tangenziale
($K_{Opt4} = 0$ / Torsional
shear stress only)*

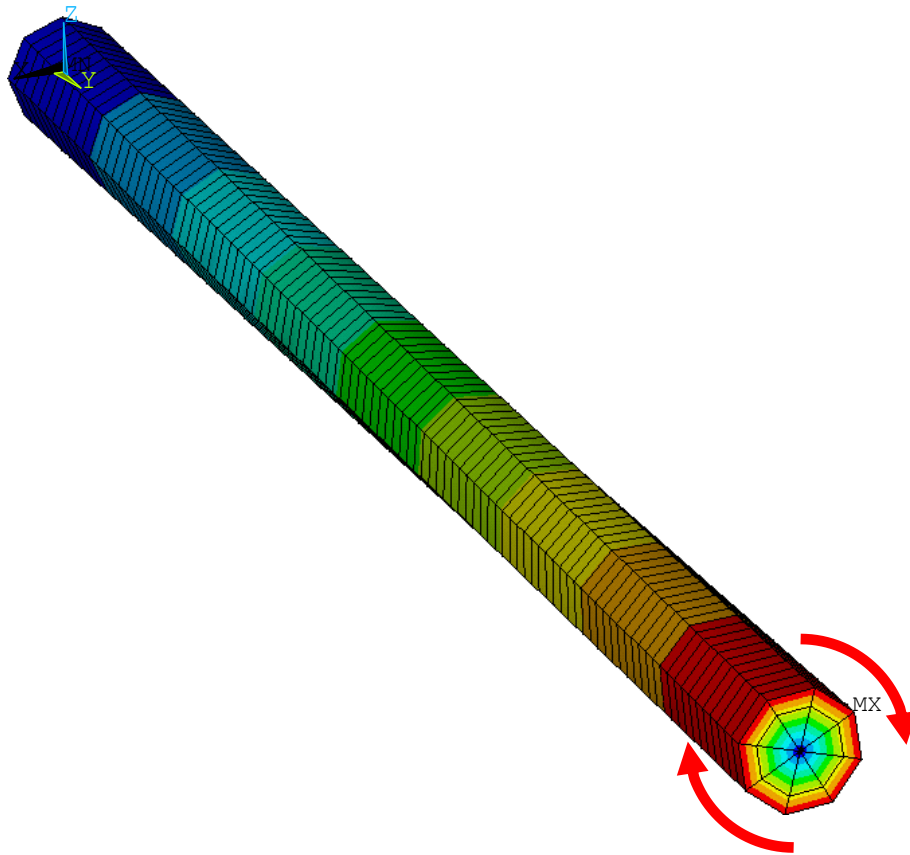


*Tuttavia
presente la
caratteristica
di taglio*

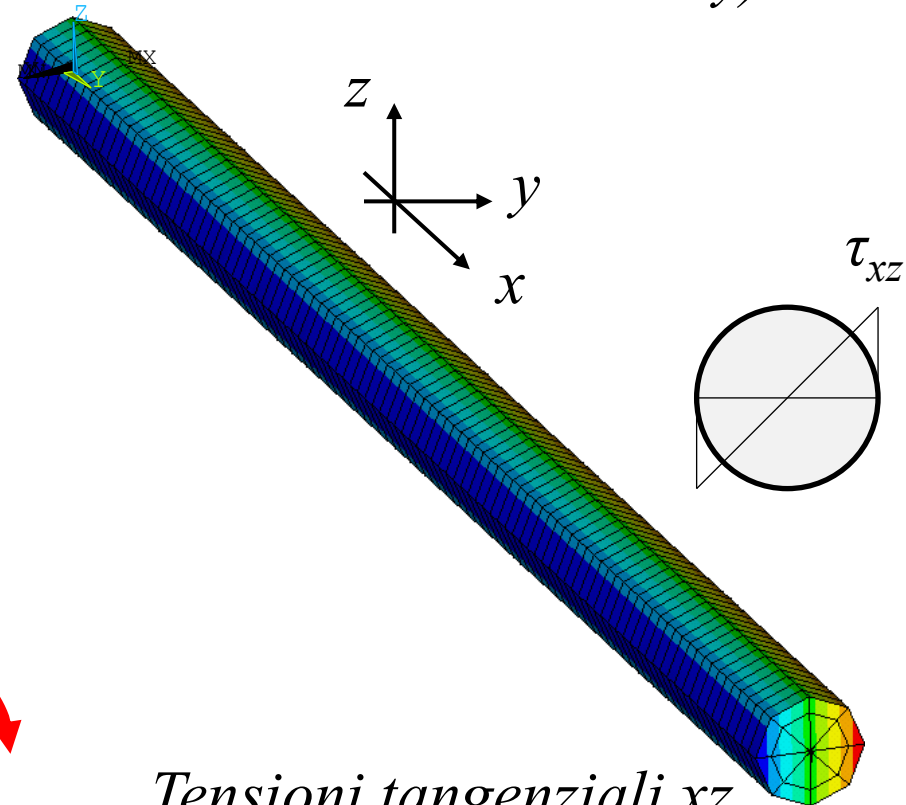
Elementi Trave – Taglio e torsione

Tensioni tangenziali (taglio / torsione)

(KOpt4 = 0 / Torsional shear stress only)



*Carico di torsione
(qua è mostrata la deformata)*



*Tensioni tangenziali xz
non nulle, analogamente
le tensioni tangenziali xy*

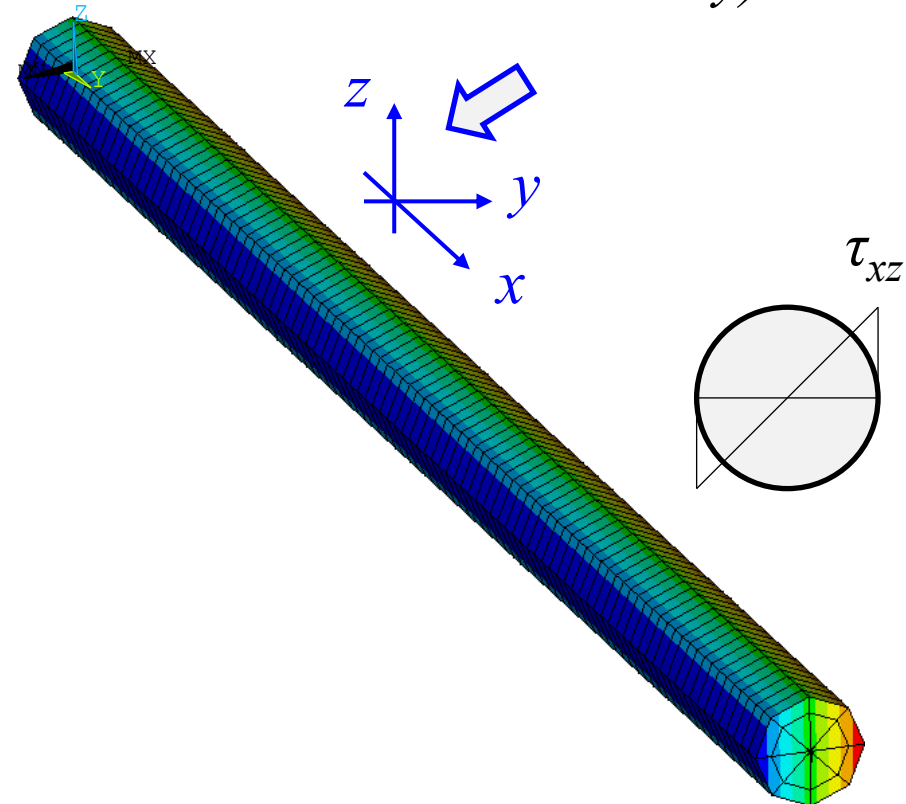
Elementi Trave – Taglio e torsione

Tensioni tangenziali (taglio / torsione)

($KOpt4 = 0$ / Torsional shear stress only)

N.B.: attivando /ESHAPE, ... si possono visualizzare le tensioni nella sezione, come se fosse una modellazione solida. Tuttavia, le componenti di tensione σ_x , τ_{xy} , τ_{xz} fanno riferimento agli assi del sistema di riferimento dell'elemento.

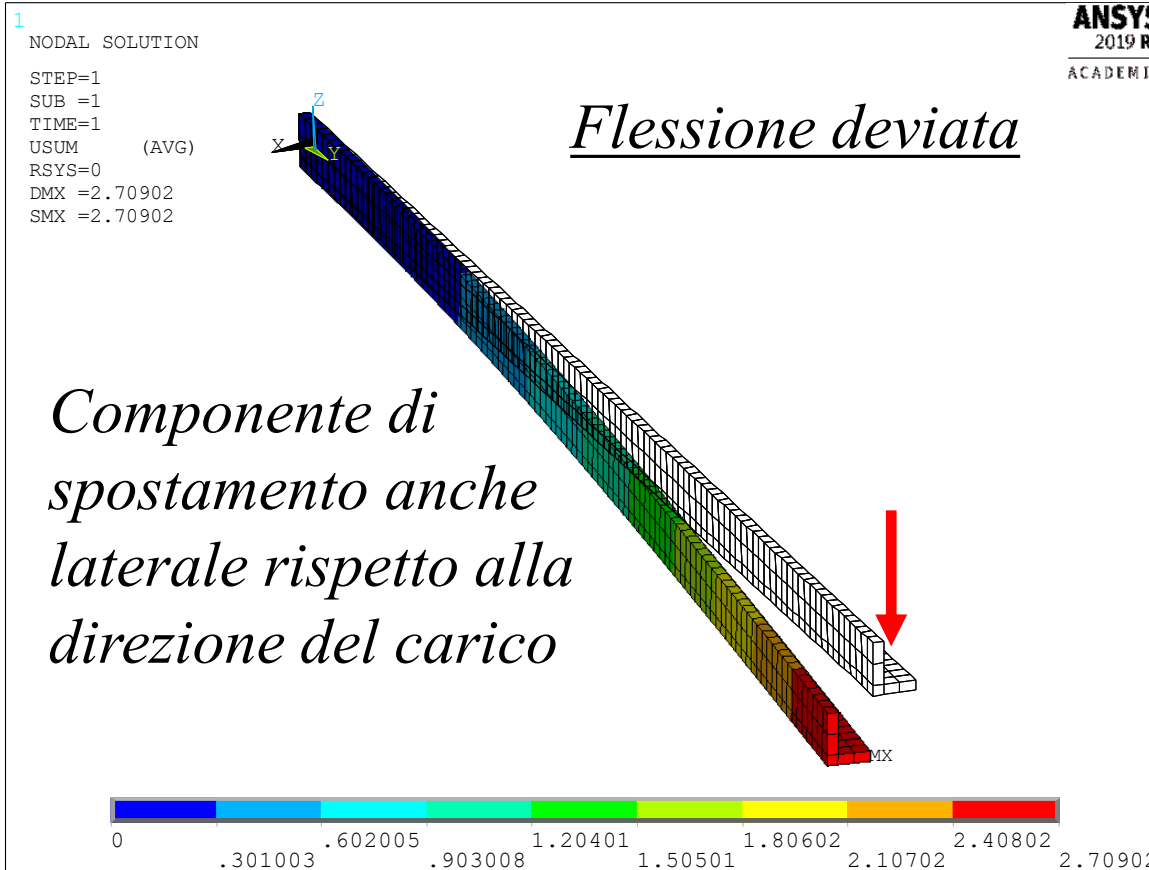
Questo vale solo per le travi



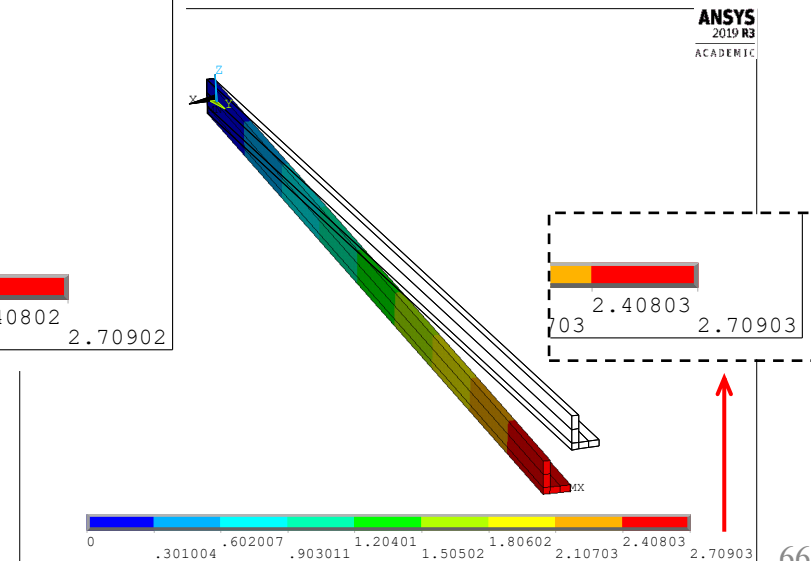
*Tensioni tangenziali xz
(sis. di rif. dell'elemento)*

Elementi Trave – Flessione deviata

Es.: Trave con sezione ad L

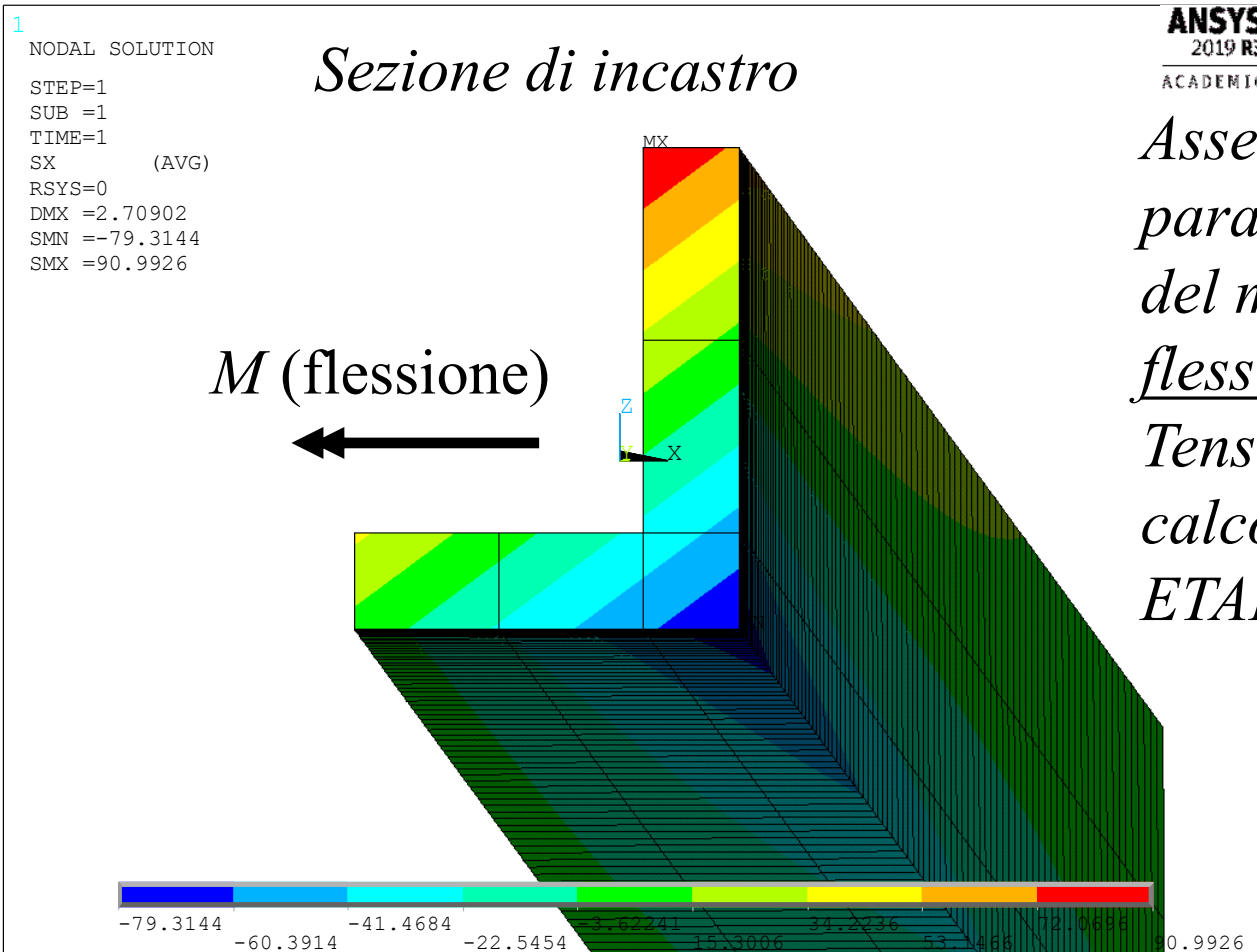


Stesso risultato con un solo elemento (sia con $KOpt3 = 2$, sia $KOpt3 = 3$). Tuttavia utilità grafica della discretizzazione



Elementi Trave – Flessione deviata

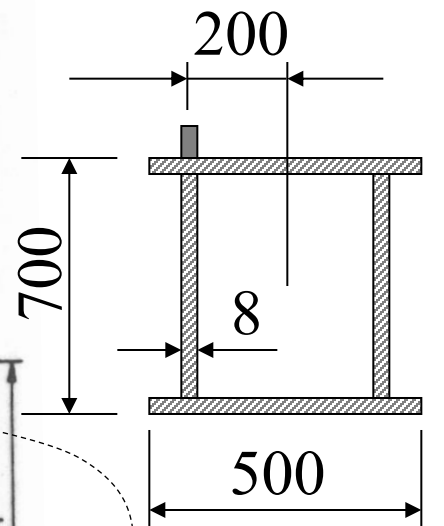
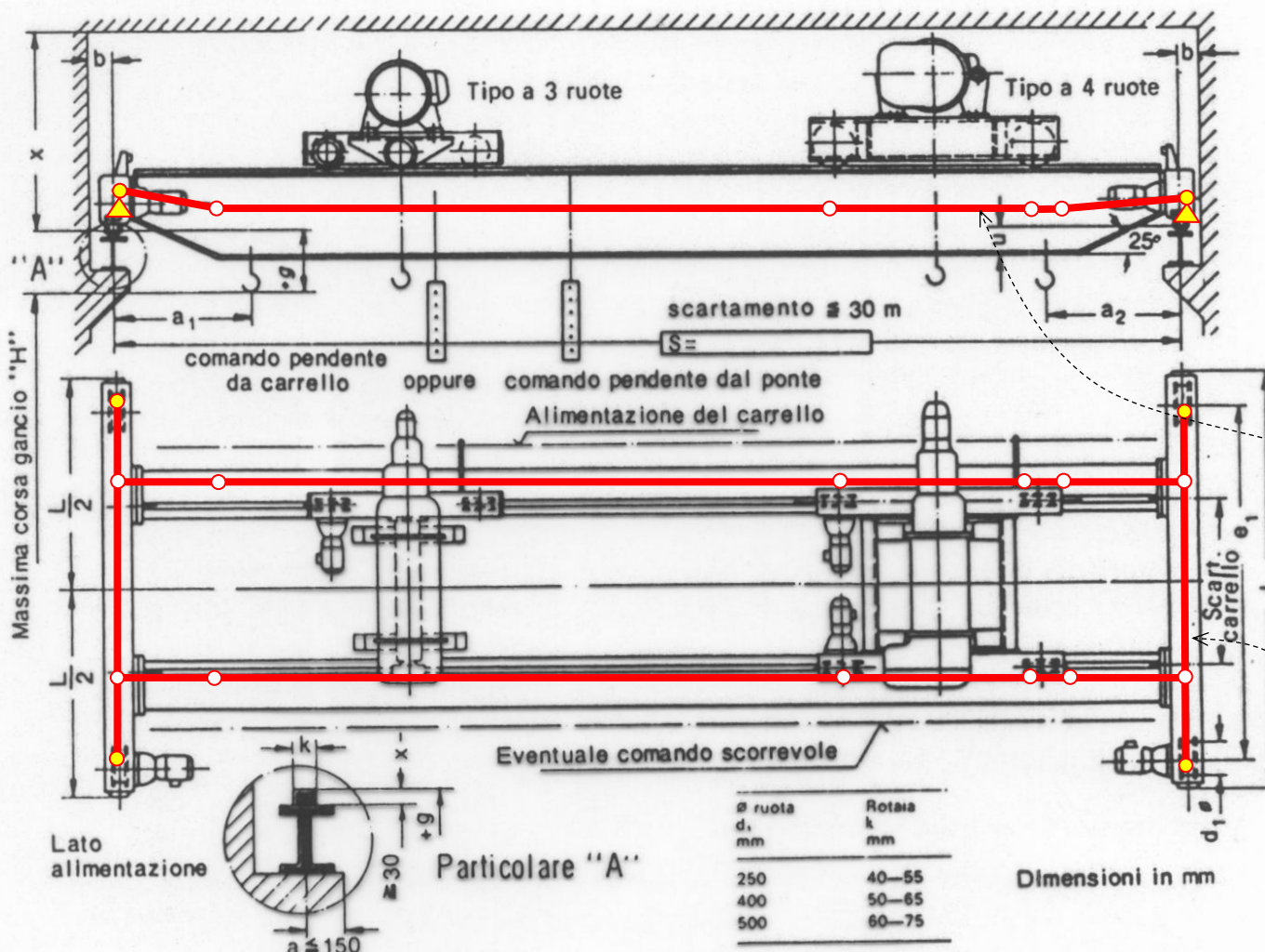
Tensione di flessione (x secondo il sist. di rif. dell'elemento):
 PLNSOL,S,X



