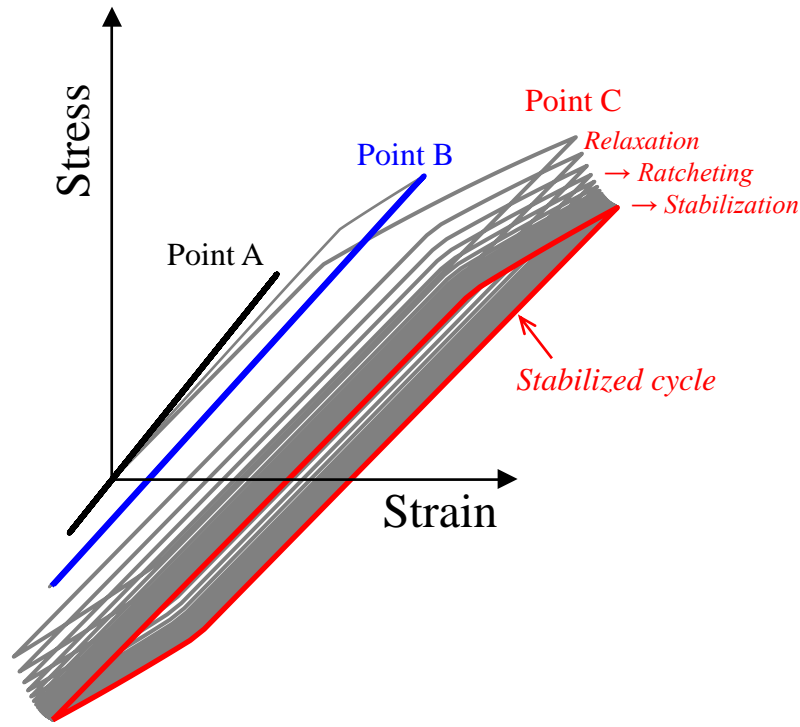
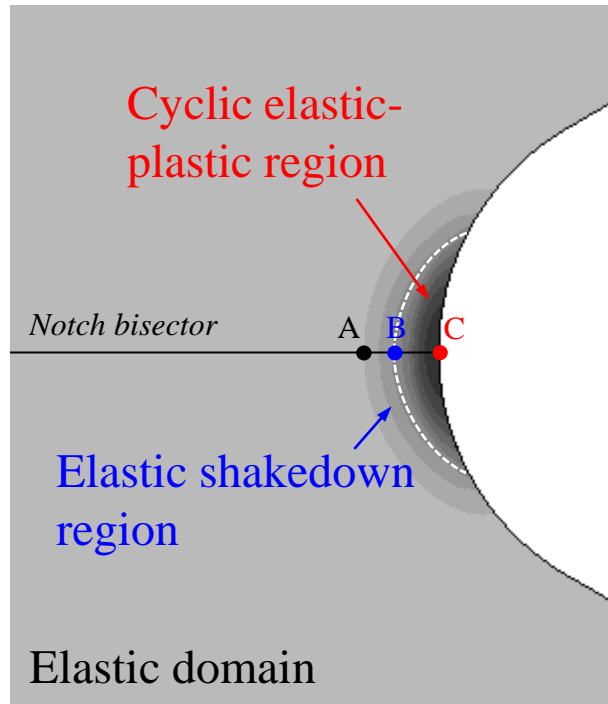
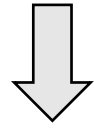


# Procedura di determinazione dei parametri di Chaboche di un acciaio con comportamento elasto-plastico in regime di fatica ad alto numero di cicli

C. Santus, L. Romanelli, T. Grossi, L. Bertini, M. Benedetti, L. Le Bone, F. Chiesi, L. Tognarelli

Università di Pisa, Università di Trento, Baker Hughes - Firenze

Intorno di un intaglio, condizioni cicliche anche in regime di HCF



Chaboche backstress model:  
(KINEMATIC model)

$$\chi = \sum_{i=1}^n \chi_i$$

$$d\chi_i = C_i d\varepsilon_p - \gamma_i \chi_i |d\varepsilon_p|$$

Voce hardening law:  
(ISOTROPIC model)

$$p = \int |d\varepsilon_p|$$

$$\sigma_Y = \sigma_0 + Q(1 - e^{-bp})$$

$$\sigma_Y(p \rightarrow \infty) = \sigma_L$$

## Ottimizzatori complessi

- "Sensitivity and optimisation of the Chaboche plasticity model parameters in strain-life fatigue predictions", Materials and Design 118 (2017) 107–121
- "Parameter determination of Chaboche kinematic hardening model using a multi objective Genetic Algorithm", Computational Materials Science 50 (2011) 1114–1122