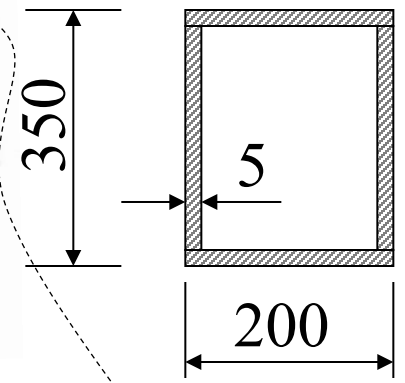
*Asse neutro non
 parallelo alla direzione
 del momento:
flessione deviata
 Tensioni max./min. non
 calcolabili con
 ETABLE*

Esempio: Carroponte

3D



Trave principale

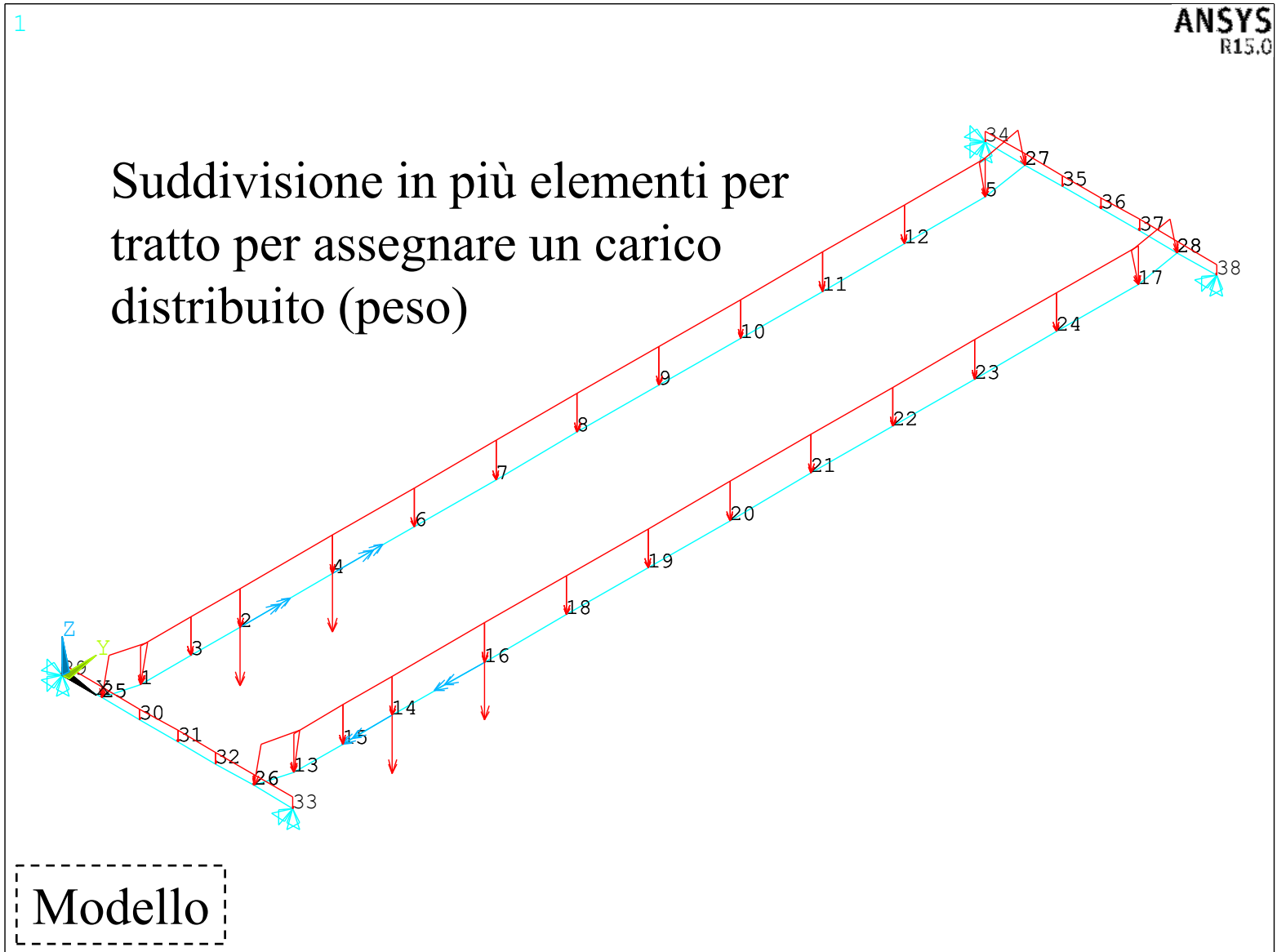


Testata

Interasse ruote testata (e_1) = 5 m
 Scartamento (S) = 20 m
 Scartamento carrello = 2.5 m

Esempio: Carroponte

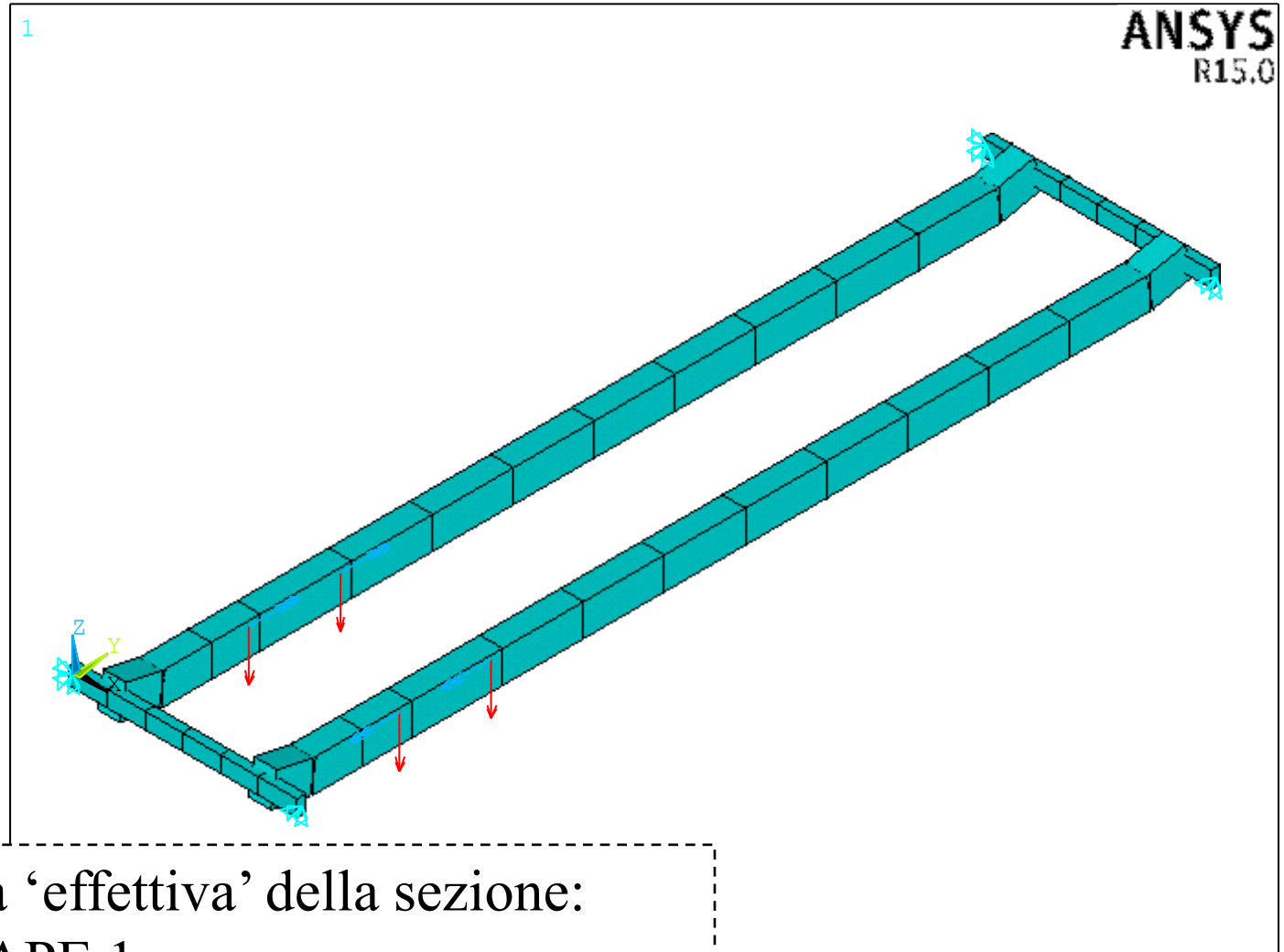
CdL Magistrale in Ingegneria Meccanica / Veicoli
File di comandi: Carroponte_Beam4.inp



Esempio: Carroponte

CdL Magistrale in Ingegneria Meccanica / Veicoli

File di comandi: Carroponte_Beam4.inp



Forma 'effettiva' della sezione:
 /ESHAPE,1
 (BEAM4 solo sezione rettangolare)

Elementi Trave – SECTYPE, SECDATA

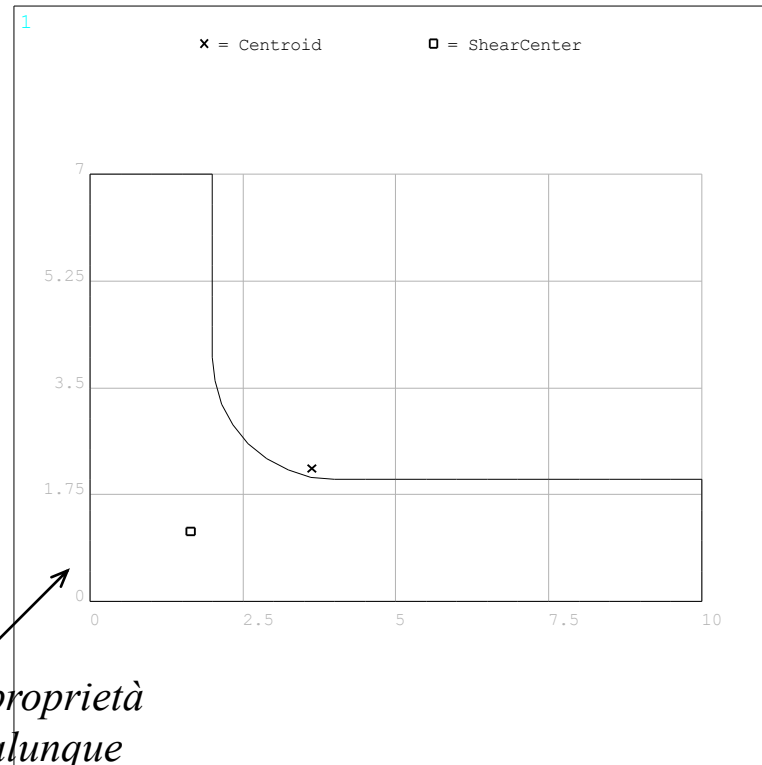
È possibile anche creare una nuova sezione a partire da un'area: inizialmente si crea un file, successivamente si legge quella sez.

SECWRITE, FNAME, EXT (SECT)
SECREAD, FNAME, EXT (SECT)

**SECTYPE,1,BEAM,MESH,
 SECOFFSET,CENT,,,
 SECREAD,'L-sec','SECT',' ',MESH**

Comando per riposizionare il nodo dell'elemento beam rispetto ad un punto della sezione, default: CENT (baricentro)

Si ottengono inoltre tutte le proprietà di sezione per una forma qualunque



```
SECTION ID 1
DATA SUMMARY

Section Name
=
Area
= 30.8586
Iyy
= 109.351
Iyz
= -93.6881
Izz
= 278.027
Warping Constant
= 169.924
Torsion Constant
= 45.4927
Centroid Y
= 3.63272
Centroid Z
= 2.17445
Shear Center Y
= 1.65095
Shear Center Z
= 1.14236
Shear Corr. YY
= .587568
Shear Corr. YZ
= -.021457
Shear Corr. ZZ
= .462076
```

Elementi Trave – SECTYPE, SECDATA

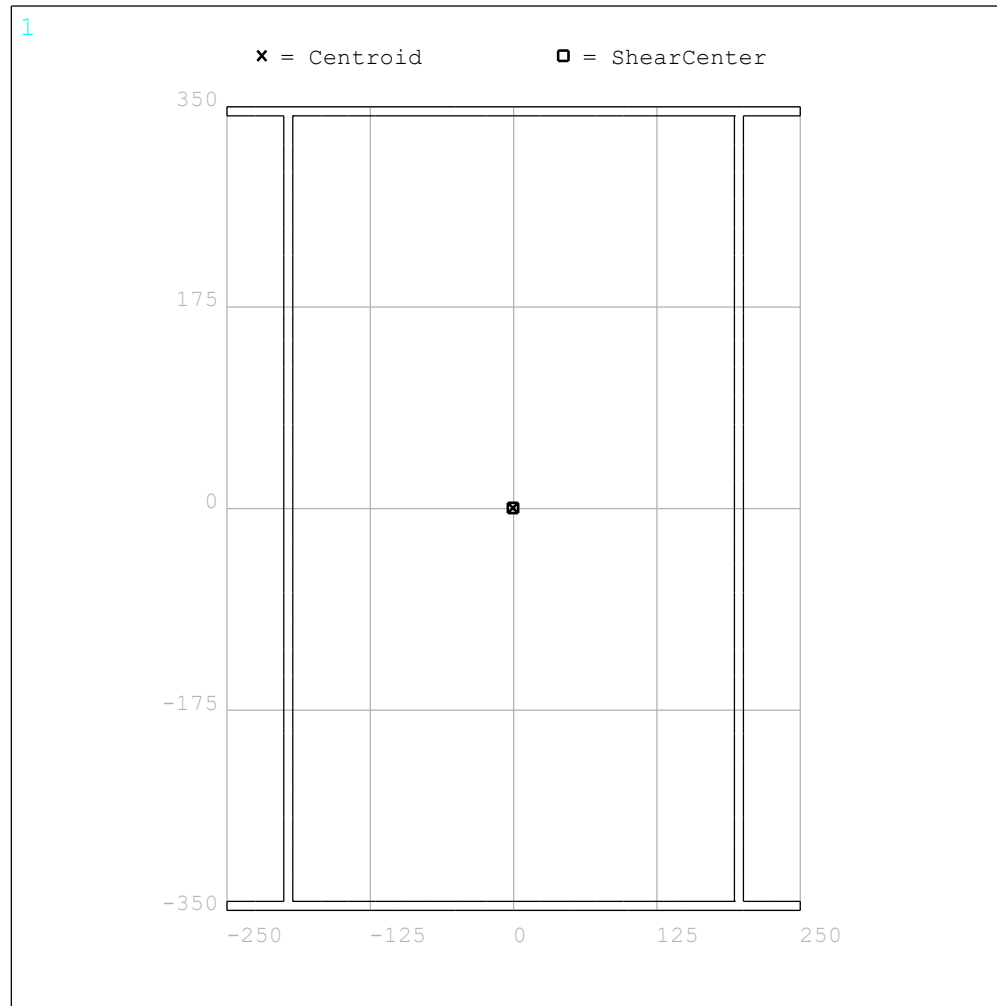
Es. applicato alla sezione della trave principale del carroponete

```

finish
/clear
/prep7
k,1,-250,-350
k,2,-250,-342
k,3,-200,-342
k,4,-200,342
k,5,-250,342
k,6,-250,350
k,7,250,350
k,8,250,342
k,9,200,342
k,10,200,-342
k,11,250,-342
k,12,250,-350
a,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12
k,13,-192,-342
k,14,-192,342
k,15,192,342
k,16,192,-342
a,13,14,15,16
asba,1,2
lesize,all,50
et,1,200
keyopt,1,1,7
amesh,all
    
```

secwrite,SezioneTravePrincipale,sect

SECREAD → SECPLOT



```

SECTION ID 1
DATA SUMMARY

Section Name
=
Area
= 18944
Iyy
= .138E+10
Iyz
= .284E-06
Izz
= .587E+09
Warping Constant
= .350E+13
Torsion Constant
= .110E+10
Centroid Y
= -.161E-13
Centroid Z
= -.230E-14
Shear Center Y
= -.522E-10
Shear Center Z
= .472E-10
Shear Corr. YY
= .263702
Shear Corr. YZ
= .618E-13
Shear Corr. ZZ
= .547125
    
```

Esempio: Carroponte

File di comandi: Carroponte_Beam4.inp

! trave principale

$$jy1=(sp1*(h1-2*sp1)**3)/6+b1*sp1*(h1-sp1)**2/2$$

$$jz1=(sp1*b1**3)/6+(h1-2*sp1)*sp1*h12**2/2$$

$$a1=(h1+b1)*sp1*2$$

! testata

$$jy2=(sp2*(h2-2*sp2)**3)/6+b2*sp2*(h2-sp2)**2/2$$

$$jz2=(sp2*(b2-2*sp2)**3)/6+h2*sp2*(b2-sp2)**2/2$$

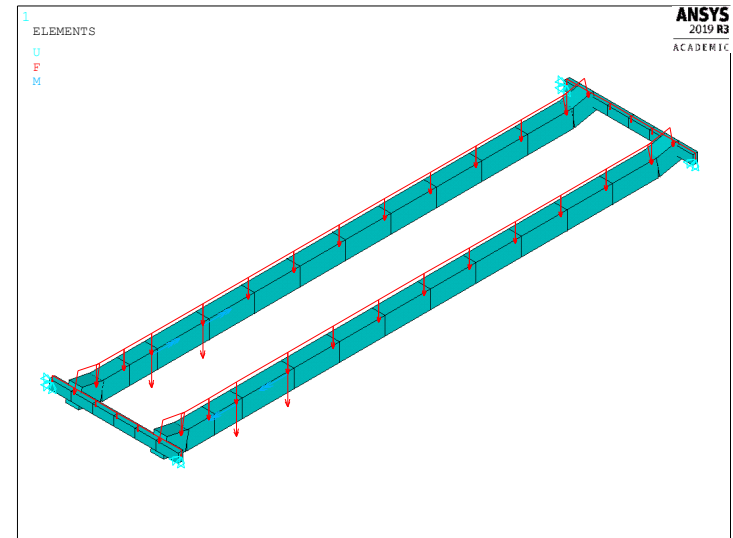
$$a2=(h2+b2)*sp2*2$$

...

et,1,4

r,1,a1,jz1,jy1,h1,b1 ! proprietà sezione trave principale

r,2,a2,jz2,jy2,h2,b2 ! proprietà sezione testata



File di comandi: Carroponte_Beam188.inp

et,1,188,,3

sectype,1,beam,mesh,

secread,'SezioneTravePrincipale','sect',' ',mesh

!seccontrol,1e12,,1e12 ! eliminare la deformabilità a taglio

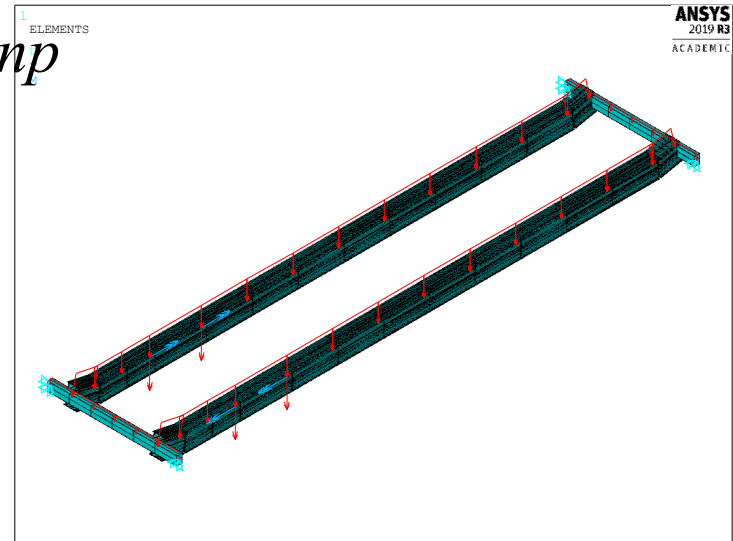
sectype,2,beam,hrec ! rettangolo cavo (hollow)

secdata,b2,h2,sp2,sp2,sp2,sp2

!seccontrol,1e12,,1e12 ! eliminare la deformabilità a taglio

mp,ex,1,205000

mp,prxy,1,0.3



Previo salvataggio della
sezione con quel nome di file

Esempio: Carroponte

File di comandi: Carroponte_Beam188.inp

et,1,188,,3

sectype,1,beam,mesh,

secread,'SezioneTravePrincipale','sect',' ',mesh

!seccontrol,1e12,,1e12 ! eliminare la deformabilità a taglio

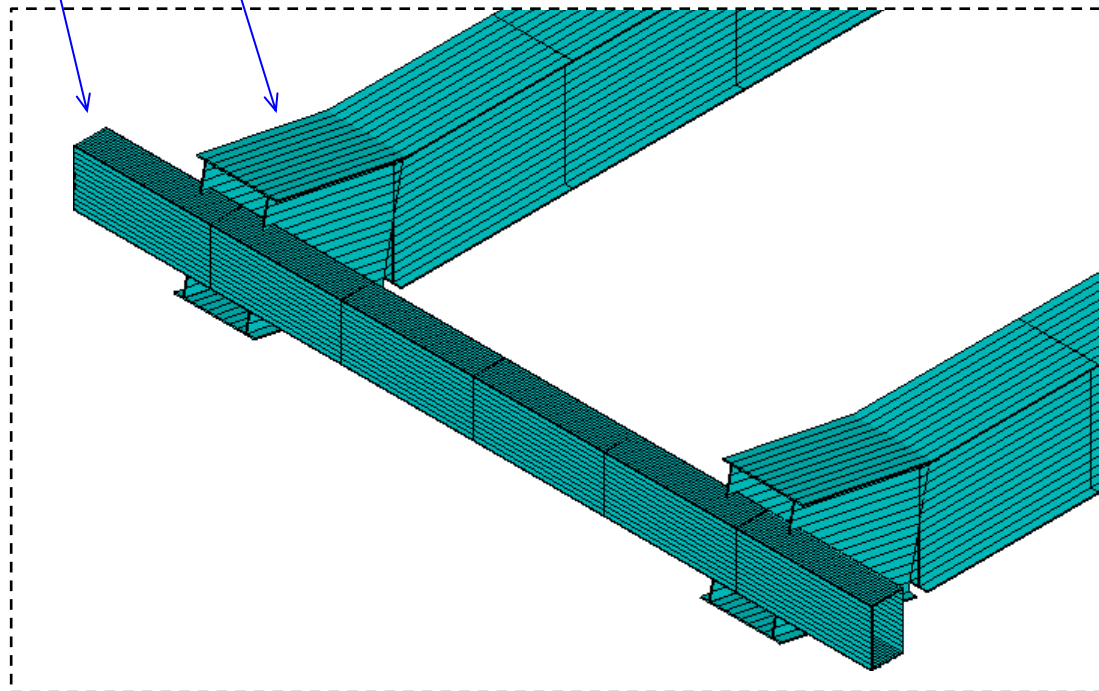
sectype,2,beam,hrec ! rettangolo cavo (hollow)