### Algoritmi genetici

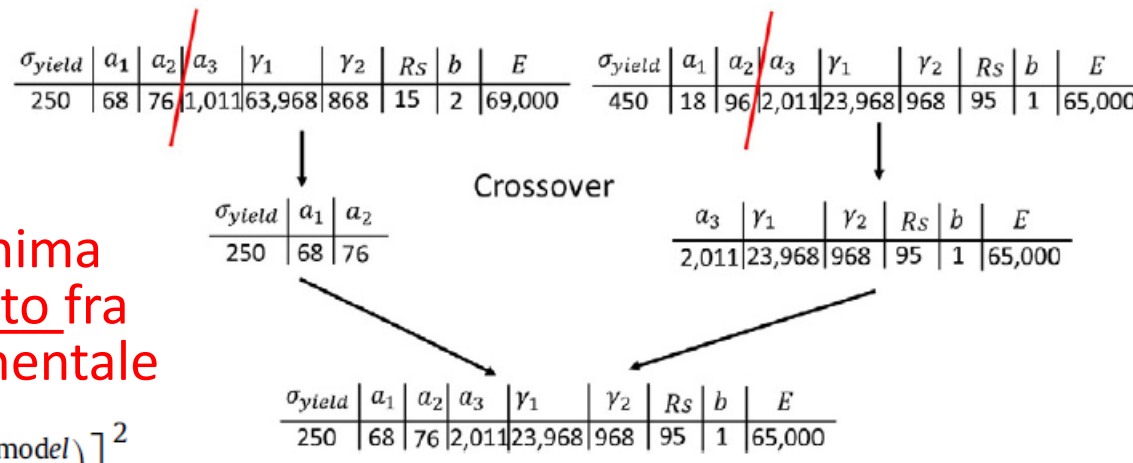
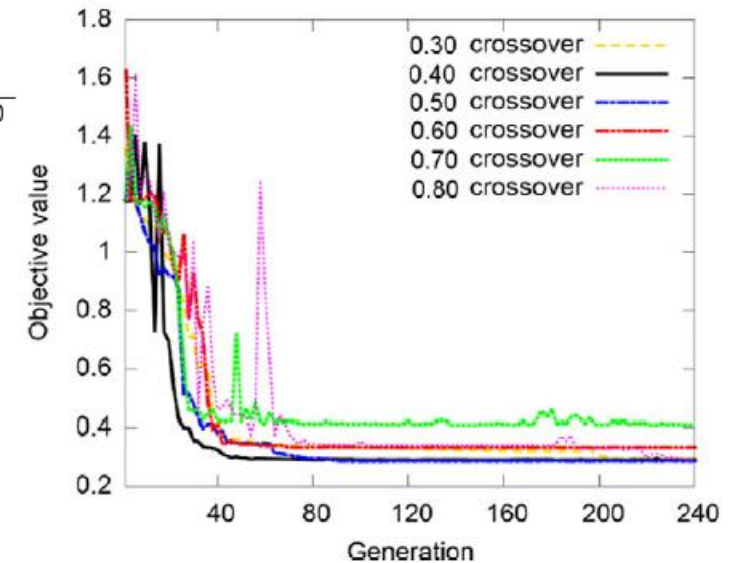


Fig. 10. Crossover of genes in two parameter sets.

Funzione obiettivo: minima distanza punto per punto fra modello e curva sperimentale

$$Rss1 = \text{Min} \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \left[ \frac{(\sigma_i^{\text{exp}} - \sigma_i^{\text{model}})}{\sigma_i^{\text{exp}}} \right]^2$$



Procedura semplice, no ottimizzatori complessi (ad es. algoritmi genetici)

Riferimento ai cicli stabilizzati, di maggiore interesse per la fatica

Modellare le proprietà globali del ciclo stabilizzato:

picco-picco di tensione / tensione media / pendenza agli estremi / area di isteresi

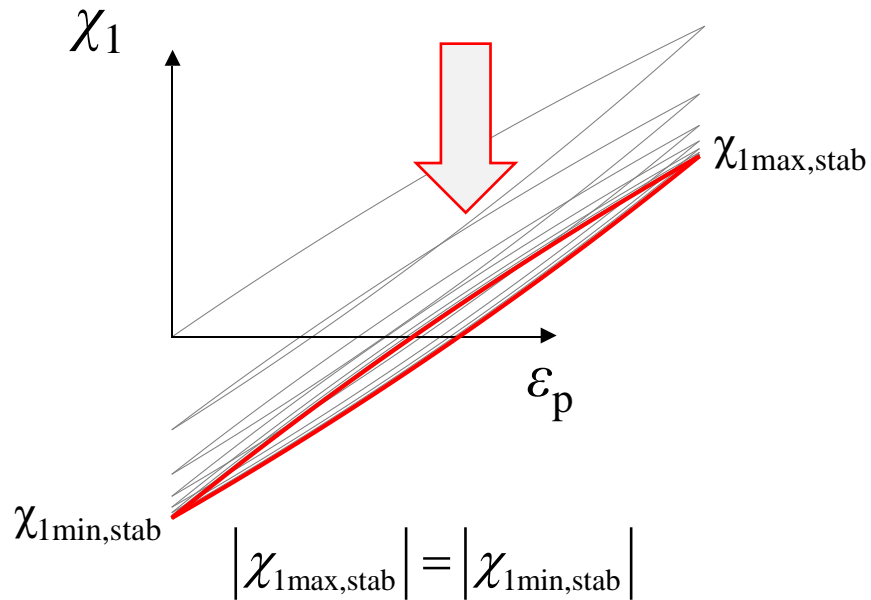
## **Dati sperimentali richiesti**

Prova di rilassamento (def. imposta, no ratcheting) fino ad ottenere un ciclo stabilizzato

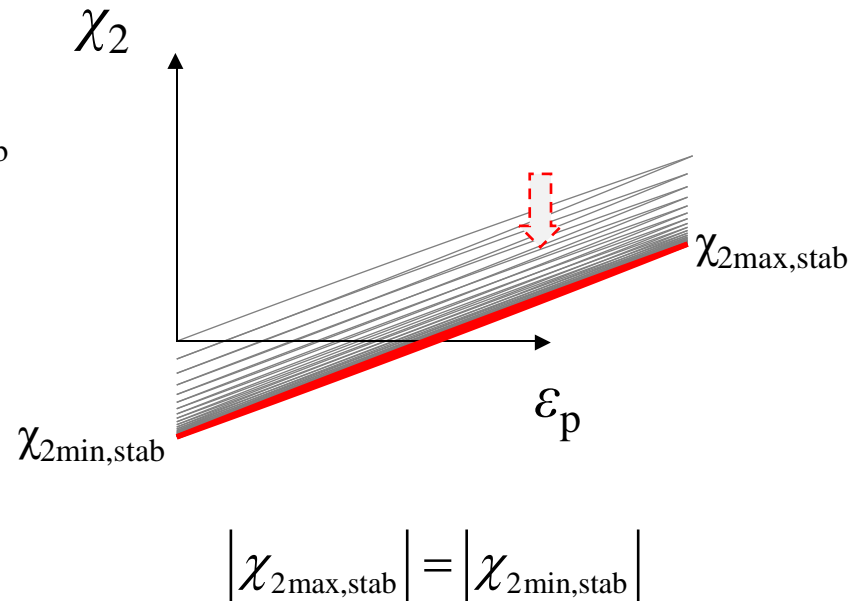
Almeno due cicli stabilizzati a diverse proprietà di ampiezza e media di deformazione