secdata,b2,h2,sp2,sp2,sp2

!seccontrol,1e12,,1e12 ! eliminare la deformabilità a taglio

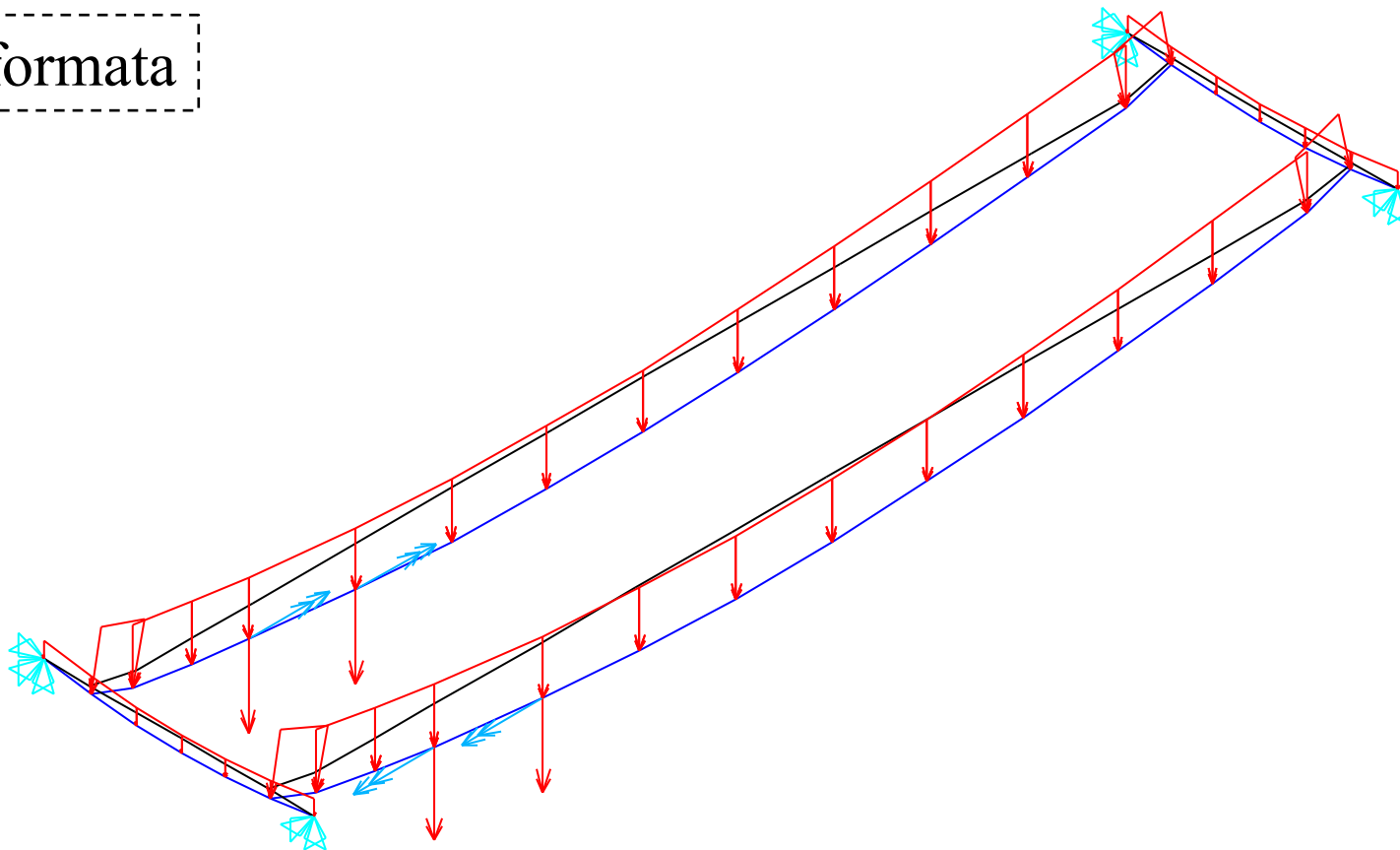
mp,ex,1,205000

mp,prxy,1,0.3



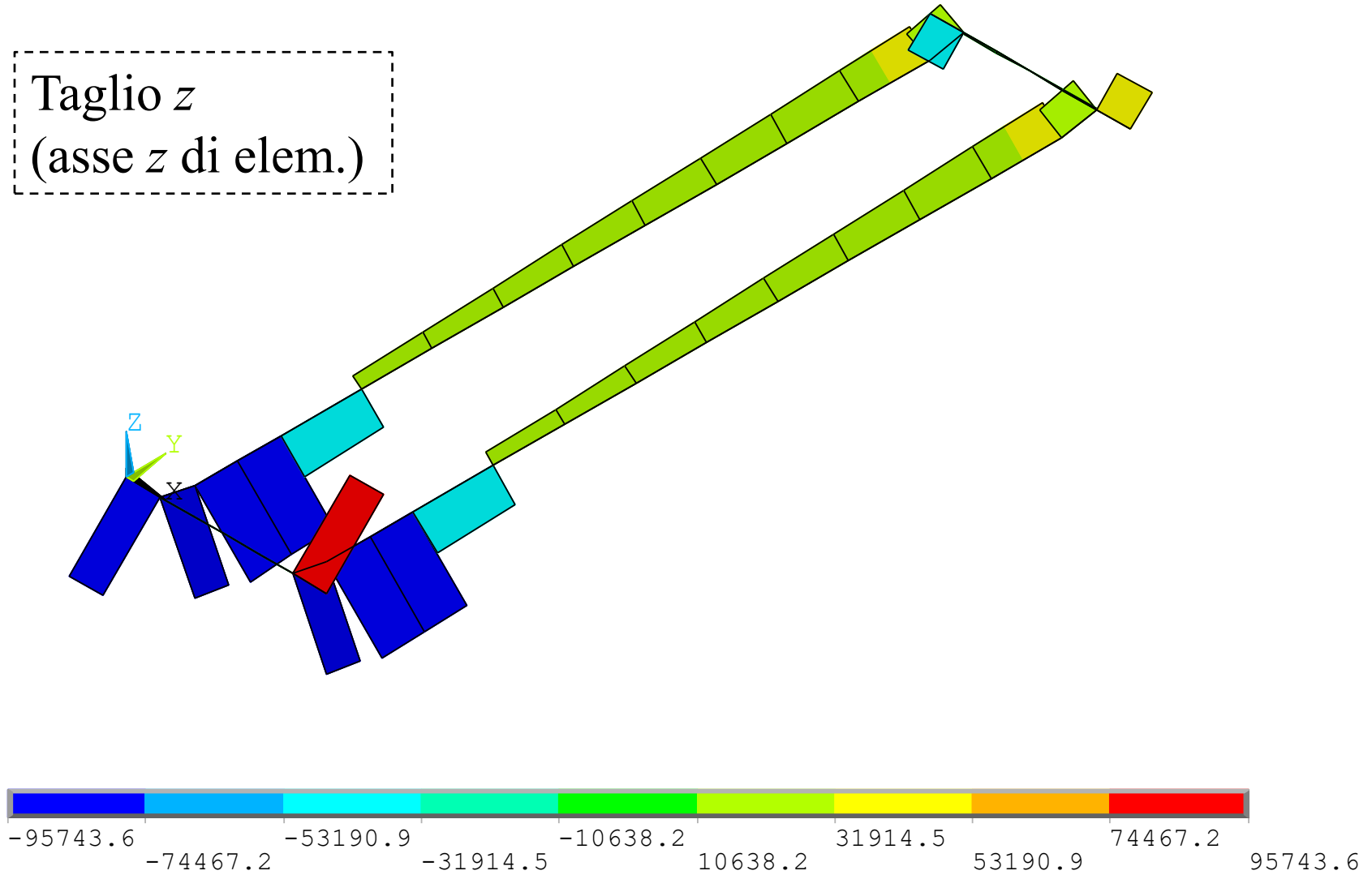
Esempio: Carroponte

Deformata



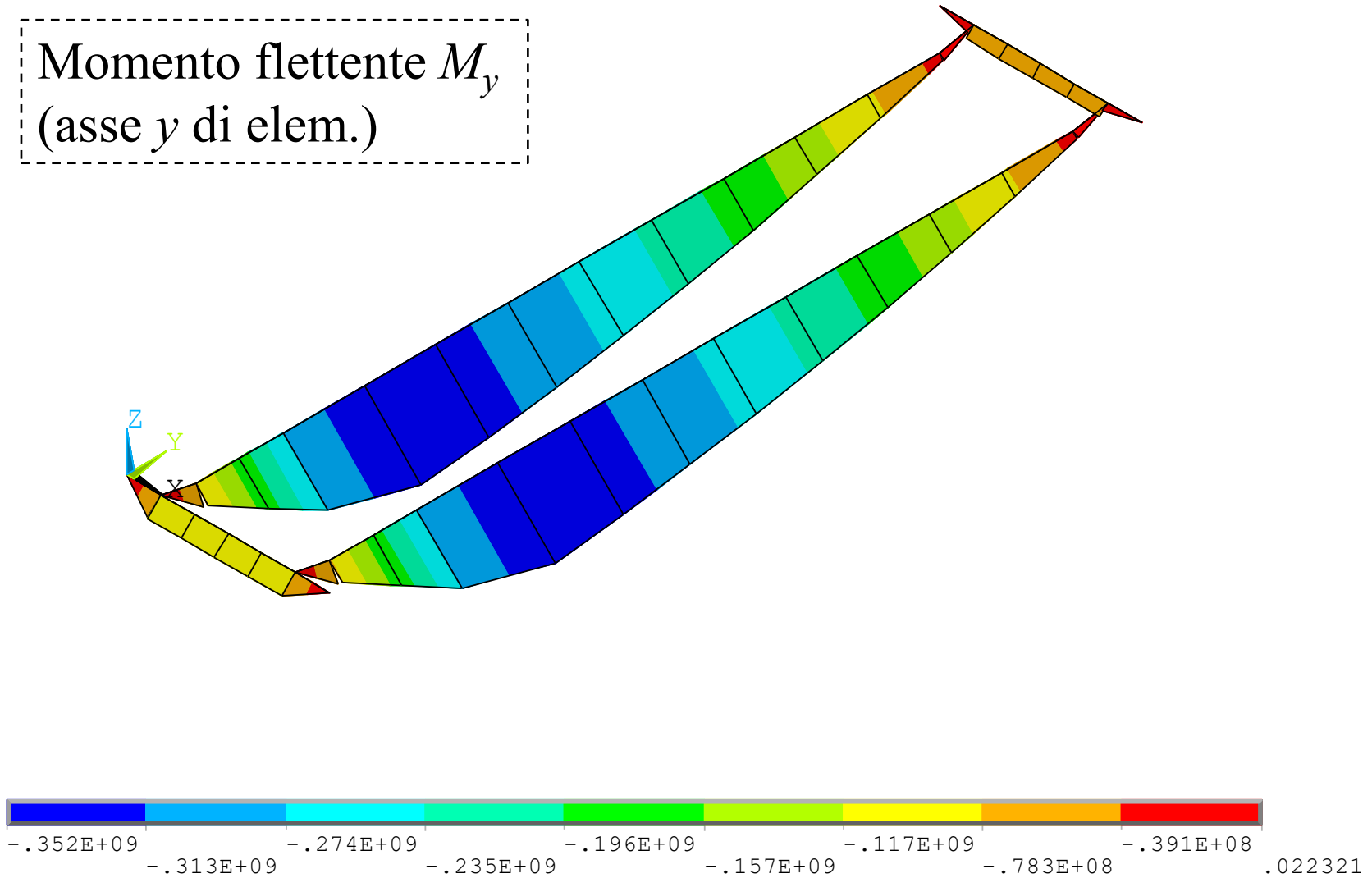
Esempio: Carroponte

Taglio z
(asse z di elem.)



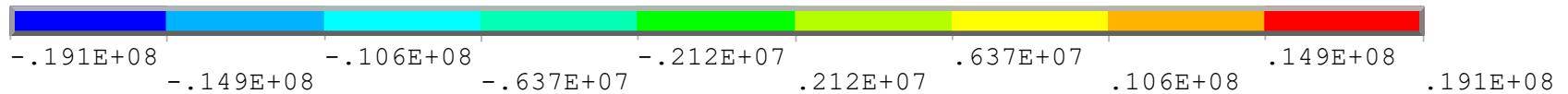
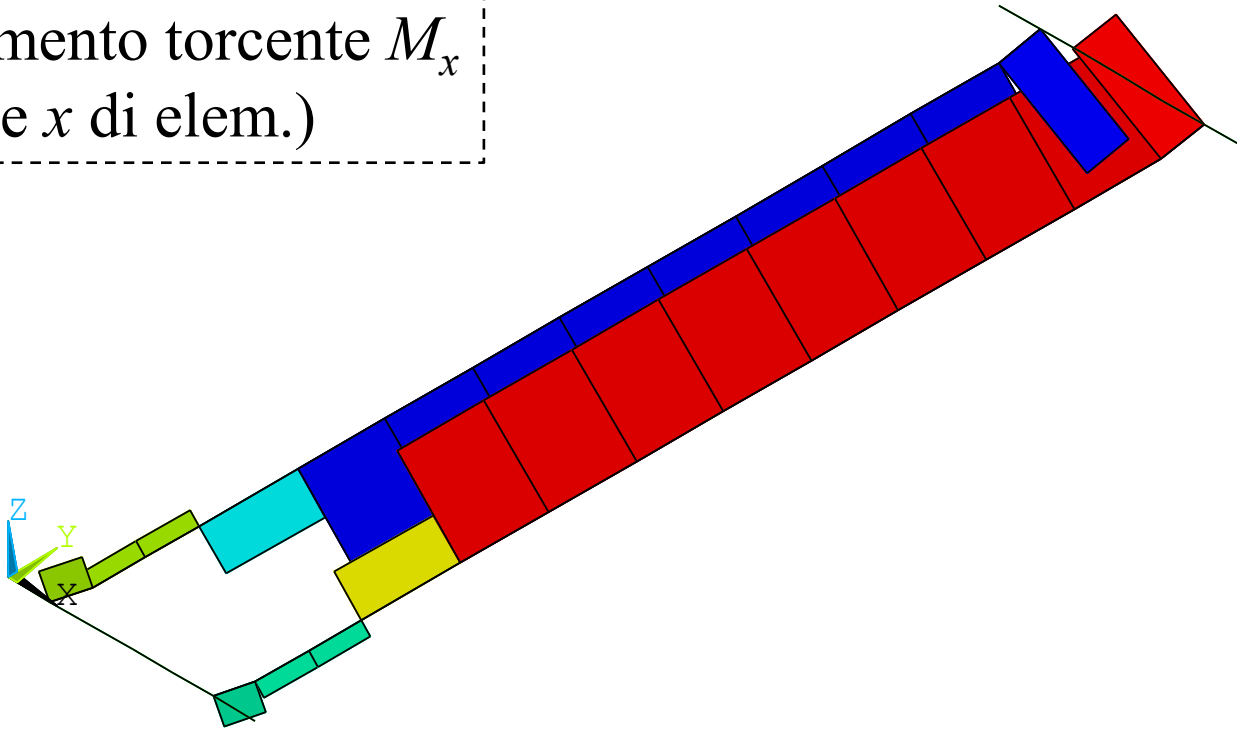
Esempio: Carroponte

Momento flettente M_y
(asse y di elem.)



Esempio: Carroponte

Momento torcente M_x
(asse x di elem.)



File di comandi: Carroponte_Beam188.inp

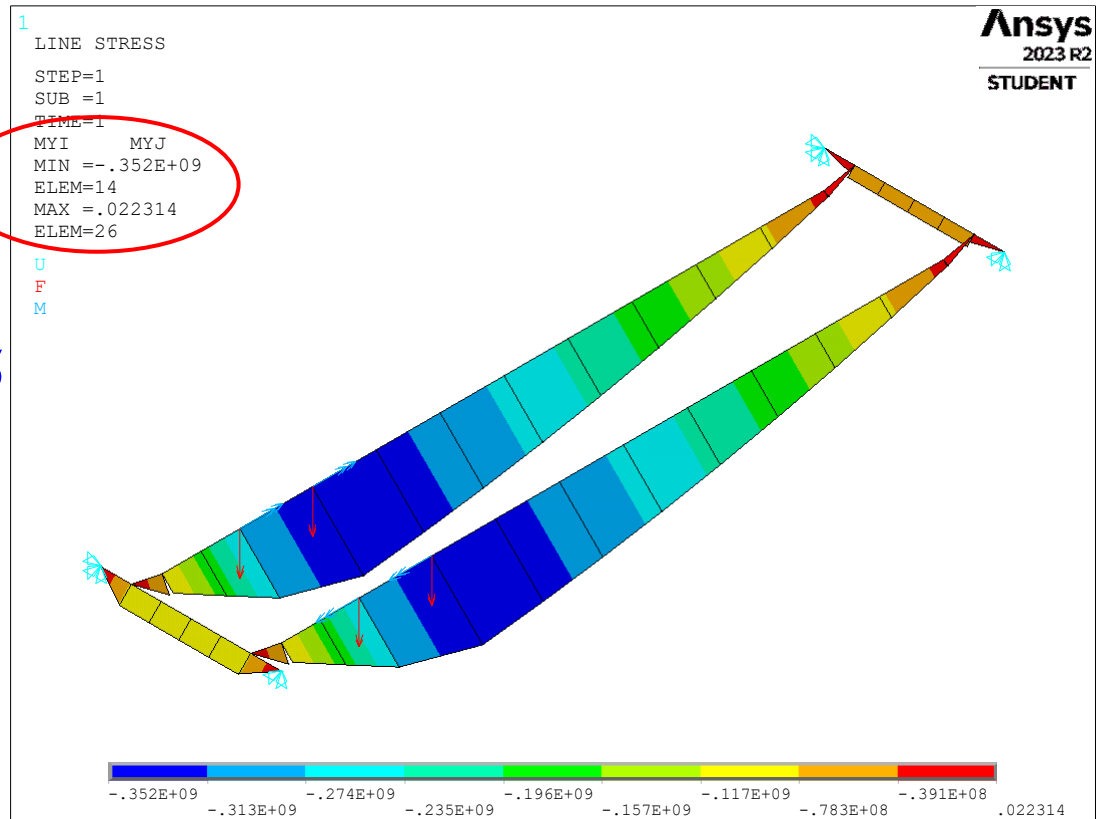
Esempio: Carroponte

Rappresentazione grafica risultati – Comando PLLS

PLLS, LabI, LabJ, Fact, KUND

ETABLE, MYI, SMISC, 2
 ETABLE, MYJ, SMISC, 15

PLLS, MYI, MYJ



Momento flettente M_y (asse y di elemento)

Carroponte Beam 188 – Tensioni trave

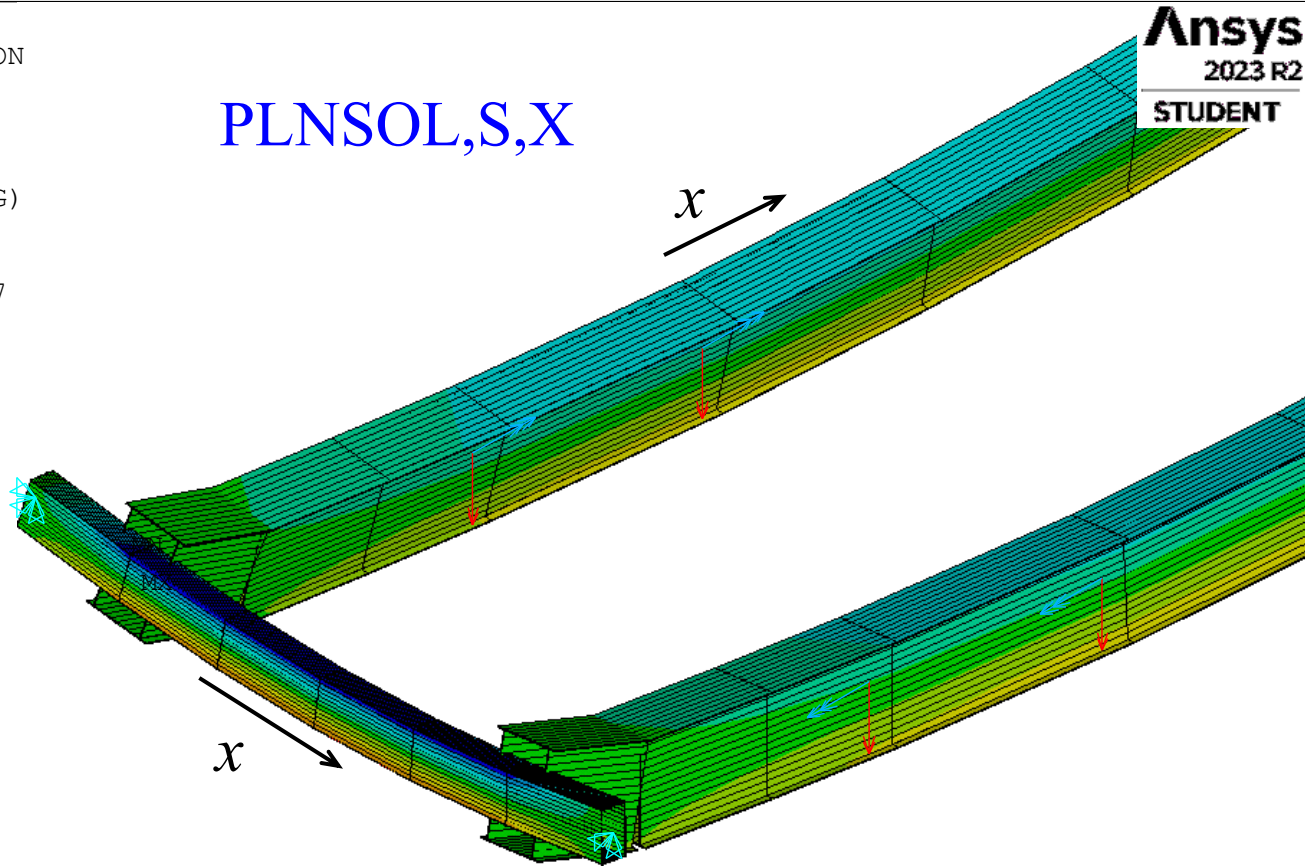
Ansys
2023 R2
STUDENT

1
NODAL SOLUTION

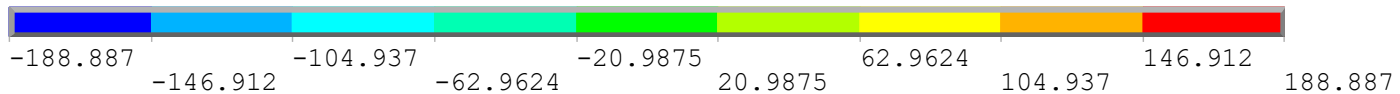
STEP=1
SUB =1
TIME=1
SX (AVG)
RSYS=0
DMX =52.2294
SMN =-188.887
SMX =188.887

PLNSOL,S,X

U
F
M



Tensioni secondo x
(asse x di elemento, asse della trave)

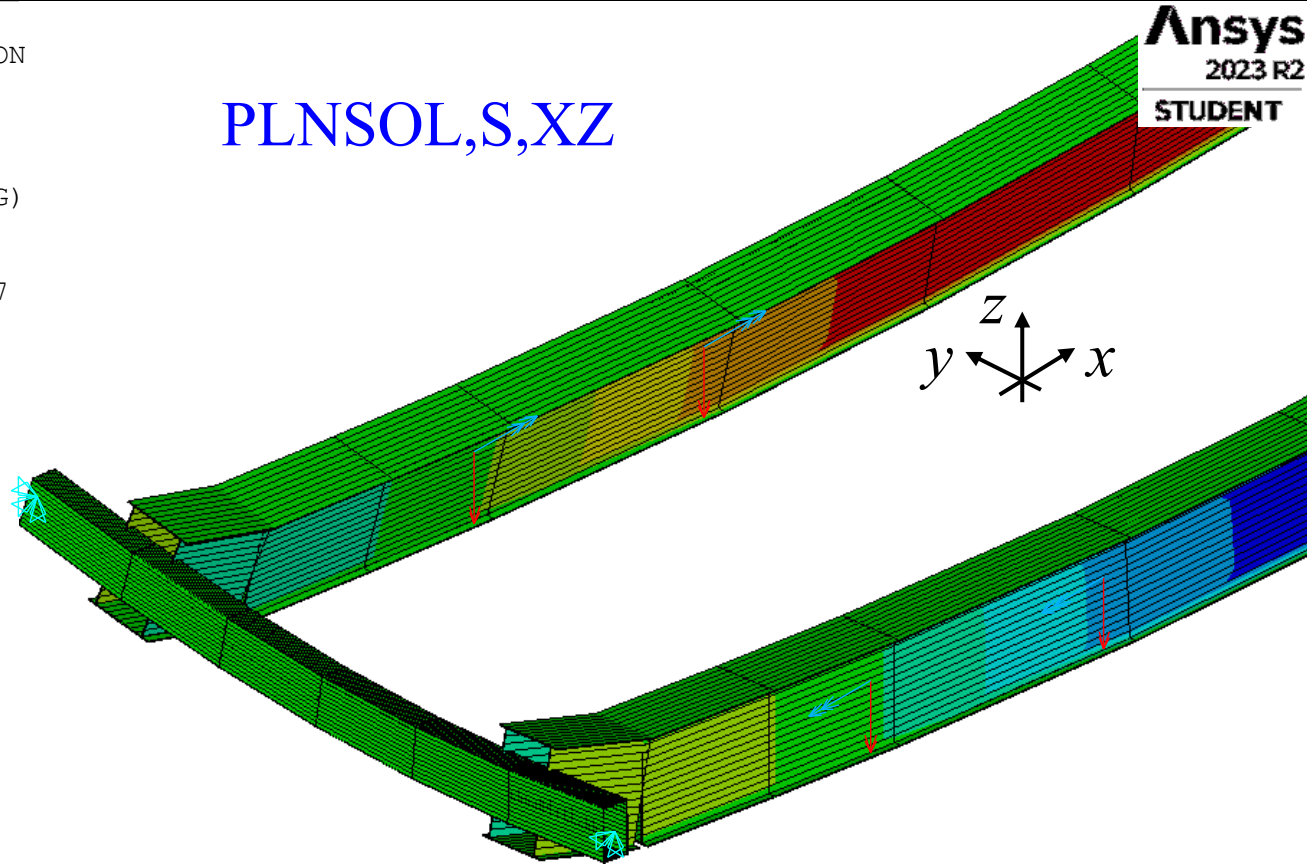


Carroponte Beam 188 – Tensioni trave

Ansys
2023 R2
STUDENT

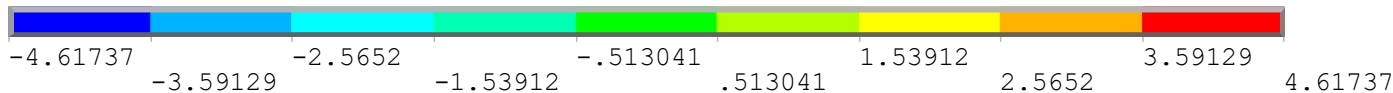
1
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
SXZ (AVG)
RSYS=0
DMX =52.2294
SMN =-4.61737
SMX =4.61737

PLNSOL,S,XZ



U
F
M

Tensioni secondo xz (sistema di rif. di elemento) di torsione, anche per la trave a sezione custom





Esercitazione da svolgere: Gru a bandiera – Uso dei CP

C***

C*** VINCOLI

C***

D,1,ALL,0 ! incastro base colonna

CP,1,UX,3,4 ! appoggio orizzontale inferiore colonna-braccio

CP,2,UX,5,6 ! cerniera superiore colonna-braccio

CP,3,UZ,5,6

Elementi Pipe

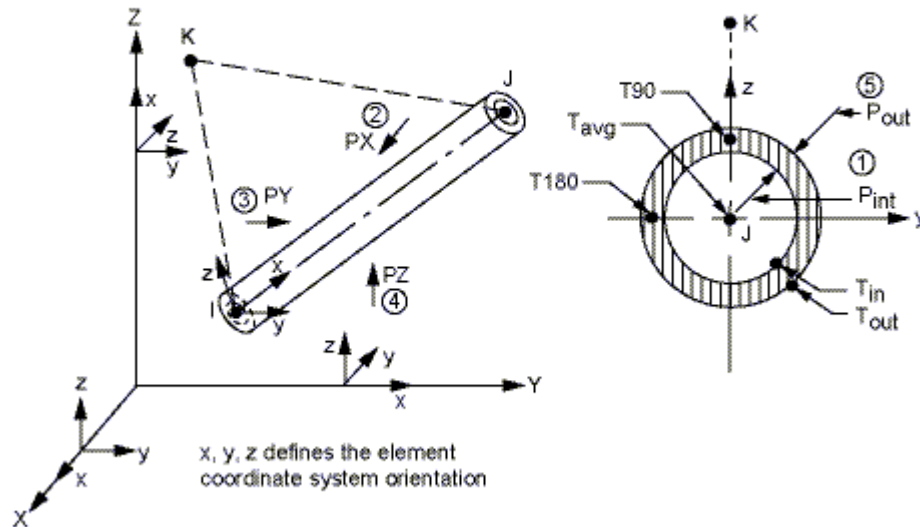
Elementi per lo studio di sistemi di tubazioni (“piping”)

Tubo rettilineo: *elemento trave con un'apposita definizione dei parametri geometrici (diametro e spessore di parete, invece di A , J , etc.) e con ulteriori carichi di pressione interna/esterna e di temperatura*

Archive Documentation

Figure 16.1: PIPE16 Geometry

If node K is omitted, the element y-axis is parallel to the global X-Y plane

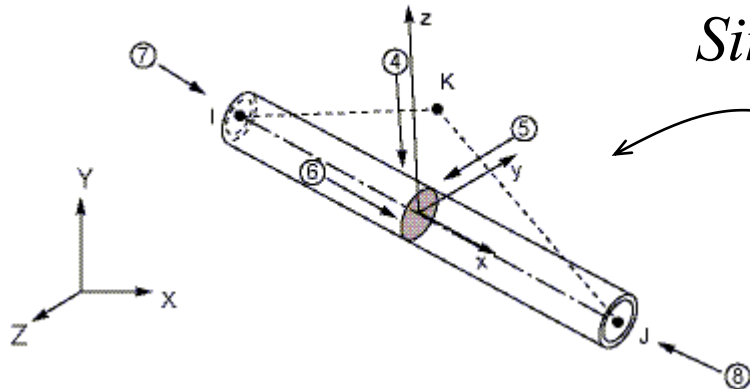


Although this legacy element is available for use in your analysis, ANSYS, Inc. recommends using a current-technology element such as [PIPE288](#).

Elementi Pipe

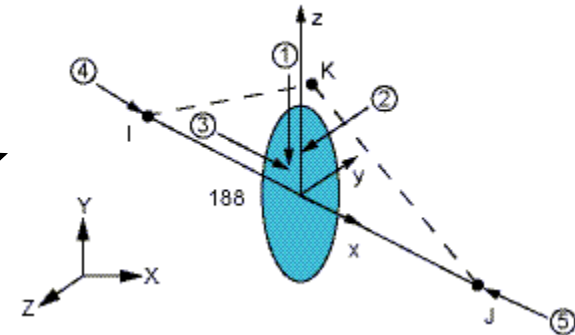
Versione attuale PIPE288 / PIPE289

Figure 288.1: PIPE288 Geometry



Simile

Figure 188.1: BEAM188 Geometry



PIPE288 Element Description

The PIPE288 element is suitable for analyzing slender to moderately stubby/thick pipe structures. The element is based on Timoshenko beam theory. Shear-deformation effects are included.

Sistemi di *piping* nello spazio

Car. Geometriche con Comando SECTYPE

Le funzioni di forma variano lungo l'asse x locale in base alla KOpt3:

- KOpt3 = 0 *Funzione di forma lineare*
- KOpt3 = 2 *Funzione di forma quadratica → PIPE289*
- KOpt3 = 3 *Funzione di forma cubica*



Elementi Pipe

Dati di input per l'elemento PIPE288 di Ansys

PIPE288 Input Summary

Nodes

I, J, K (an optional orientation node)

Degrees of Freedom

UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ

Section Information

Accessed via **SECTYPE**, PIPE and **SECDATA** commands.

Material Properties

EX, EY, EZ, PRXY, PRYZ, PRXZ (or NUXY, NUYZ, NUXZ),

ALPX, ALPY, ALPZ (or CTEX, CTEY, CTEZ or THSX, THSY, THSZ),

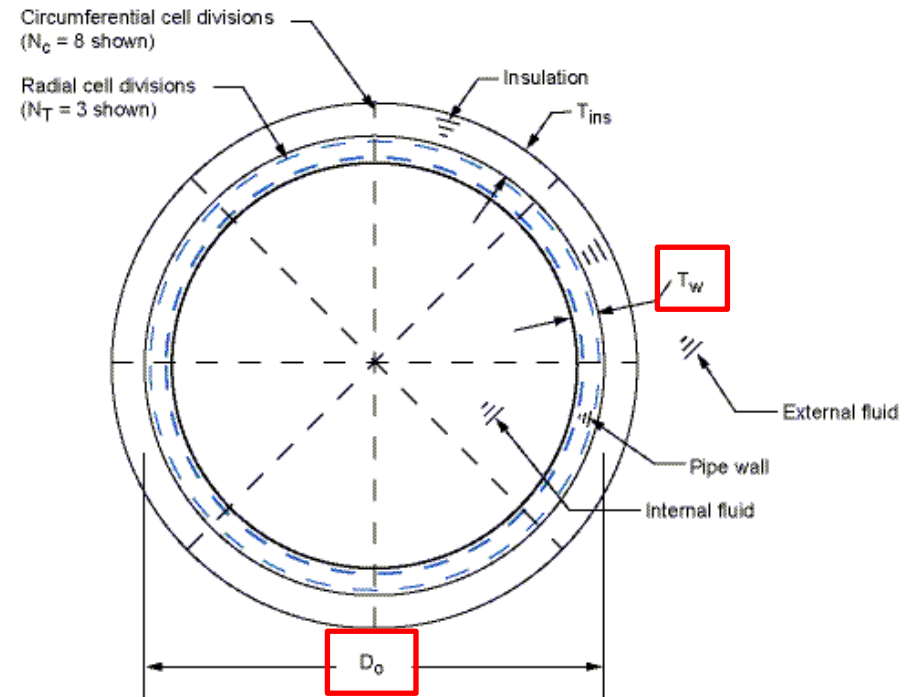
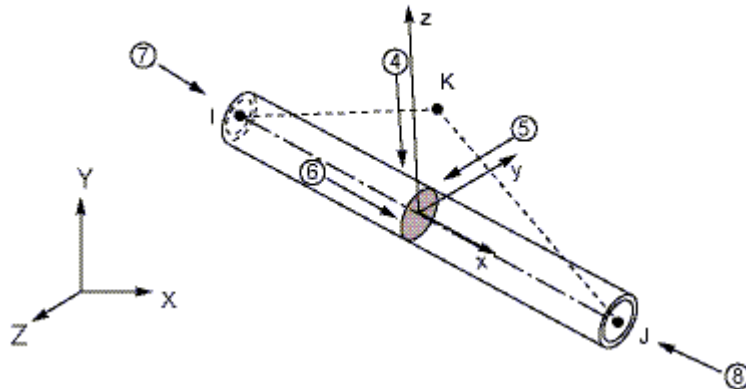
DENS, GXY, GYZ, GXZ, ALPD, BETD

SECTYPE, N. id, PIPE

SECDATA, Val1, Val2, ...

Elementi Pipe

Figure 288.1: PIPE288 Geometry



Pipe sections are referenced by the [PIPE288](#), [PIPE289](#), and [ELBOW290](#) elements.

Data to provide in the value fields:

D_o T_w N_c s_s N_r M_{int} M_{ins} T_{ins}

where

D_o = Outside diameter of pipe. Does not include T_{ins} unless T_{ins} is part of shell section s_s .

T_w = Wall thickness (defaults to $D_o / 2$, or "solid" pipe).

N_c = Number of cells along the circumference ($8 \leq N_c \leq 120$, where a greater value improves accuracy slightly; default = 8).

s_s = Section number of the shell representing the pipe wall. Valid with [ELBOW290](#) only. (Total thickness of the section is scaled to T_w . The program considers the innermost layer inside of the pipe to be the first layer.)

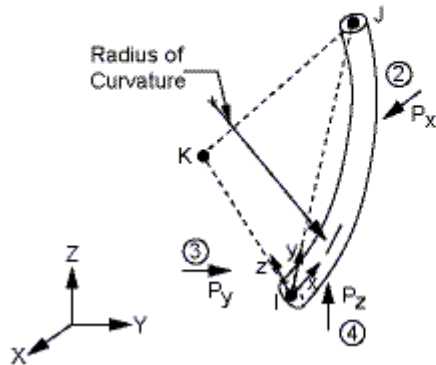
N_r = Number of cells through the pipe wall. Valid values are 1 (default), 3, 5, 7, and 9. Cells are graded such that they are thinner on the inner and outer surfaces. Valid with [PIPE288](#) and [PIPE289](#) only.

Elementi Pipe curvilinei

Tubo curvilineo: elemento che permette di modellare i tratti curvilinei, e che tiene conto del basso rapporto tra raggio di curvatura e diametro

PIPE18

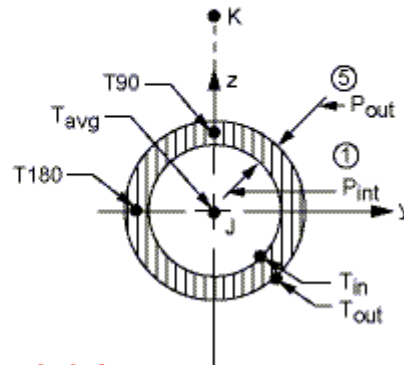
Figure 18.1: PIPE18 Geometry



Angolo max 90°

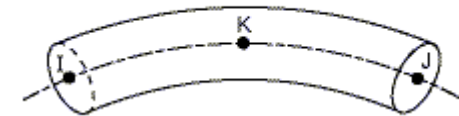
Archive Documentation

The element x-z coordinates are in the I, J, K plane

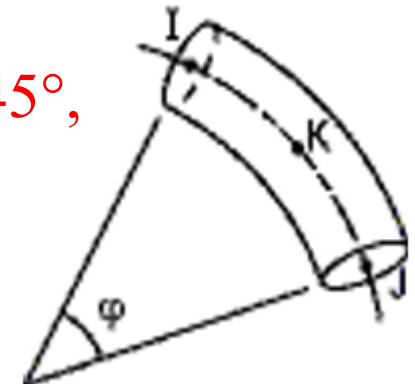


ELBOW290

Figure 290.1: ELBOW290 Geometry



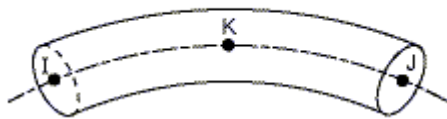
Angolo max 45°,
altrimenti
suddivisioni
con LMESH



Elementi Pipe curvilinei

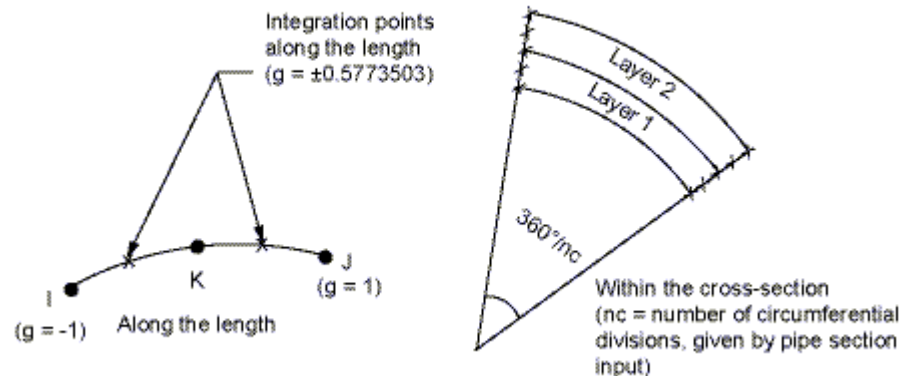
Tubo curvilineo: elemento che permette di modellare i tratti curvilinei, e che tiene conto del basso rapporto tra raggio di curvatura e diametro

Figure 290.1: ELBOW290 Geometry



SECTYPE, *N. id*, **PIPE**
SECDATA, *Val1*, *Val2*, ...

Figure 290.2: ELBOW290 Element Integration Stations



D_o = Outside diameter of pipe. Does not include T_{ins} unless T_{ins} is part of shell section s_s .

T_w = Wall thickness (defaults to $D_o / 2$, or "solid" pipe).

N_c = Number of cells along the circumference ($8 \leq N_c \leq 120$, where a greater value improves accuracy slightly; default = 8).

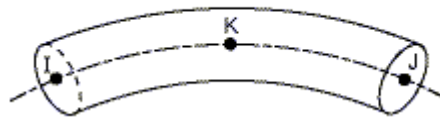
s_s = Section number of the shell representing the pipe wall. Valid with [ELBOW290](#) only. (Total thickness of the section is scaled to T_w . The program considers the innermost layer inside of the pipe to be the first layer.)

N_t = Number of cells through the pipe wall. Valid values are 1 (default), 3, 5, 7, and 9. Cells are graded such that they are thinner on the inner and outer surfaces. Valid with [PIPE288](#) and [PIPE289](#) only.

Elementi Pipe curvilinei

Tubo curvilineo: divisione in strati nel senso dello spessore per imporre diverse proprietà di materiale, rifacendosi ad una definizione di *SECTYPE*, *SHELL* precedentemente introdotta

Figure 290.1: ELBOW290 Geometry



s_s = Section number of the shell representing the pipe wall. Valid with [ELBOW290](#) only. (Total thickness of the section is scaled to τ_v . The program considers the innermost layer inside of the pipe to be the first layer.)