# Modello cinematico di Chaboche a 3 backstress

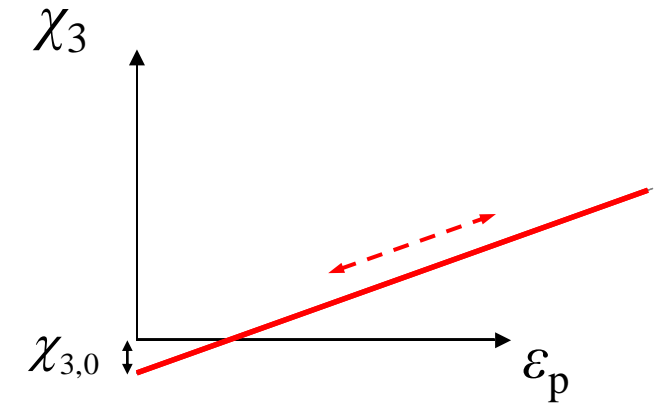
Prove in controllo di deformazione, ad es.  $R_\varepsilon = 0$



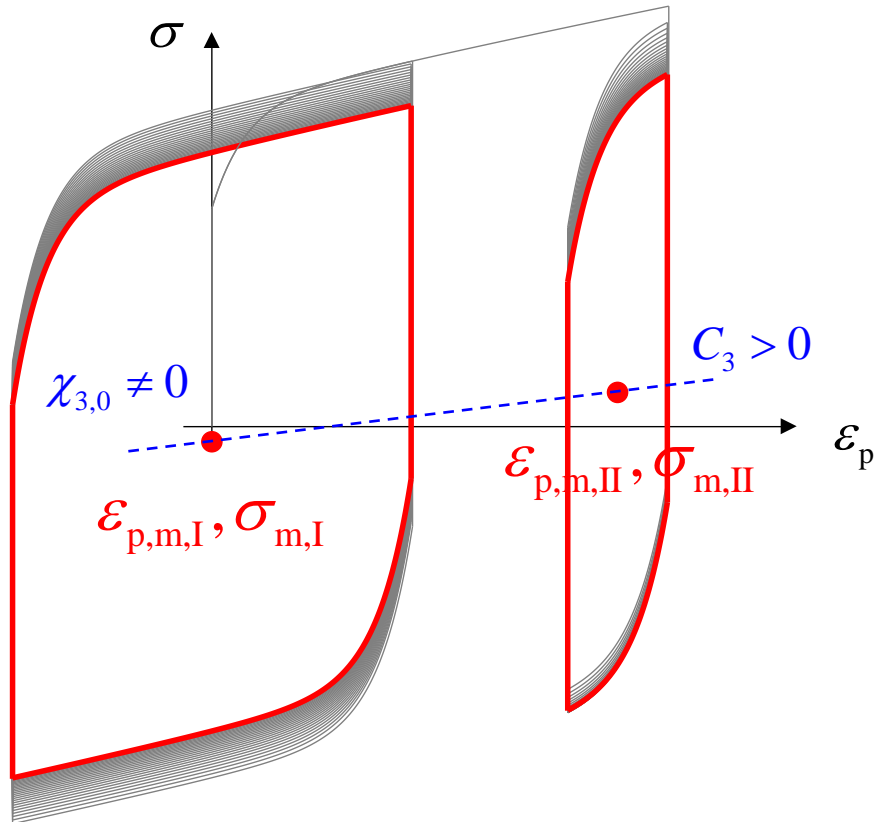
Backstress a dinamica veloce  
 $\gamma_1$  elevato



Backstress a dinamica lenta  
 $\gamma_2 \ll \gamma_1$



Backstress lineare  
 $\gamma_3 = 0$



*In rosso gli input sperimentali*

$$\sigma_{\max, \text{stab}} = \sigma_L + \chi_{1\max, \text{stab}} + \chi_{2\max, \text{stab}} + \chi_{3\max, \text{stab}}$$

$$\sigma_{\min, \text{stab}} = -\sigma_L + \chi_{1\min, \text{stab}} + \chi_{2\min, \text{stab}} + \chi_{3\min, \text{stab}}$$



$$\sigma_m = \frac{\chi_{3\max, \text{stab}} + \chi_{3\min, \text{stab}}}{2}$$



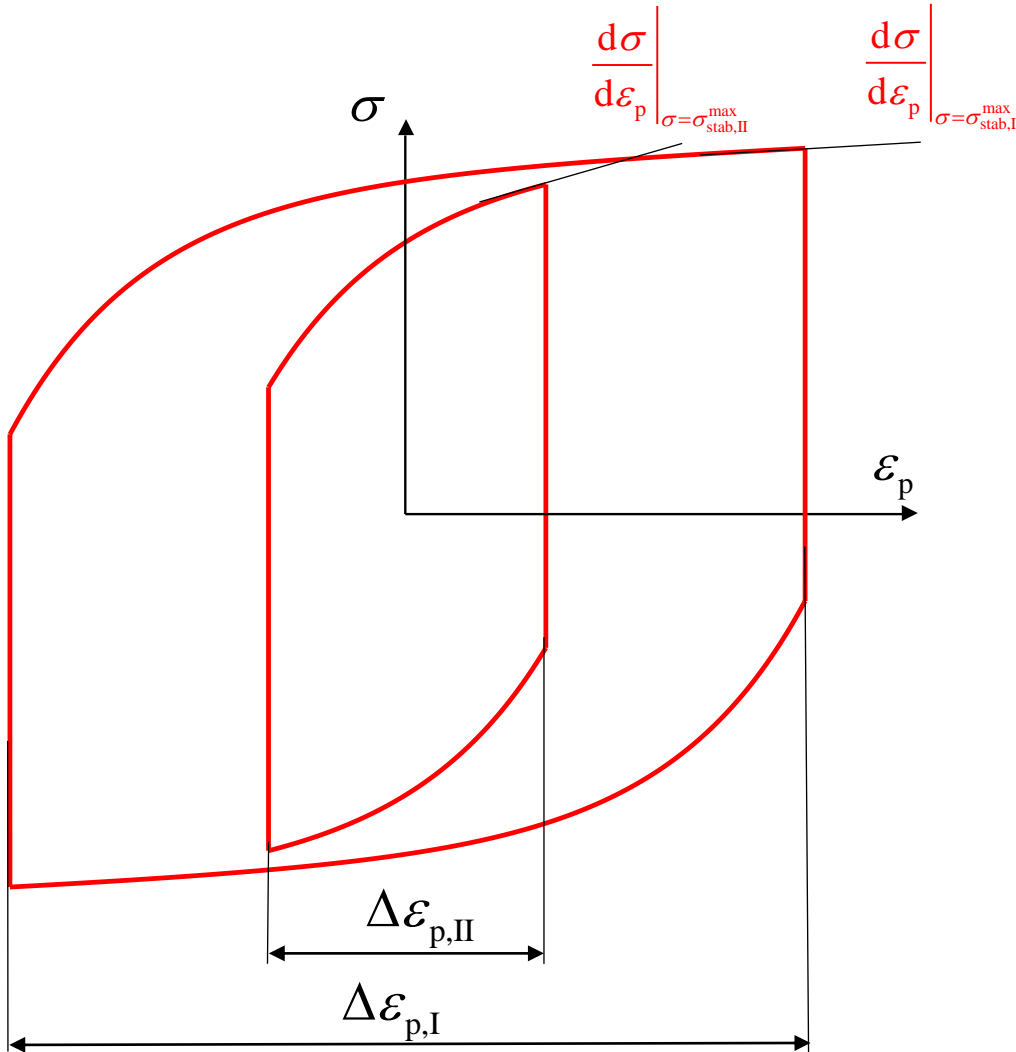
$$\chi_{3,0} + C_3 \epsilon_{p,m,I} = \sigma_{m,I}$$

$$\chi_{3,0} + C_3 \epsilon_{p,m,II} = \sigma_{m,II}$$



$$C_3, \chi_{3,0} \text{ (sistema } 2 \times 2\text{)}$$

# Calcolo $C_1$ e $C_2$ dalle pendenze agli estremi dei cicli



Assumendo  $\gamma_2 \Delta \varepsilon_p \ll 1$

$$C_1 \left( 1 - \tanh \left( \frac{\gamma_1 \Delta \varepsilon_{p,I}}{2} \right) \right) + C_2 = -C_3 + \left. \frac{d\sigma}{d\varepsilon_p} \right|_{\sigma=\sigma_{stab,I}^{max}}$$

$$C_1 \left( 1 - \tanh \left( \frac{\gamma_1 \Delta \varepsilon_{p,II}}{2} \right) \right) + C_2 = -C_3 + \left. \frac{d\sigma}{d\varepsilon_p} \right|_{\sigma=\sigma_{stab,II}^{max}}$$