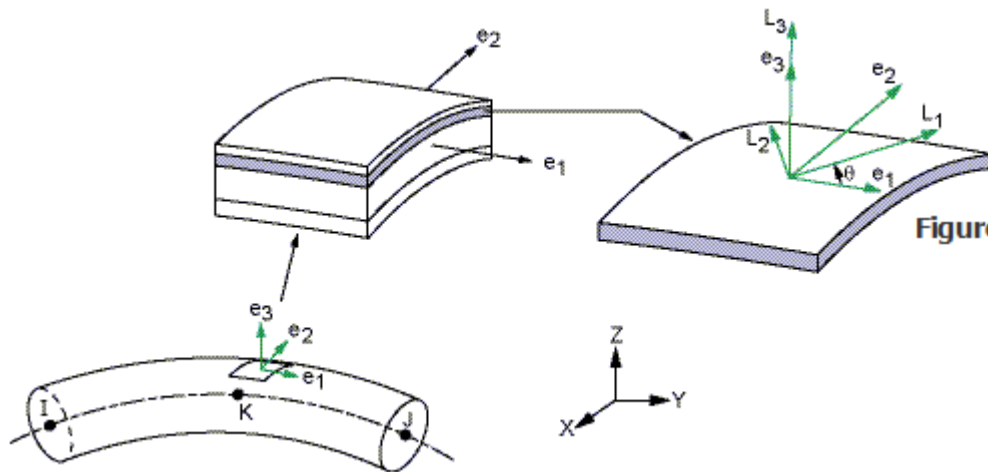
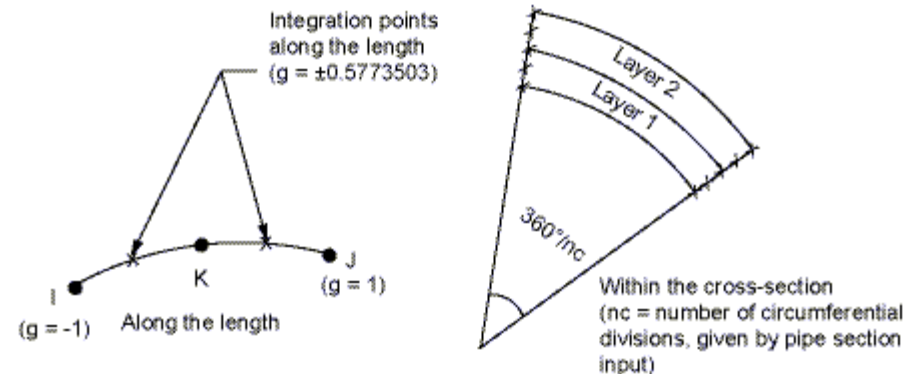


Figure 290.2: ELBOW290 Element Integration Stations

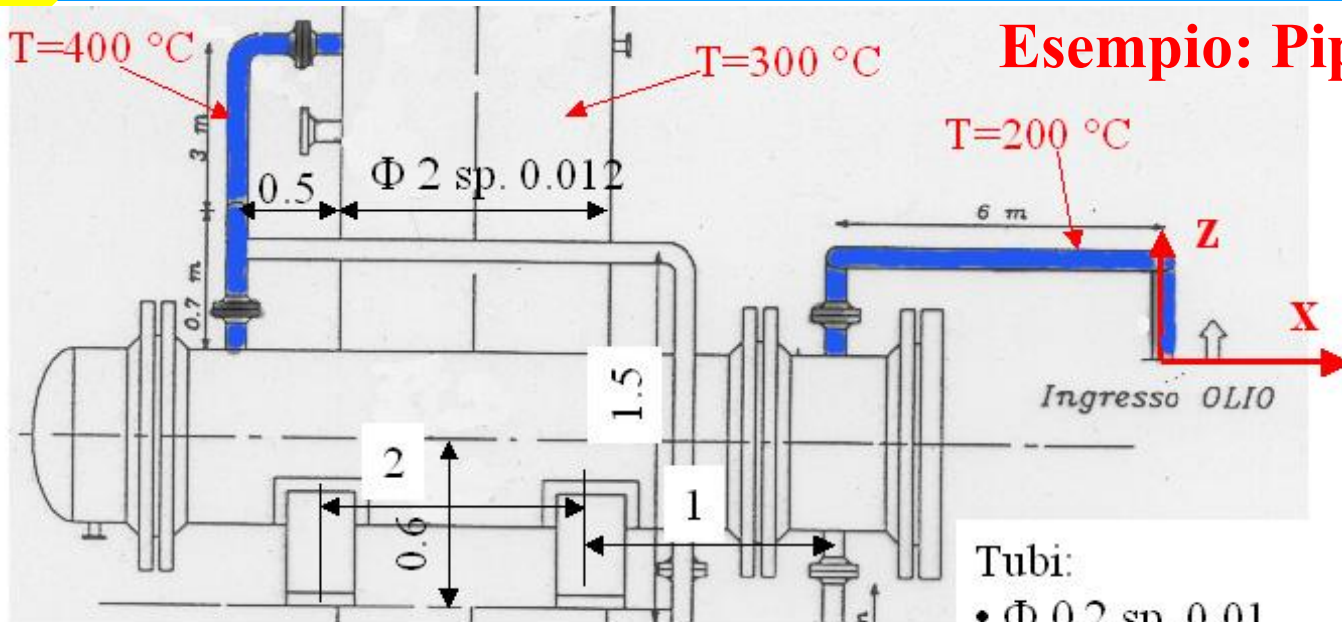




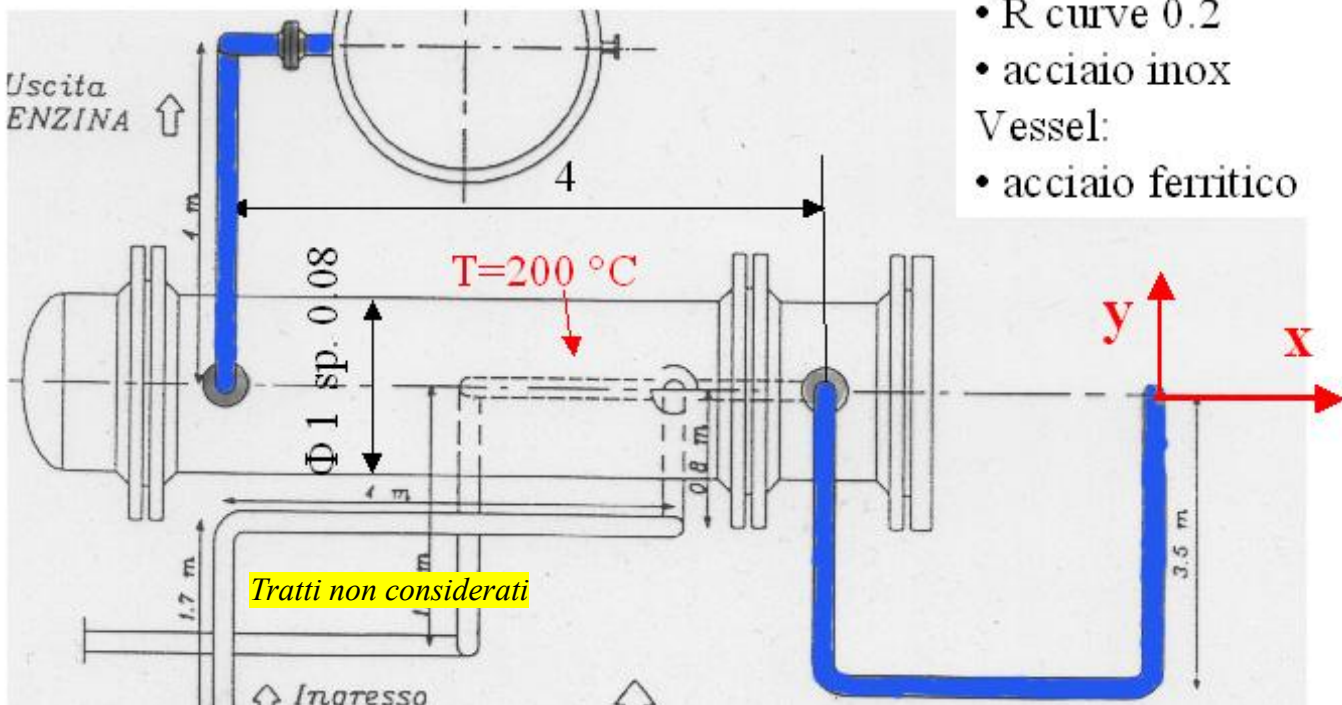
Esempio: Piping

Dimensioni espresse in metri

Il modello rappresenta i tratti di tubazione di colore blu e i 2 vessel



- Tubi:
- Φ 0.2 sp. 0.01
 - R curve 0.2
 - acciaio inox
- Vessel:
- acciaio ferritico

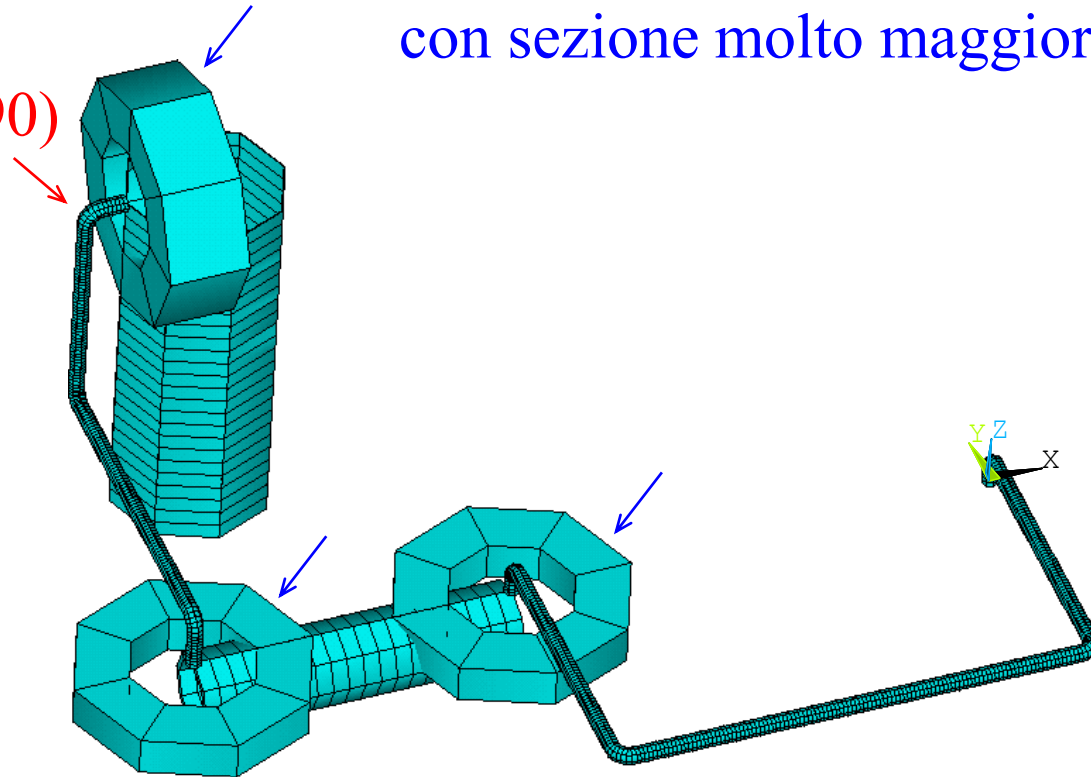


Elementi Pipe

Esempio di struttura tubolare complessa con carichi termici

Curve a 90°
(ELBOW290)

Pipe per imporre connessioni rigide
con sezione molto maggiore

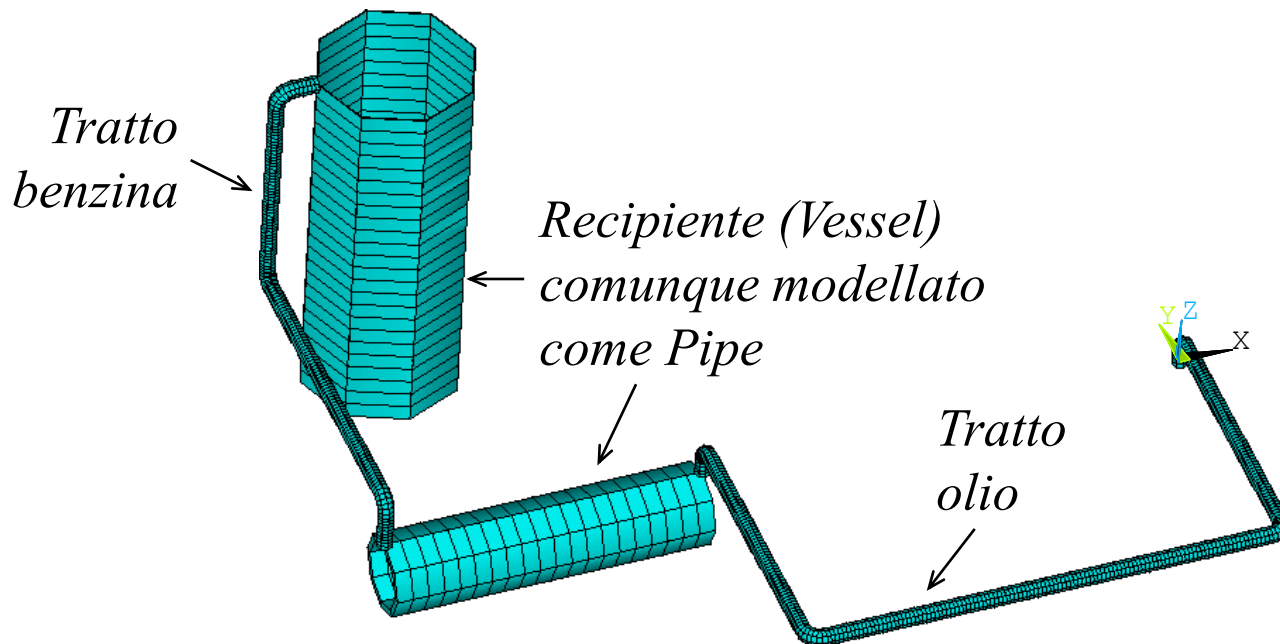


/ESHAPE,1

Elementi Pipe

Esempio di struttura tubolare complessa con carichi termici

Elementi connessioni deselezionati
per migliore la visualizzazione grafica



/ESHAPE,1

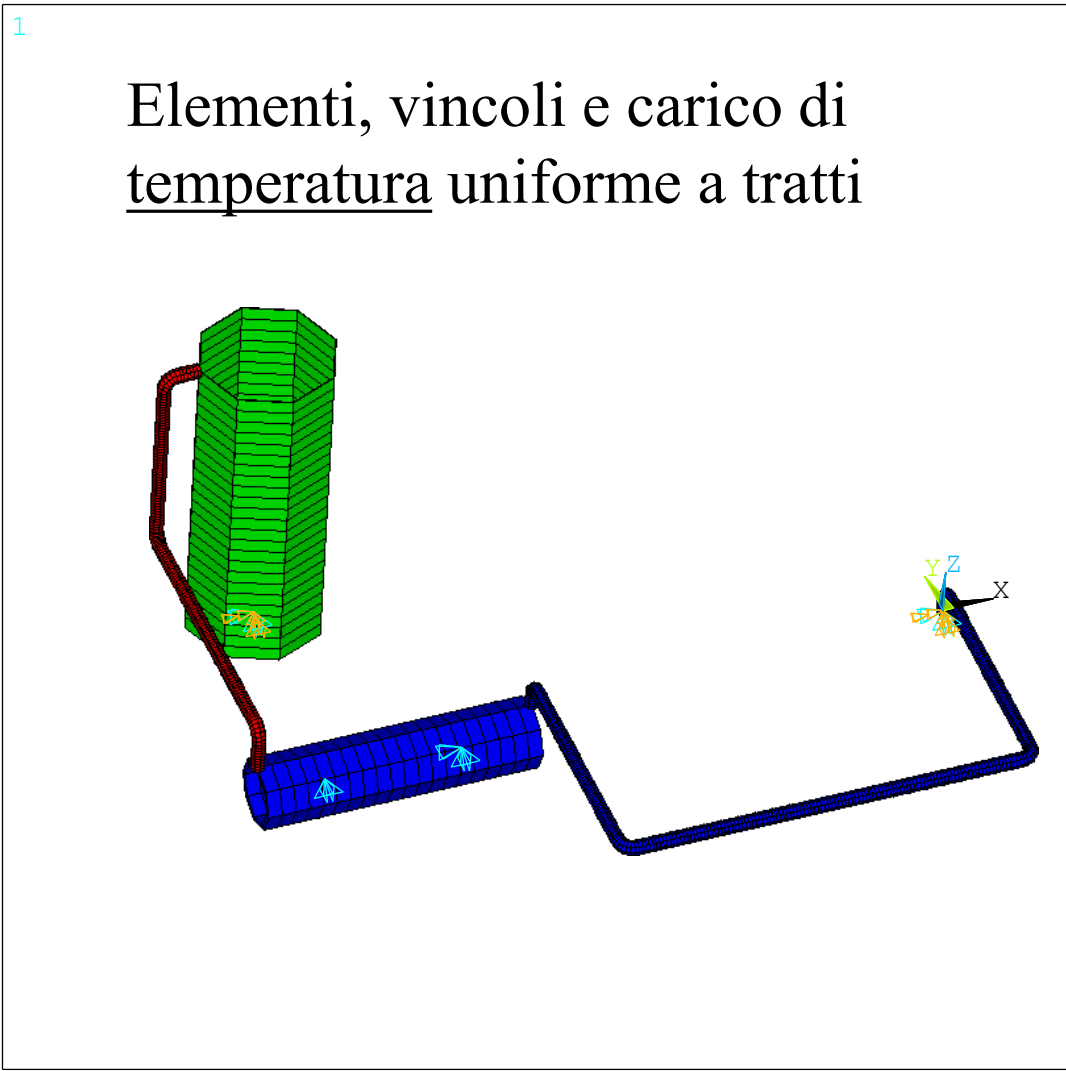


Elementi Pipe

Esempio di struttura tubolare complessa con carichi termici

CdL Magistrale in Ingegneria Meccanica/Veicoli

File di comandi Piping_Pipe288Elbow290.inp



```

ANSYS 2019 R3
Build 19.5
ELEMENTS
TEMPERATURES
TMIN=200
TMAX=400
U
ROT
XV =-.283491
YV =-.672502
ZV =.683647
*DIST=7266.97
*XF =-5737.07
*YF =831.22
*ZF =2323.99
A-ZS=28.4733
Z-BUFFER
200
222.222
244.444
266.667
288.889
311.111
333.333
355.556
377.778
400
    
```

Elementi Pipe

Esempio di struttura tubolare complessa con carichi termici

ASPETTI PARTICOLARI DEL MODELLO

COEFFICIENTI DI DILATAZIONE TERMICA

C***

C*** Materiali

C***

! acciaio inox austenitico

mp,ex,1,190e3

mp,prxy,1,0.3

mp,alpx,1,1.7e-5 ! coefficiente di dilatazione termica

! acciaio ferritico

mp,ex,2,205e3

mp,prxy,2,0.3

mp,alpx,2,1.2e-5 ! coefficiente di dilatazione termica

Elementi Pipe

Esempio di struttura tubolare complessa con carichi termici

ASPETTI PARTICOLARI DEL MODELLO

CARICHI DOVUTI A VARIAZIONI DI TEMPERATURA

tref,20 ! temperatura di montaggio

! tubazione olio

lsel,s,,1,9

nsll,s,1

bf,all,temp,200 ! temperatura di lavoro

alls

! vessel orizzontale

lsel,s,,11,13

nsll,s,1

bf,all,temp,200 ! temperatura di lavoro

alls

! tubazione benzina

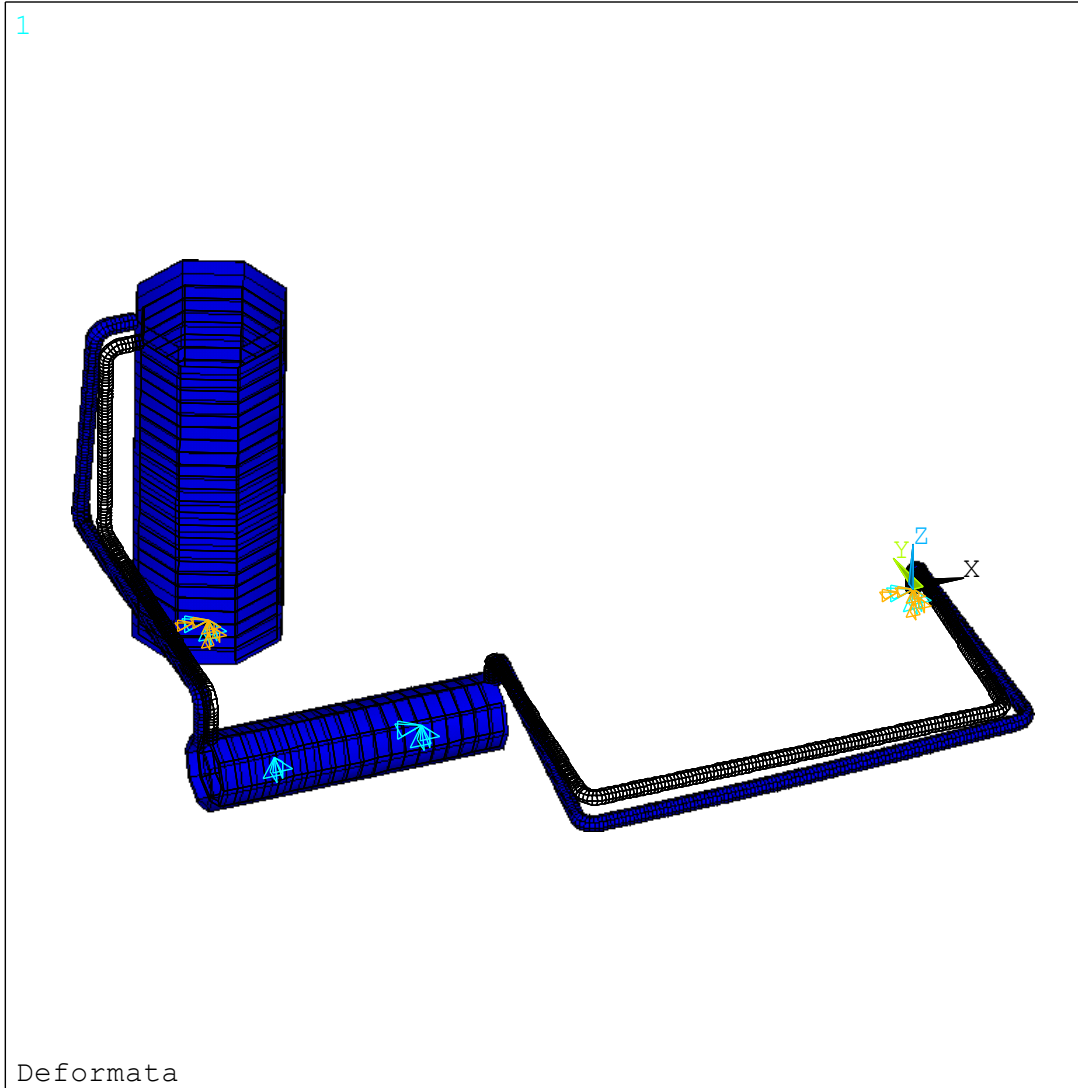
... temperatura da imporre 400 (da intendere gradi rispetto alla t. rif.)