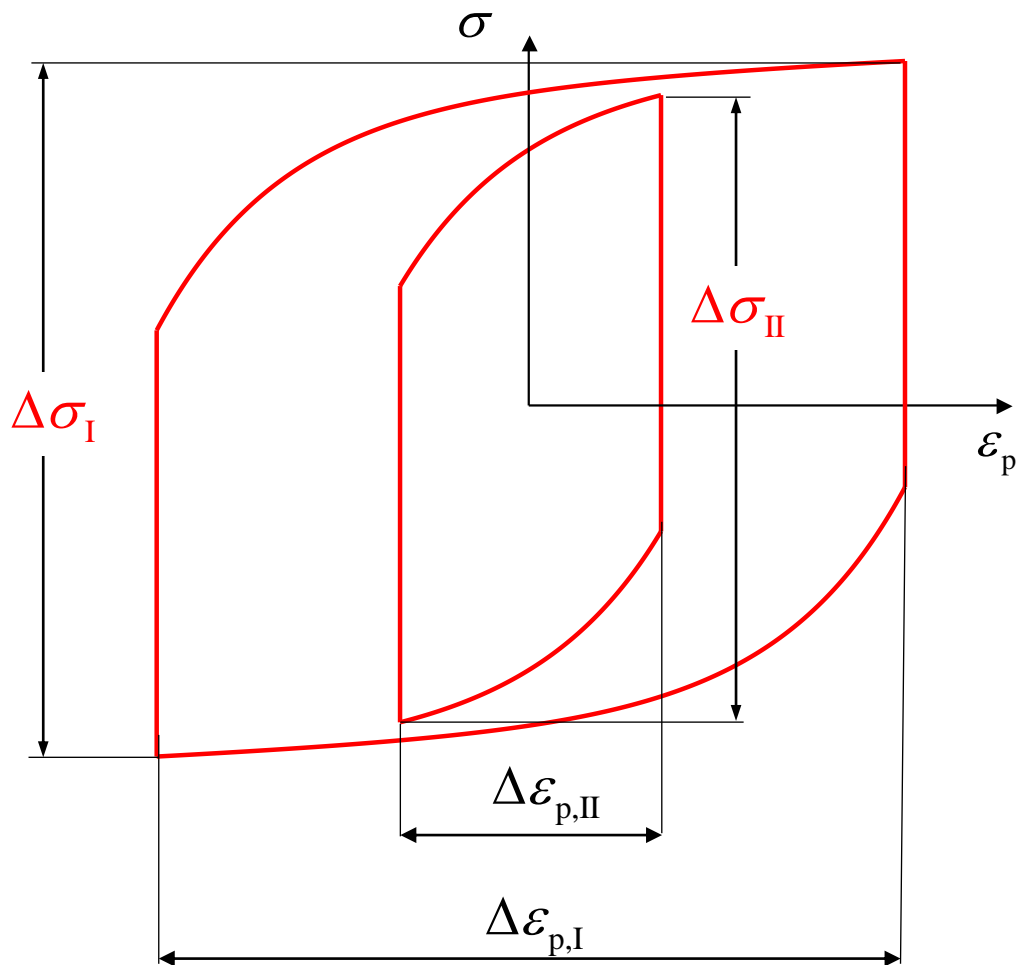


Sistema  $2 \times 2$  in funzione di  $\gamma_1$ :

$$C_1 = f(\gamma_1)$$

$$C_2 = g(\gamma_1)$$

# Calcolo $\sigma_L$ dal picco-picco di tensione



$$\Delta\sigma = \sum_{i=1}^2 2 \frac{C_i}{\gamma_i} \tanh\left(\frac{\gamma_i \Delta\epsilon_p}{2}\right) + C_3 \Delta\epsilon_p + 2\sigma_L$$

Assumendo  $\gamma_2 \Delta\epsilon_p \ll 1$

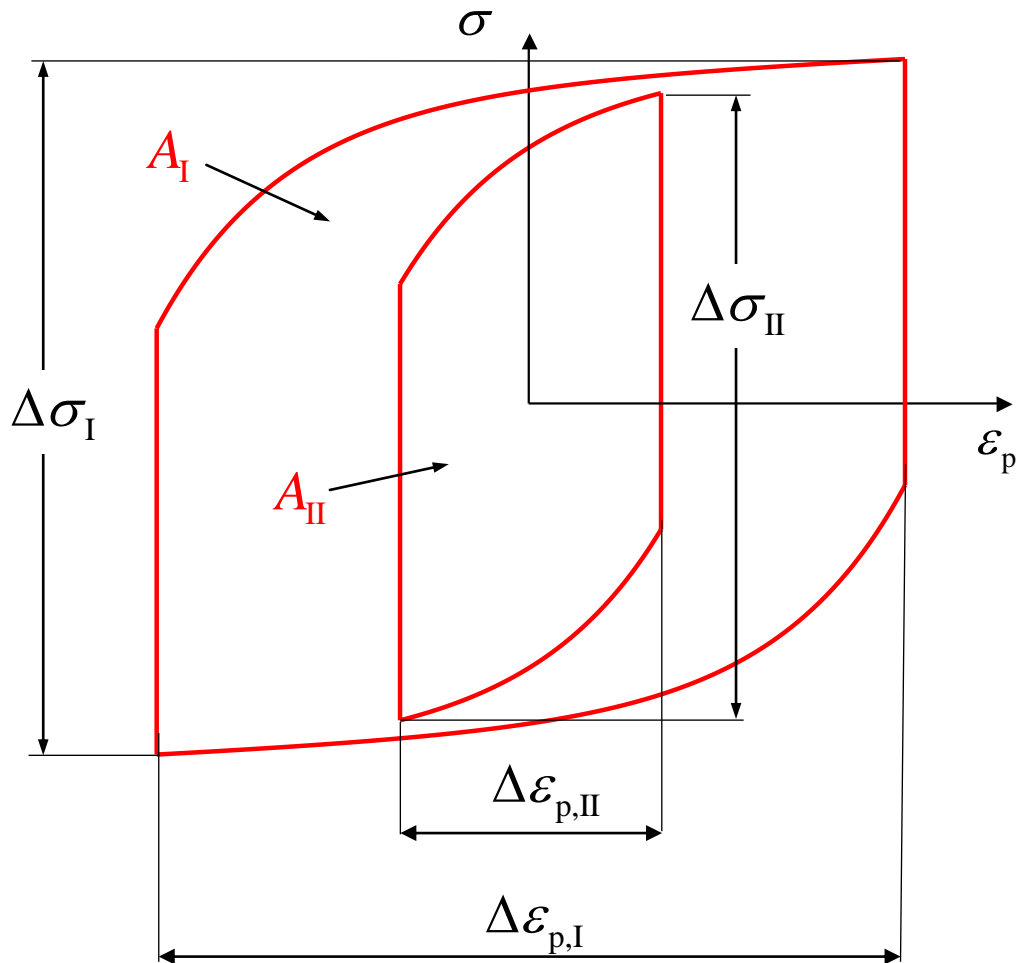


$$\sigma_{L,I} = \frac{\Delta\sigma_I}{2} - \frac{C_1}{\gamma_1} \tanh\left(\frac{\gamma_1 \Delta\epsilon_{p,I}}{2}\right) - \frac{C_2 + C_3}{2} \Delta\epsilon_{p,I}$$

$$\sigma_{L,II} = \frac{\Delta\sigma_{II}}{2} - \frac{C_1}{\gamma_1} \tanh\left(\frac{\gamma_1 \Delta\epsilon_{p,II}}{2}\right) - \frac{C_2 + C_3}{2} \Delta\epsilon_{p,II}$$



$$\sigma_L = \frac{\sigma_{L,I} + \sigma_{L,II}}{2} = h(\gamma_1)$$



$$A = \oint \sigma d\varepsilon_p = 2\sigma_L \Delta\varepsilon_p + 2 \sum_{i=1}^2 \left( \frac{C_i}{\gamma_i} \Delta\varepsilon_p - 2 \frac{C_i}{\gamma_i^2} \tanh\left(\frac{\gamma_i \Delta\varepsilon_p}{2}\right) \right)$$