Elementi Pipe

Esempio di struttura tubolare complessa con carichi termici

CdL Magistrale in Ingegneria Meccanica / Veicoli

File di comandi Piping_Pipe288Elbow290.inp



```

ANSYS 2023 R2
Build 23.2
DISPLACEMENT
STEP=1
SUB =1
TIME=1
PowerGraphics
EFACET=1
AVRES=Mat
DMX =23.0792
U
ROT

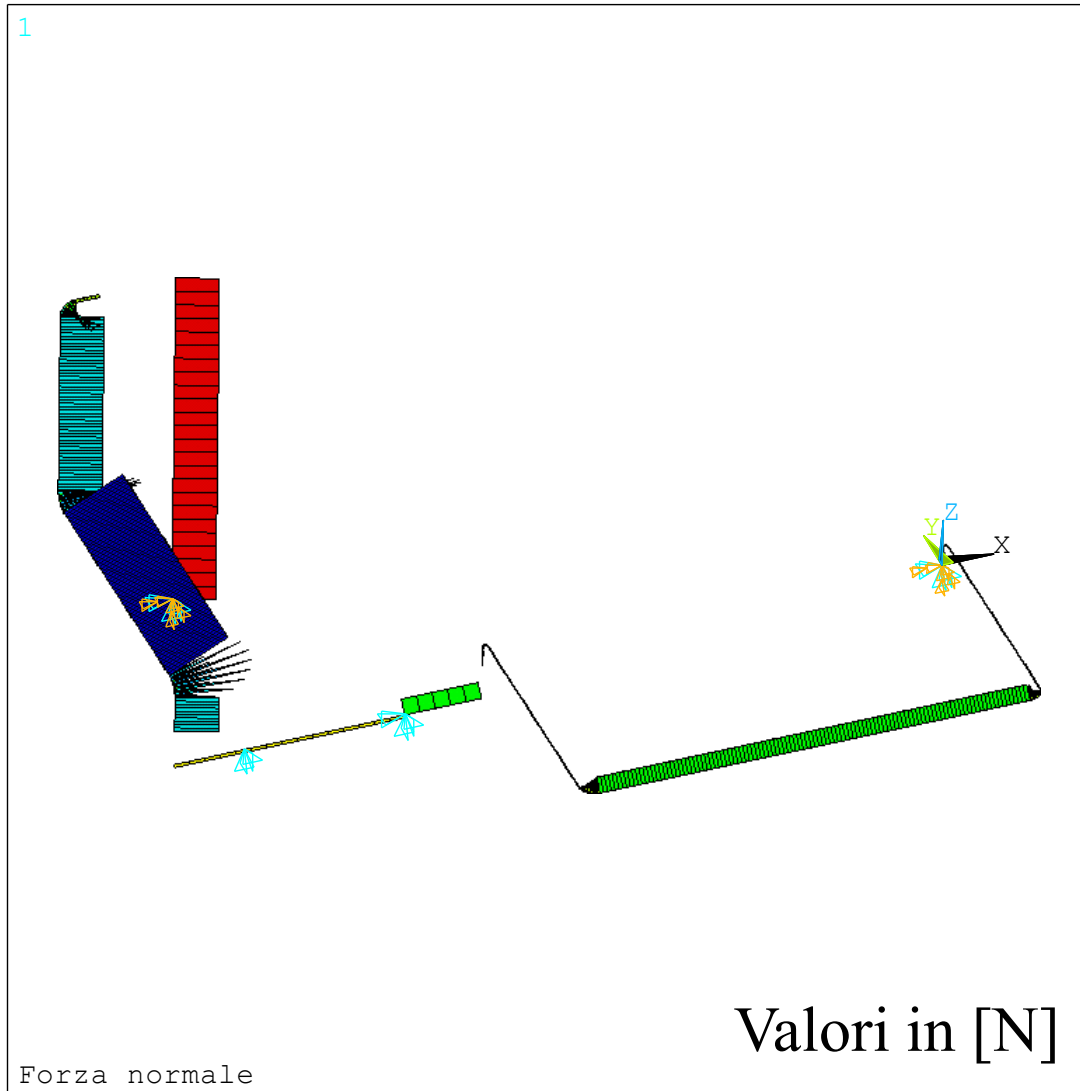
DSCA=22.0979
XV =-.29403
YV =-.756554
ZV =.5841
DIST=7246.26
XF =-4969.22
YF =558.947
ZF =1535.68
A-ZS=32.9778
Z-BUFFER
    
```

Elementi Pipe

Esempio di struttura tubolare complessa con carichi termici

CdL Magistrale in Ingegneria Meccanica / Veicoli

File di comandi Piping_Pipe288Elbow290.inp



```

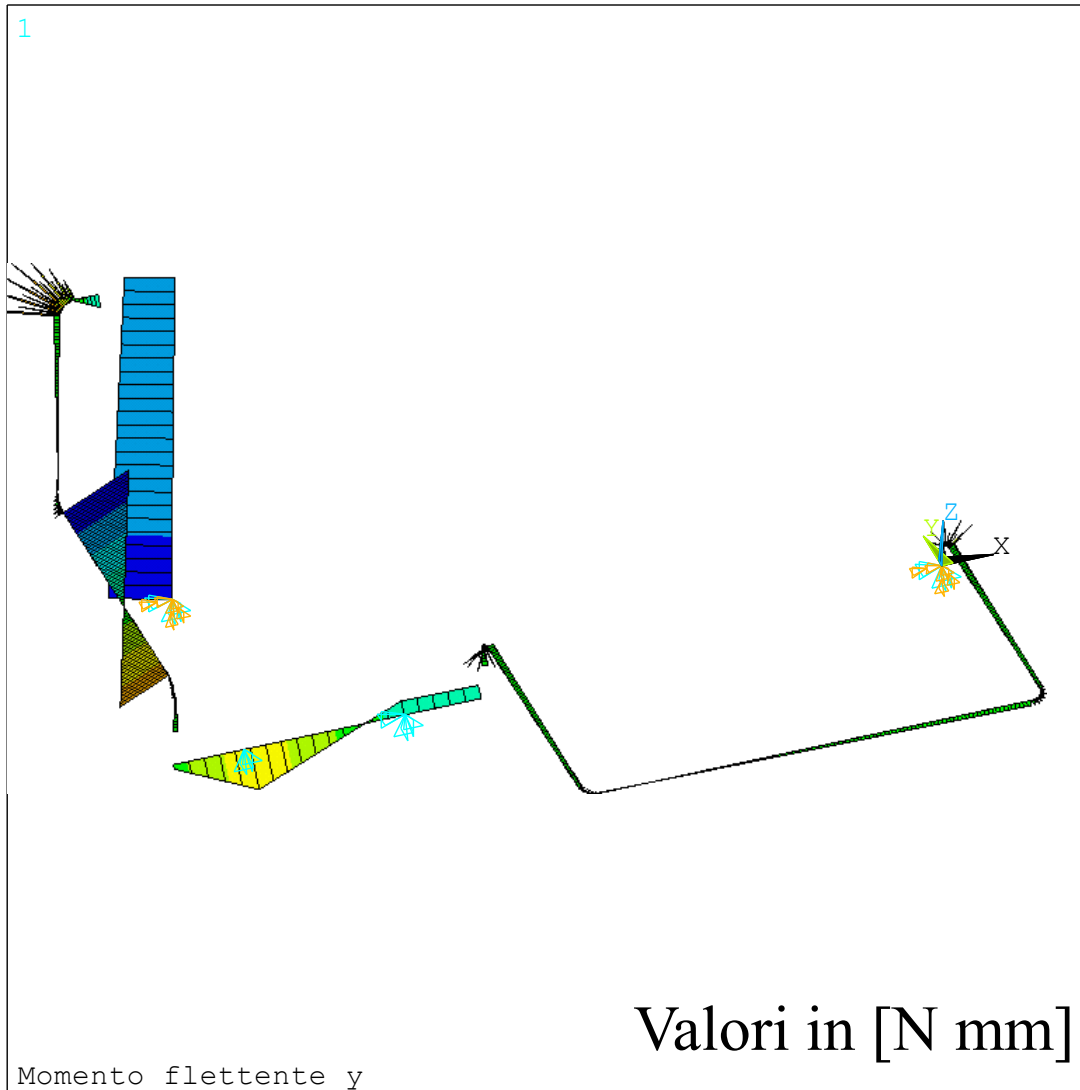
ANSYS 2023 R2
Build 23.2
LINE STRESS
STEP=1
SUB =1
TIME=1
FI      FJ
MIN =-15910.4
ELEM=422
MAX =8477.15
ELEM=468
U
ROT
XV =-.29403
YV =-.756554
ZV =.5841
DIST=6632.52
XF =-5000
YF =250
ZF =1300
A-ZS=32.9778
Z-BUFFER
-15910.4
-13200.7
-10490.9
-7781.2
-5071.47
-2361.75
347.976
3057.7
5767.43
8477.15
    
```

Elementi Pipe

Esempio di struttura tubolare complessa con carichi termici

CdL Magistrale in Ingegneria Meccanica / Veicoli

File di comandi Piping_Pipe288Elbow290.inp



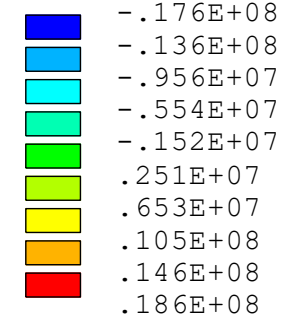
```

ANSYS 2023 R2
Build 23.2
LINE STRESS
STEP=1
SUB =1
TIME=1
MYI      MYJ
MIN =-.176E+08
ELEM=326
MAX =.186E+08
ELEM=427
    
```

```

U
ROT

XV =-.29403
YV =-.756554
ZV =.5841
DIST=6632.52
XF =-5000
YF =250
ZF =-1300
A-ZS=32.9778
Z-BUFFER
    
```



Valori in [N mm]

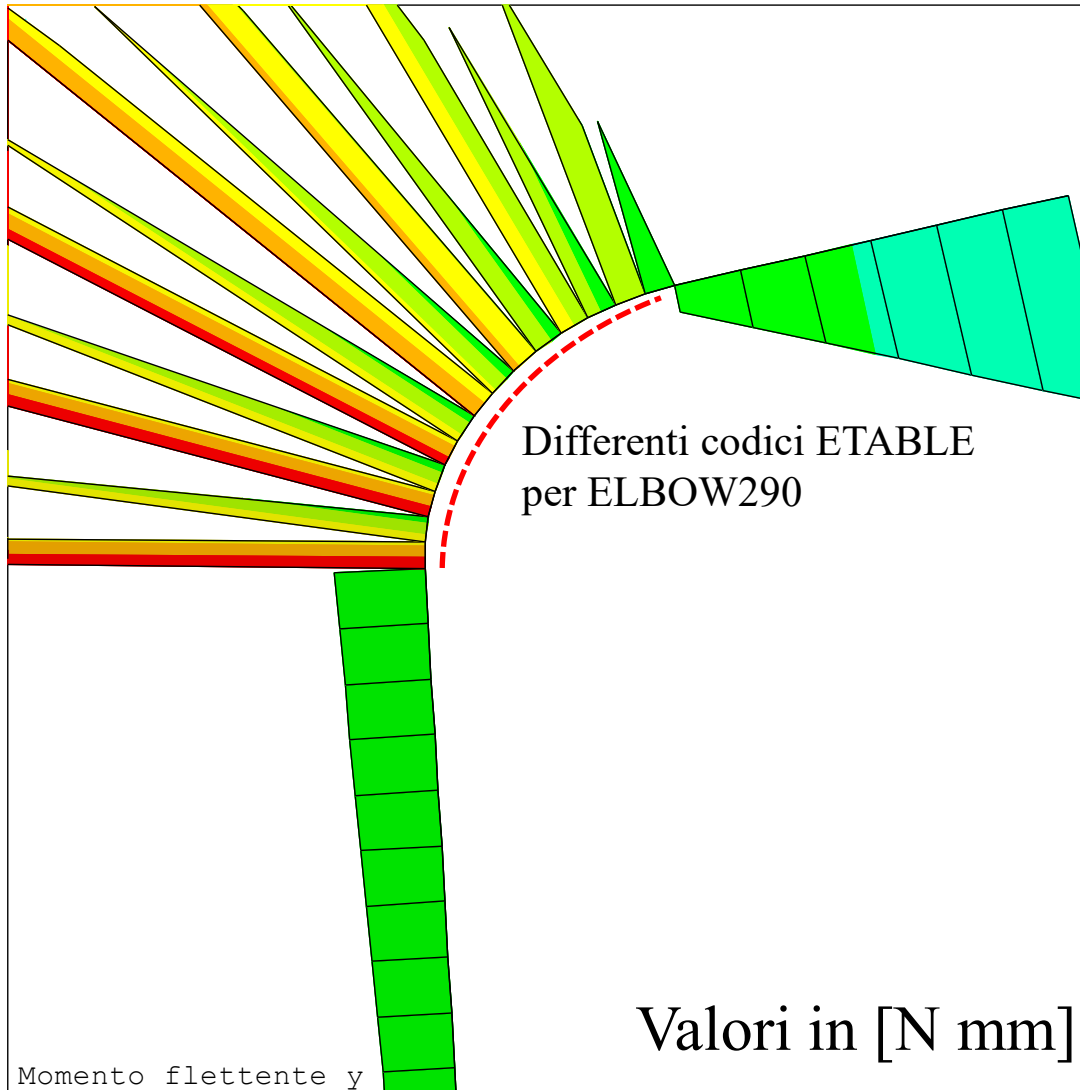


Elementi Pipe

Esempio di struttura tubolare complessa con carichi termici

CdL Magistrale in Ingegneria Meccanica/Veicoli

File di comandi Piping_Pipe288Elbow290.inp

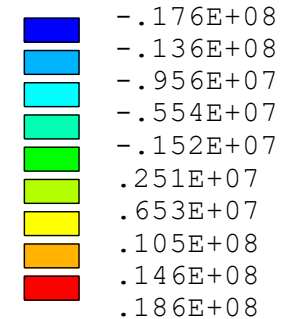


```

ANSYS 2023 R2
Build 23.2
LINE STRESS
STEP=1
SUB =1
TIME=1
MYI      MYJ
MIN =-.176E+08
ELEM=326
MAX =.186E+08
ELEM=427
    
```

```

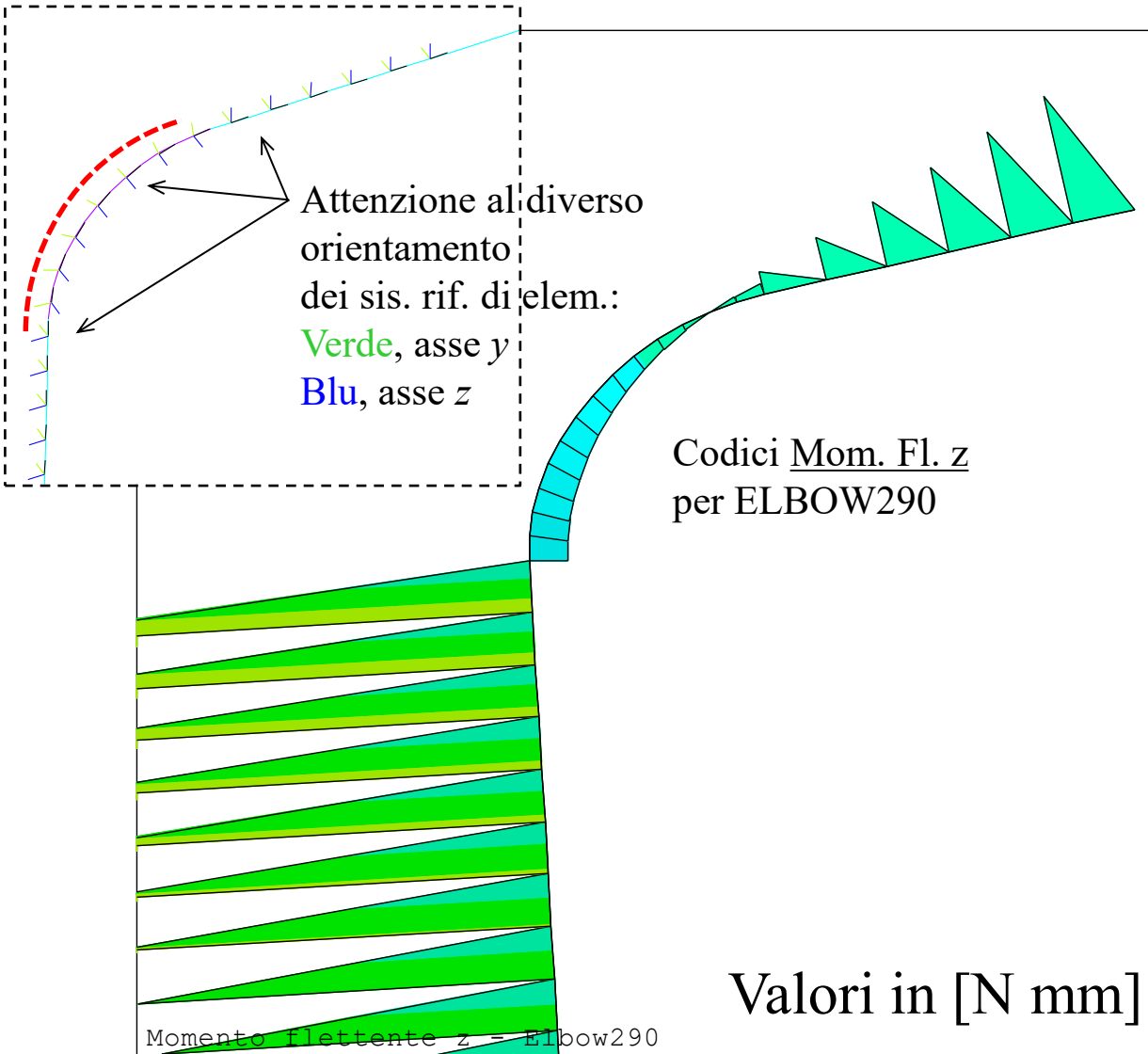
U
ROT
XV =-.217689
YV =-.775913
ZV =.59209
*DIST=394.633
*XF =-9146.26
*YF =6697.92
*ZF =-1430.87
A-ZS=28.7911
Z-BUFFER
    
```



Elementi Pipe

Esempio di struttura tubolare complessa con carichi termici

File di comandi Piping_Pipe288Elbow290.inp

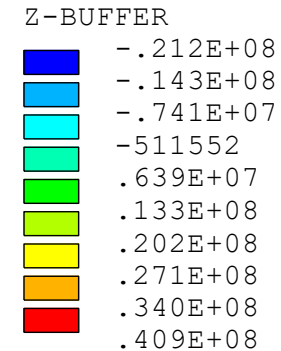


```

ANSYS 2023 R2
Build 23.2
LINE STRESS
STEP=1
SUB =1
TIME=1
MZI_ELB MZJ_ELB
MIN =-.212E+08
ELEM=454
MAX =.409E+08
ELEM=477
    
```

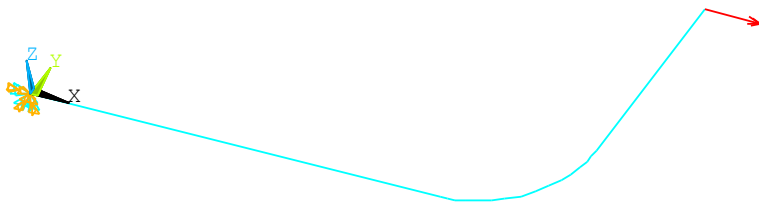
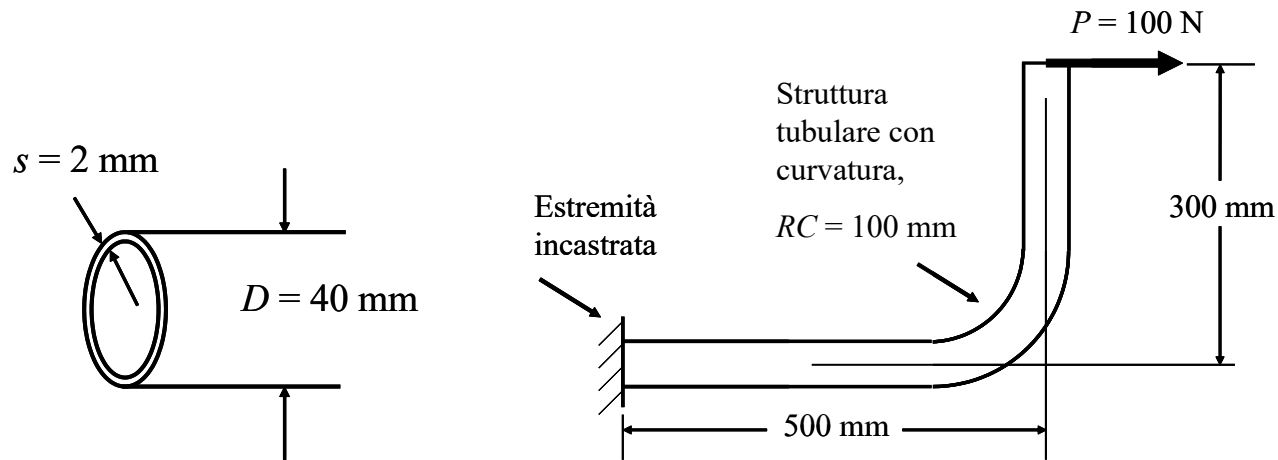
```

U
ROT
XV =-.217689
YV =-.775913
ZV =.59209
*DIST=394.633
*XF =-9146.26
*YF =6697.92
*ZF =-1430.87
A-ZS=28.7911
    
```



Valori in [N mm]

Es. Trave tubolare curva: Beam / Pipe / Shell

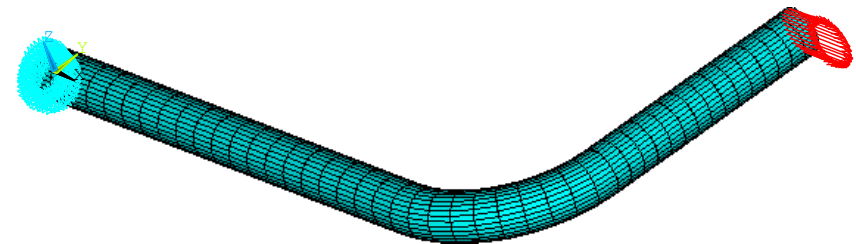


Modello con elementi “Pipe” e “Beam”

File comandi:

“TraveCurva_Beam188.inp”

“TraveCurva_Pipe288Elbow290.inp”



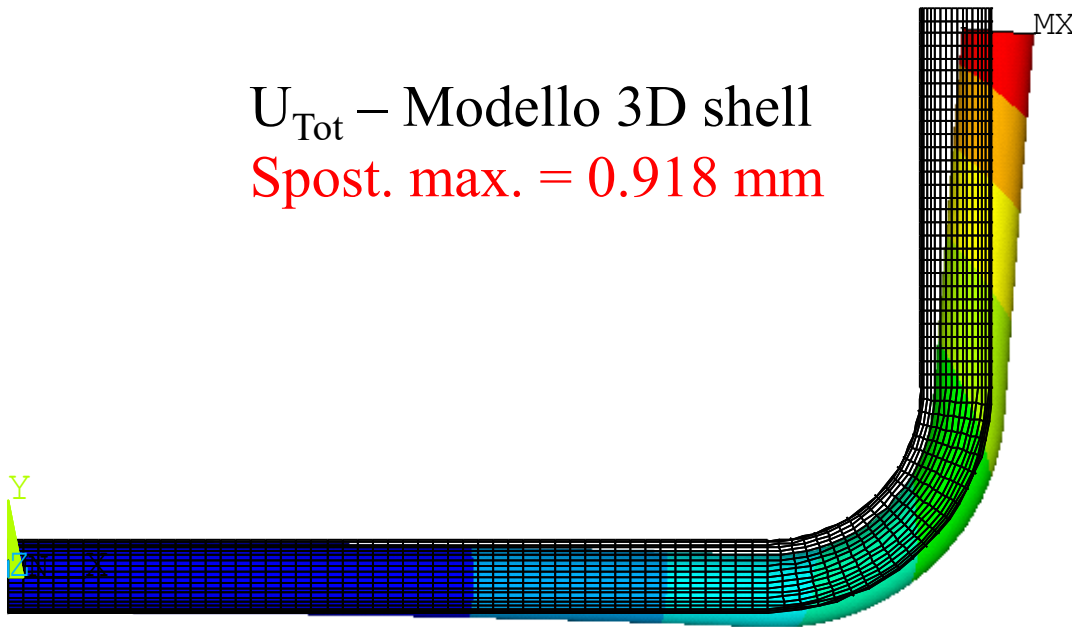
Modello 3D shell (completo)

“TraveCurva_Shell181.inp”

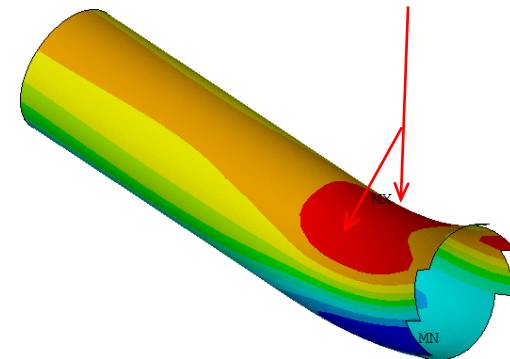
Es. Trave tubolare curva: Beam / Pipe / Shell

Risultato “esatto” (modello 3D shell)

U_{Tot} – Modello 3D shell
 Spost. max. = 0.918 mm

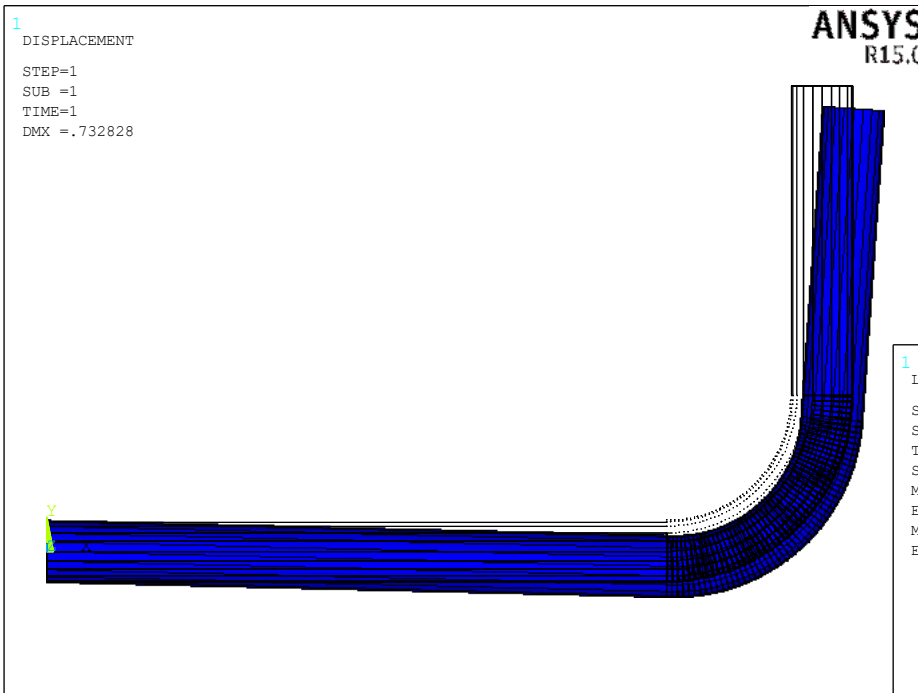


Effetto a guscio:
 $\sigma_x(\text{max}) = 20.3 \text{ MPa}$
 non sul piano di mezzzeria

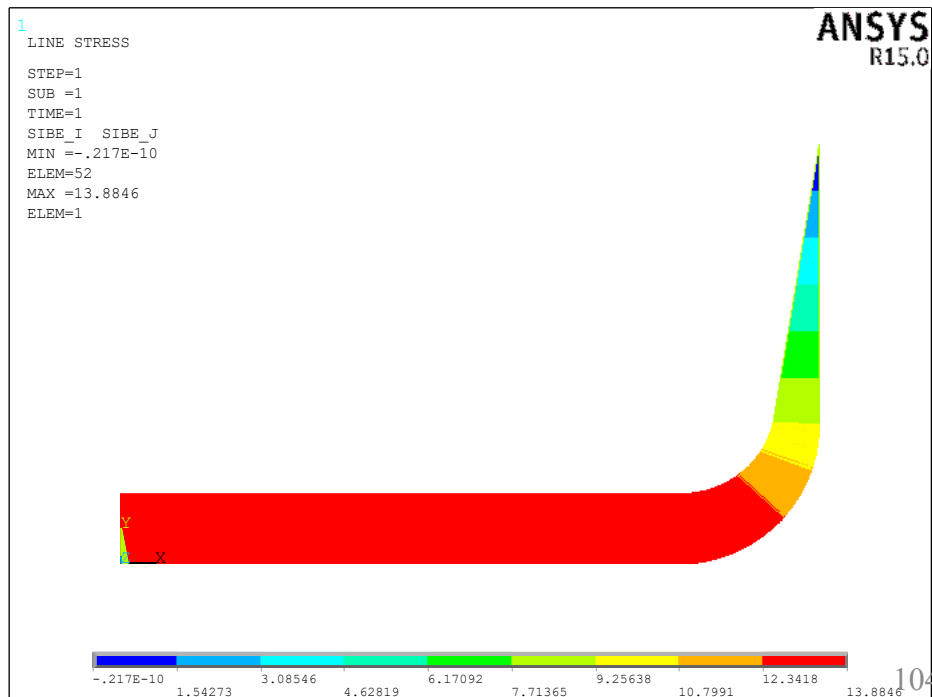


Es. Trave tubolare curva: Beam188 – Beam189

Risultato “esatto”, modello 3D shell: Spost. max.= 0.918 mm
 Tensione max. = 20.3 MPa



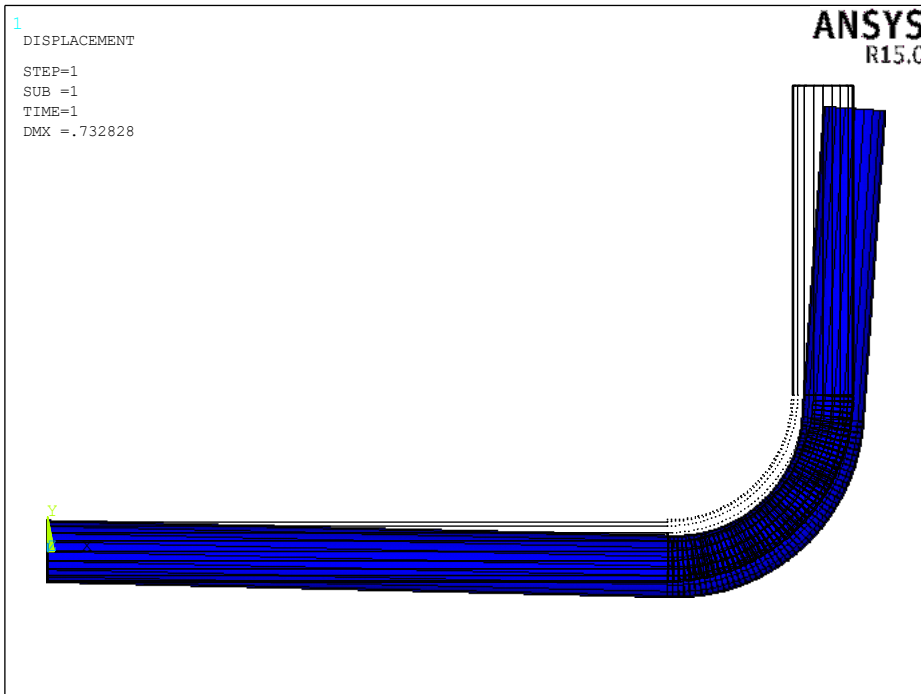
Modello trave senza curvatura
 Spost. max. = 0.733 mm
 Tensione max. = 13.9 MPa



Beam188 con 50 elementi nel tratto di curvatura e solo 1 nei tratti rettilinei

Es. Trave tubolare curva: Beam188 – Beam189

Infittimento dei diversi tratti



Beam188 con 50 elementi nel tratto di curvatura e solo 1 nei tratti rettilinei

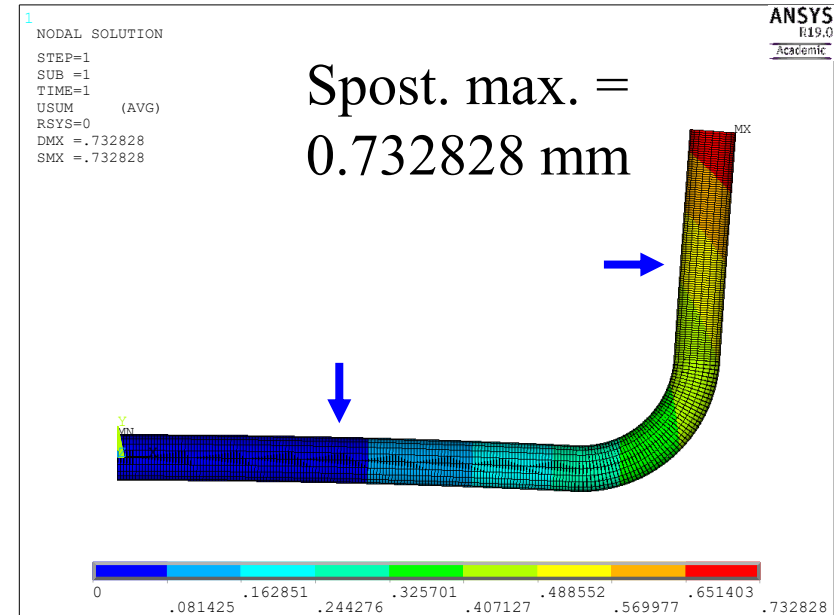
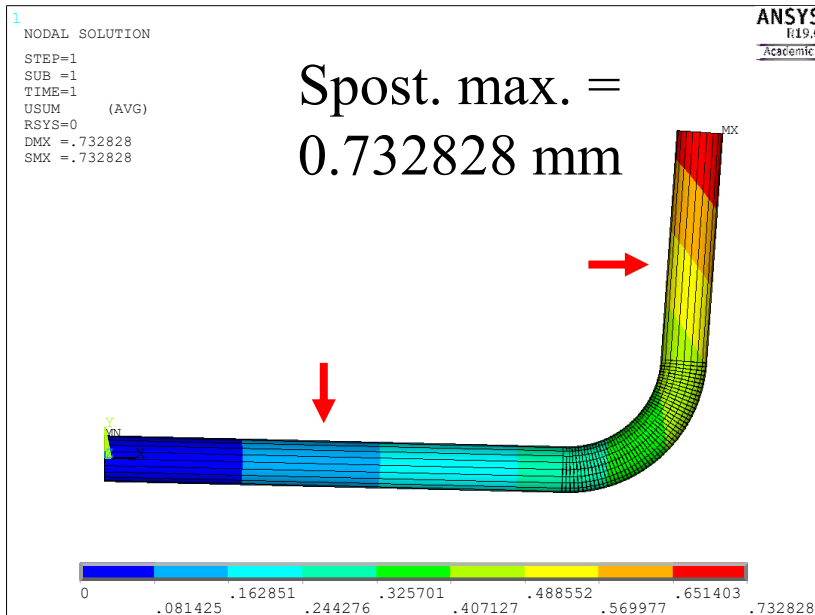
Spost. max. = 0.733 mm
Tensione max. = 13.9 MPa

- Analizzare la variazione del risultato considerando un infittimento dei tratti rettilinei (a taglio costante)

- Introdurre l'elemento Beam189 per il tratto curvilineo e confrontare la convergenza rispetto al Beam188, $KOpt(3) = 3$

Es. Trave tubolare curva: Beam188 – Beam189

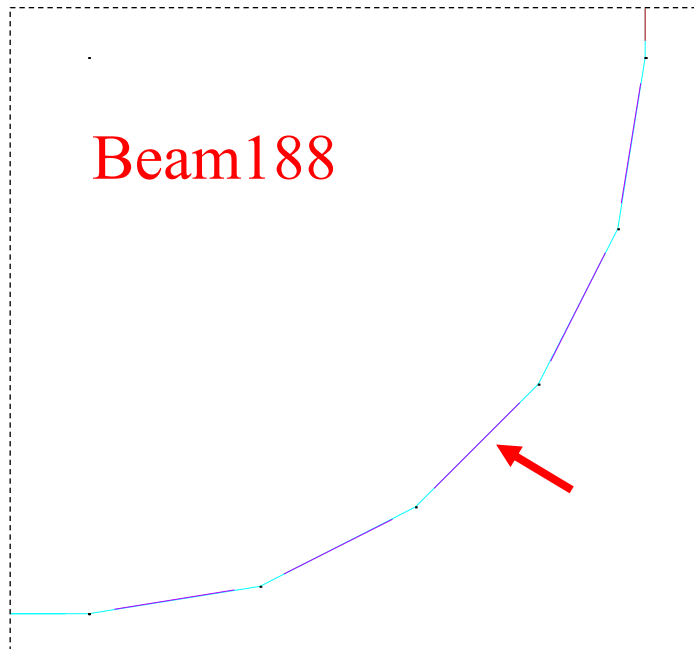
Infittimento dei diversi tratti



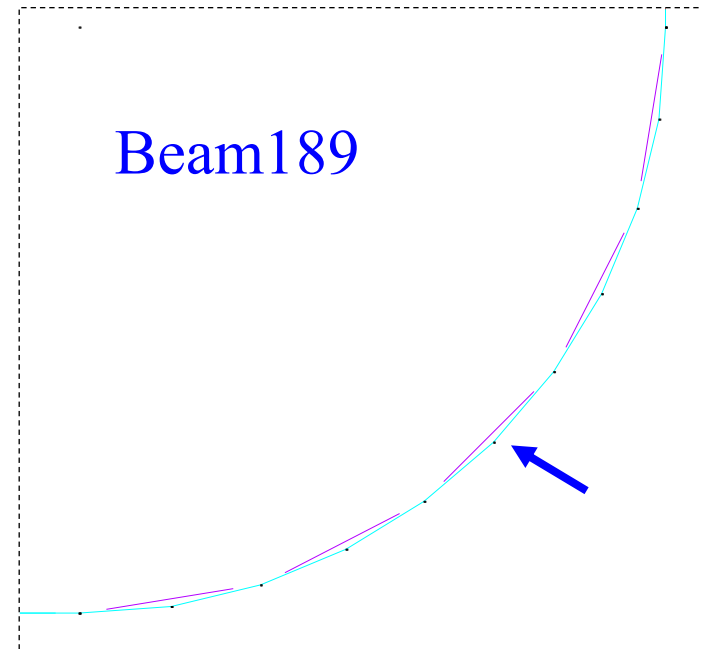
Come discusso in precedenza, la soluzione è esatta anche con un solo elemento per i tratti rettilinei a taglio costante, tuttavia è utile la discretizzazione per avere una **visualizzazione** più corretta della deformata

Es. Trave tubolare curva: Beam188 – Beam189

Infittimento dei diversi tratti



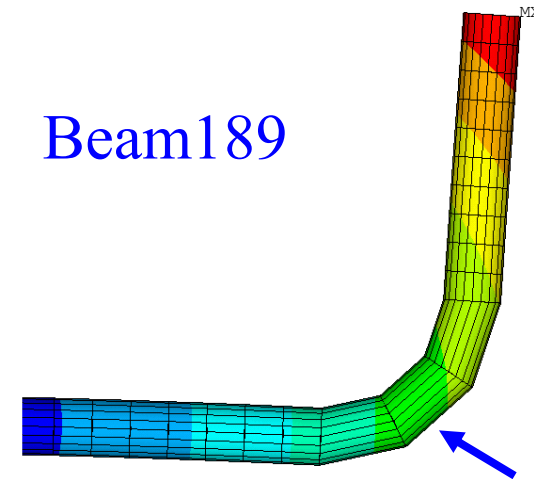
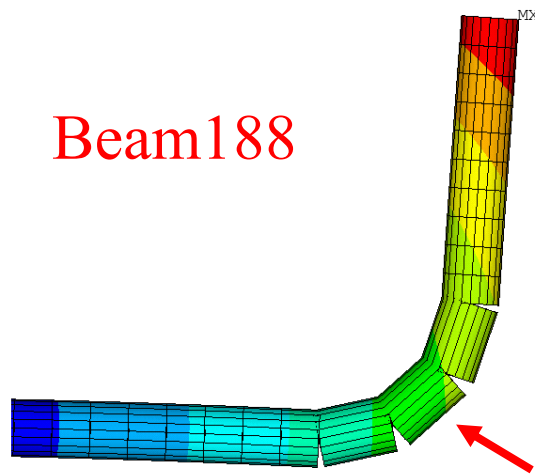
Nodi visualizzati solo
agli estremi, anche se
 $K_{Opt}(3) = 3$



Presenza del nodo
centrale che permette una
migliore modellazione del
tratto curvilineo

Es. Trave tubolare curva: Beam188 – Beam189

Infittimento dei diversi tratti



La presenza del nodo centrale permette una corretta (o in generale migliore) identificazione dell'orientamento della sezione per ciascun tratto

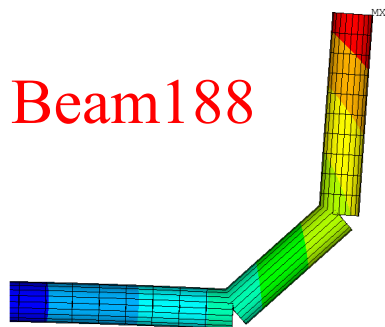
Nella visualizzazione con `/ESHAPE,1` non è considerato il nodo centrale, ma l'output grafico è interpolato linearmente fra i due nodi d'estremità

Es. Trave tubolare curva: Beam188 – Beam189

Infittimento dei diversi tratti

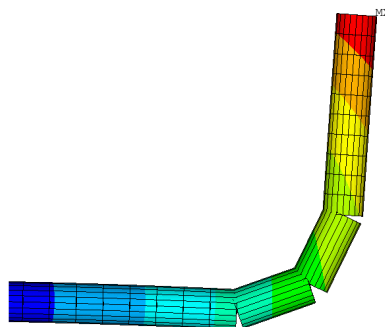
0.715552 mm

Beam188



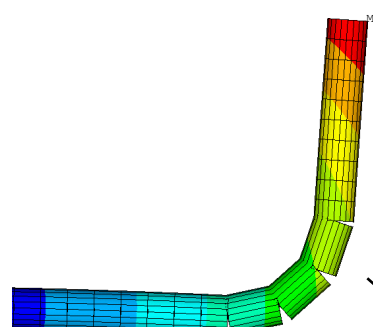
1 elemento

0.728189 mm



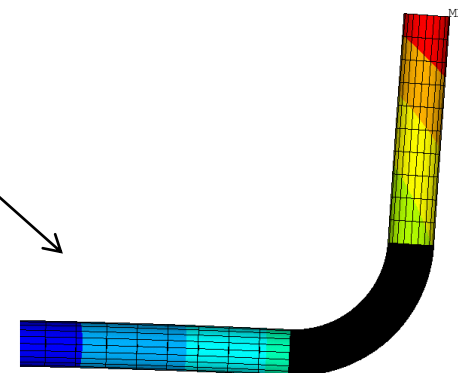
2 elementi

0.730742 mm



3 elementi

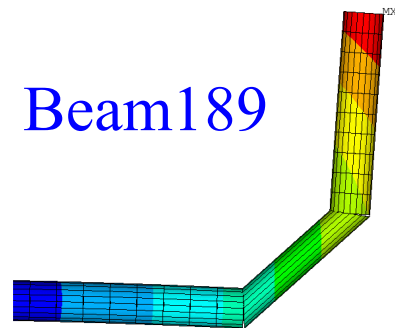
Modello trave
senza curv.ra:
0.732835 mm



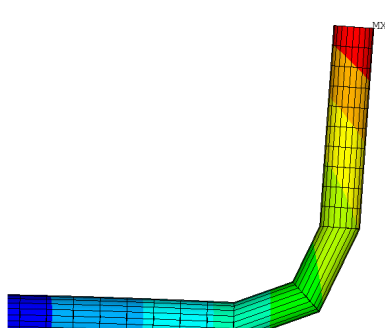
Numero elevato
di elementi

0.732475 mm

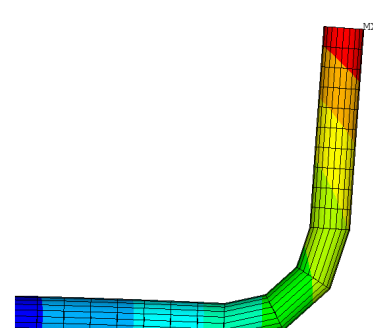
Beam189



0.732812 mm



0.732831 mm

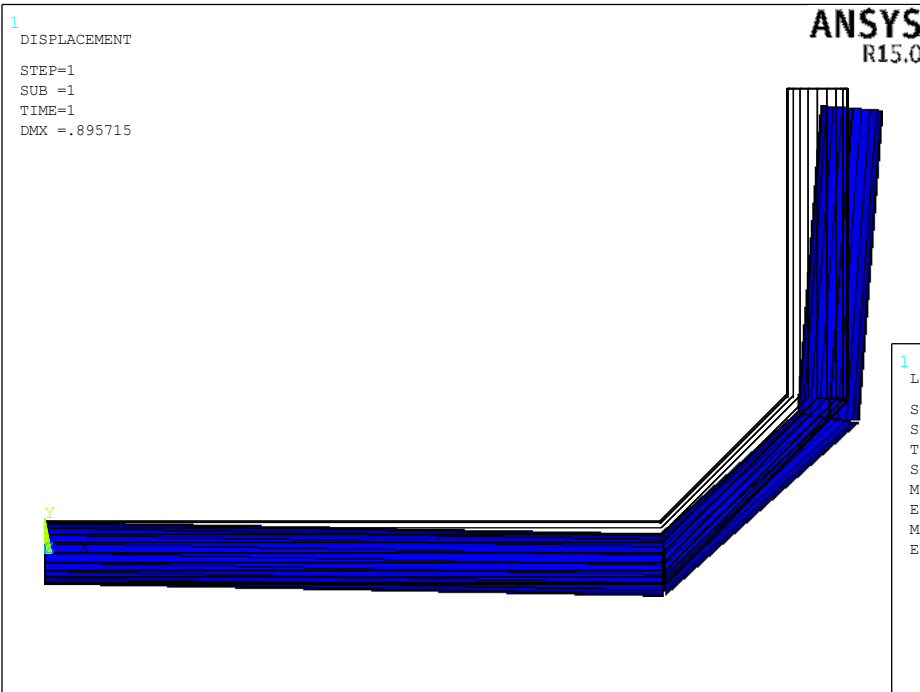


Convergenza del
Beam189 più
rapida nonostante
il grado inferiore

Es. Trave tubolare curva: Pipe288 & Elbow290

Risultato “esatto”: Spost. max. = 0.918 mm

Tensione max. = 20.3 MPa



Correzione trave a forte curvatura:

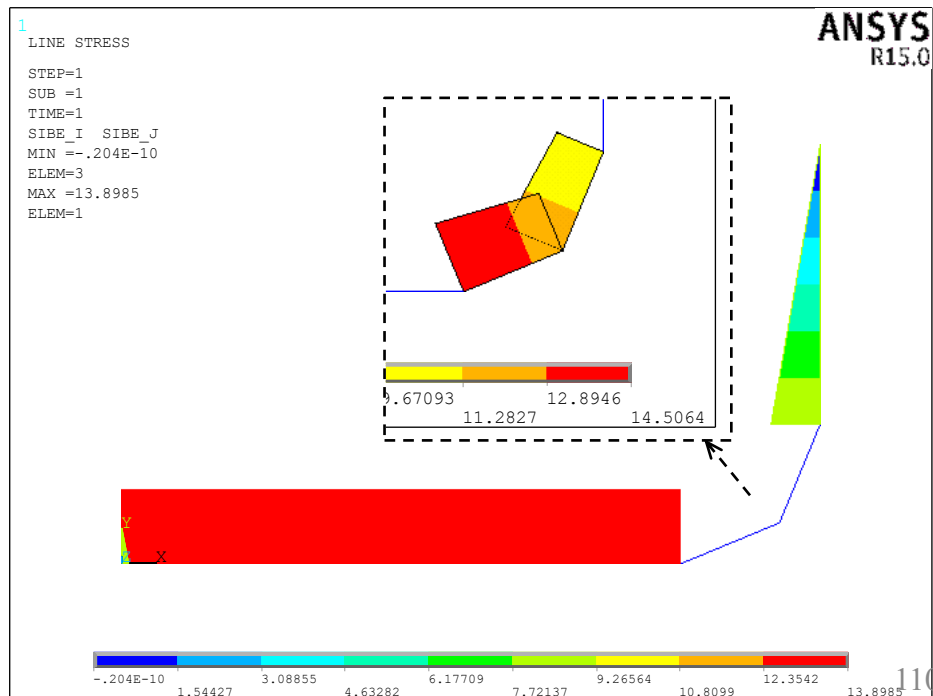
Spust. max. = 0.896 mm

Tensione max. = 14.5 MPa,

all'estremità della zona di curva

(no effetto curvatura)

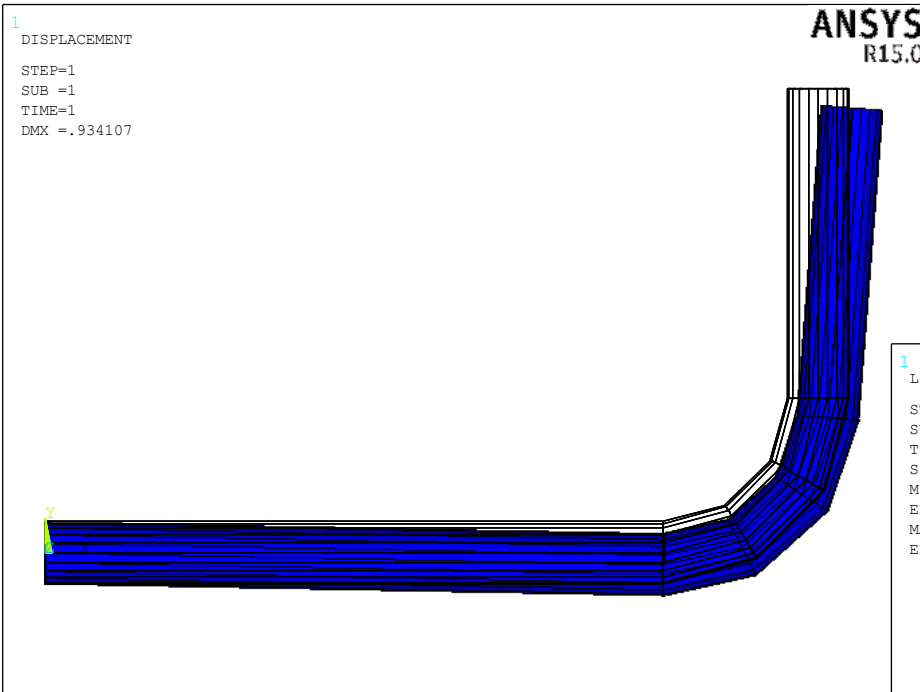
Pipe288, Elbow290 con 1 solo elemento nella zona curva



Es. Trave tubolare curva: Beam / Pipe

Risultato “esatto”: Spost. max.= 0.918 mm

Tensione max. = 20.3 MPa



Correzione trave a forte curvatura:

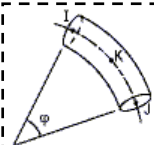
Spост. max. = 0.934 mm

Tensione max. = 14.0 MPa,

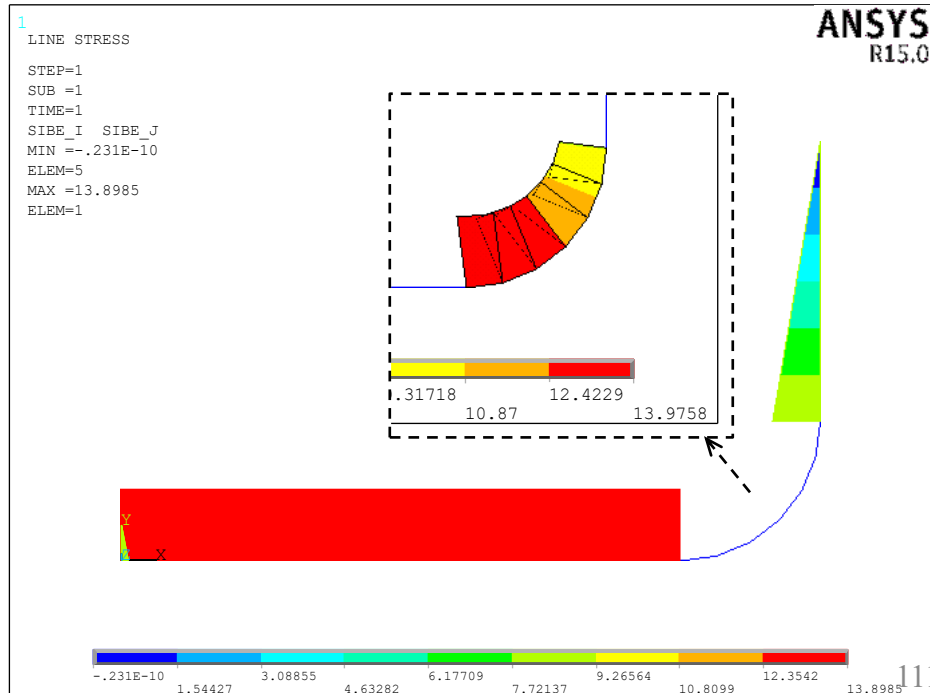
all'estremità della zona di curva

(no effetto curvatura)

Pipe288, Elbow290 con 3 elementi nella zona curva



When using ELBOW290, the subtended angle ϕ should not exceed 45 degrees:



Es. Trave tubolare curva: Beam / Pipe

Risultato “esatto”: Tensione max. = 20.3 MPa

Output con ETABLE:

$$SByT = -Mz * y_{max} / Izz$$

$$SByB = -Mz * y_{min} / Izz$$

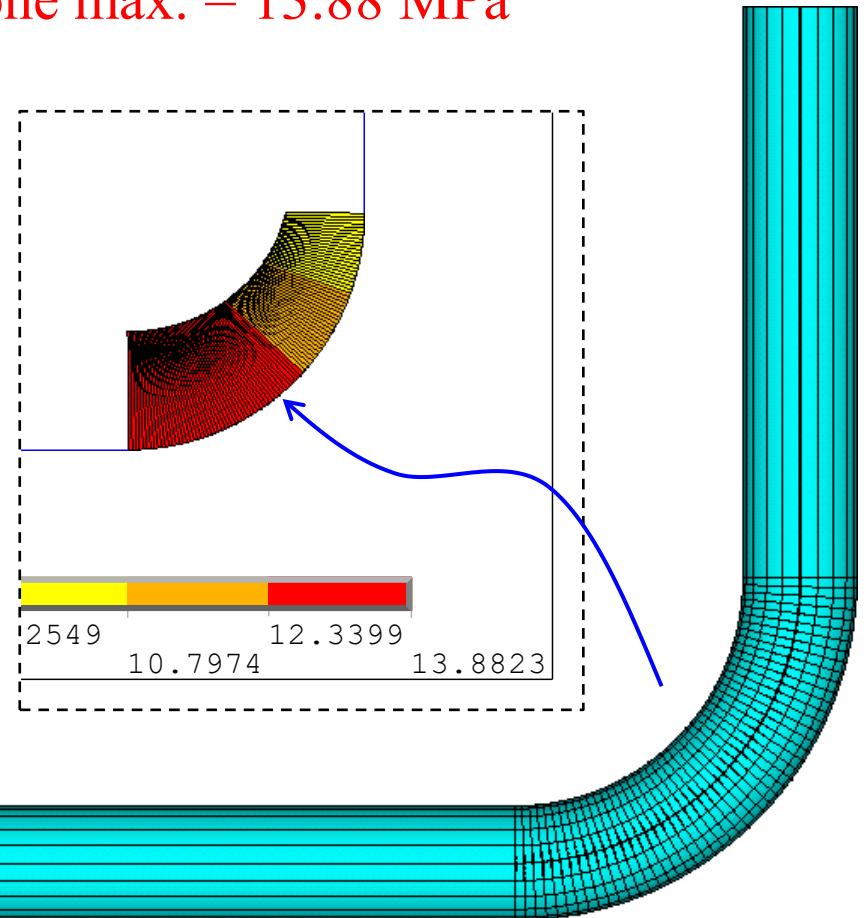
$$SBzT = My * z_{max} / Iyy$$

$$SBzB = My * z_{min} / Iyy$$

Spost. max. = 0.939 mm

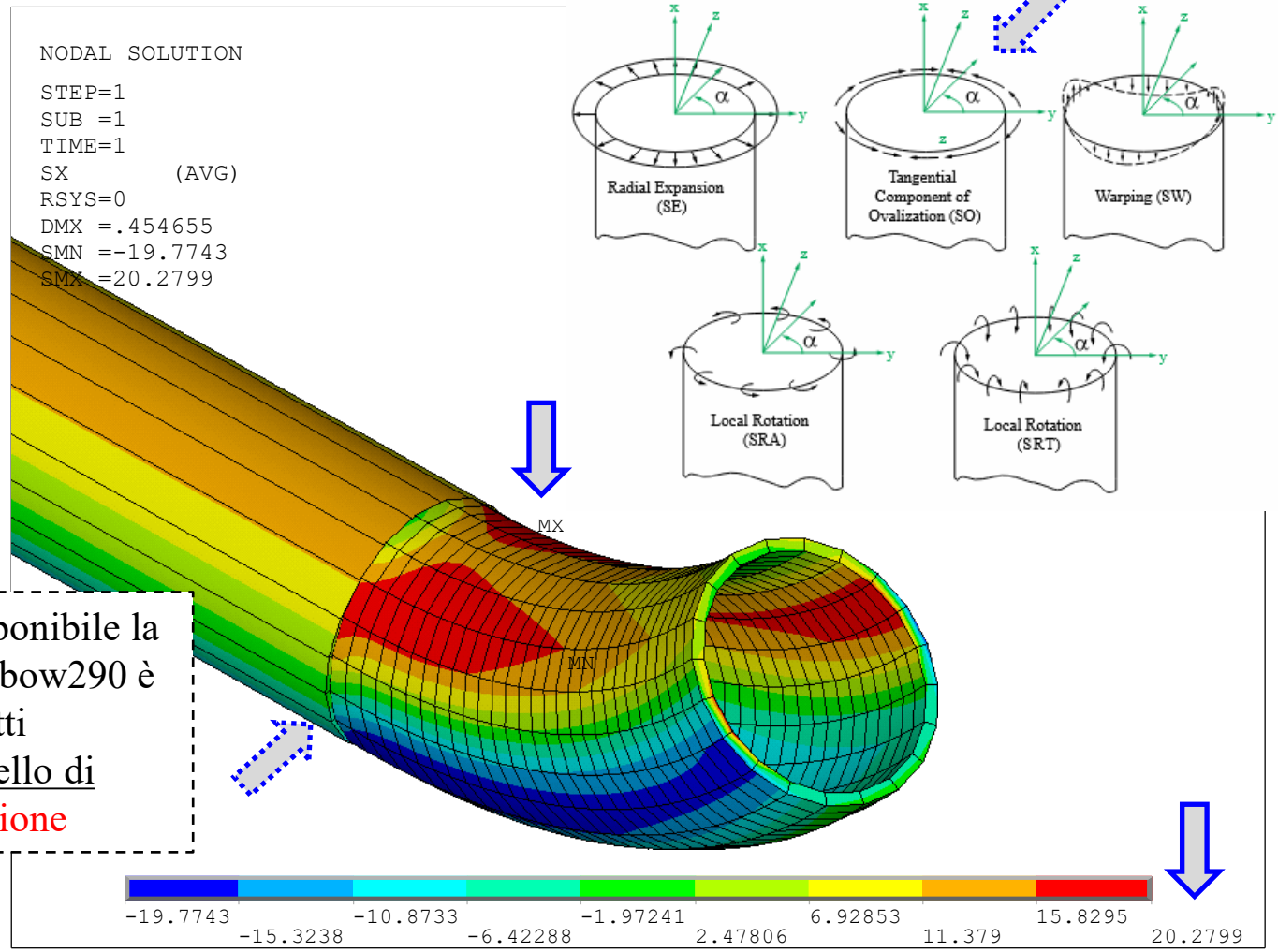
Tensione max. = 13.88 MPa

Pipe288, Elbow290 con **multi**
elementi nella zona curva



Es. Trave tubolare curva: Beam / Pipe

Risultato “esatto”: Tensione max. = 20.3 MPa



$$SB_yT = -Mz * y_{max} / I_{zz}$$

$$SB_yB = -Mz * y_{min} / I_{zz}$$

~~$$SB_zI = My * z_{max} / I_{yy}$$~~

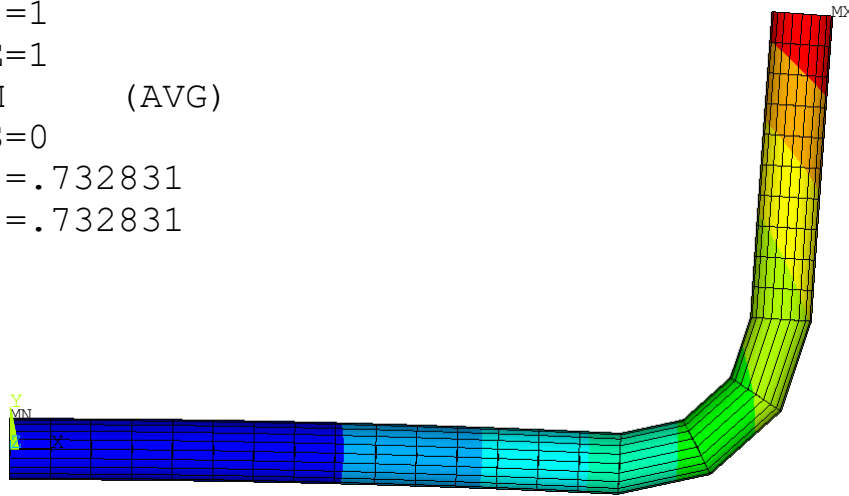
$$SB_zB = My * z_{min} / I_{yy}$$

Nonostante rimanga disponibile la tensione di ETABLE, Elbow290 è in grado di cogliere effetti deformativi oltre il modello di trave, fra cui **l'ovalizzazione**

Considerazioni generali sulla modellazione con elementi BEAM188 / BEAM189

```

STEP=1
SUB =1
TIME=1
USUM      (AVG)
RSYS=0
DMX  =.732831
SMX  =.732831
    
```



Da questa analisi si può concludere che:

- i tratti rettilinei (a taglio costante, oppure anche carico distribuito unif.) possono essere discretizzati ma solo al fine di una migliore rappresentazione grafica;
- è consigliabile utilizzare il Beam189 per i tratti curvilinei, e sono sufficienti pochi elementi per avere una convergenza quasi perfetta;
- tuttavia il Beam189 non ha la correzione dovuta alla forte curvatura che invece si ottiene con Elbow290;
- l'ulteriore effetto di ovalizzazione, può essere riprodotto con elementi Shell, ma anche con Elbow290, dopo aver attivato la forma della sezione con /ESHAPE,1