Assumendo  $\gamma_2 \Delta\varepsilon_p \ll 1$



$$A_I^{\text{mod}} = 2\sigma_L \Delta\varepsilon_{p,I} + 2 \left( \frac{C_1}{\gamma_1} \Delta\varepsilon_{p,I} - 2 \frac{C_1}{\gamma_1^2} \tanh\left(\frac{\gamma_1 \Delta\varepsilon_{p,I}}{2}\right) \right)$$

$$A_{II}^{\text{mod}} = 2\sigma_L \Delta\varepsilon_{p,II} + 2 \left( \frac{C_1}{\gamma_1} \Delta\varepsilon_{p,II} - 2 \frac{C_1}{\gamma_1^2} \tanh\left(\frac{\gamma_1 \Delta\varepsilon_{p,II}}{2}\right) \right)$$

Altre due funzioni dipendenti da  $\gamma_1$

In funzione di  $\gamma_1$  variano i coefficienti  $C_1$ ,  $C_2$  e  $\sigma_L$  e le condizioni di picco-picco e aree di isteresi sono soddisfatte con diverso livello di accuratezza

Si definiscono quindi tre parametri di cui uno di stima dello scostamento del limite di elasticità e gli altri due di stima dello scostamento delle aree di isteresi, in funzione del parametro  $\gamma_1$

$$\Sigma(\gamma_1) = \frac{\sigma_{L,I} - \sigma_{L,II}}{\sigma_L} = \frac{\frac{1}{2}(\Delta\sigma_I - \Delta\sigma_{II}) - \frac{C_1}{\gamma_1} \left( \tanh\left(\frac{\gamma_1 \Delta\varepsilon_{p,I}}{2}\right) - \tanh\left(\frac{\gamma_1 \Delta\varepsilon_{p,II}}{2}\right) \right) - \frac{C_2 + C_3}{2} (\Delta\varepsilon_{p,I} - \Delta\varepsilon_{p,II})}{\frac{1}{4}(\Delta\sigma_I - \Delta\sigma_{II}) - \frac{C_1}{2\gamma_1} \left( \tanh\left(\frac{\gamma_1 \Delta\varepsilon_{p,I}}{2}\right) + \tanh\left(\frac{\gamma_1 \Delta\varepsilon_{p,II}}{2}\right) \right) - \frac{C_2 + C_3}{4} (\Delta\varepsilon_{p,I} - \Delta\varepsilon_{p,II})}$$

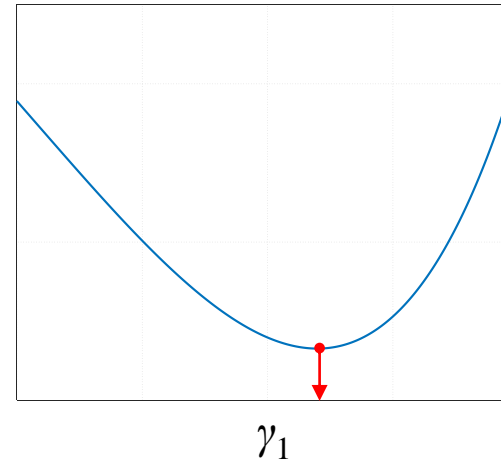
$$\Lambda_I(\gamma_1) = \frac{A_I^{\text{mod}} - A_I}{A_I} = \frac{2\sigma_L \Delta\varepsilon_{p,I} + 2 \left( \frac{C_1}{\gamma_1} \Delta\varepsilon_{p,I} - 2 \frac{C_1}{\gamma_1^2} \tanh\left(\frac{\gamma_1 \Delta\varepsilon_{p,I}}{2}\right) \right)}{A_I} - 1$$

$$\Lambda_{II}(\gamma_1) = \frac{A_{II}^{\text{mod}} - A_{II}}{A_{II}} = \frac{2\sigma_L \Delta\varepsilon_{p,II} + 2 \left( \frac{C_1}{\gamma_1} \Delta\varepsilon_{p,II} - 2 \frac{C_1}{\gamma_1^2} \tanh\left(\frac{\gamma_1 \Delta\varepsilon_{p,II}}{2}\right) \right)}{A_{II}} - 1$$

# Calcolo $\gamma_1$ , determinazione degli altri parametri

Si definisce una funzione di errore da minimizzare:

$$\Psi(\gamma_1) = (1 - \alpha)\Sigma^2 + \alpha(\Lambda_I^2 + \Lambda_{II}^2) \Rightarrow$$



Definito  $\gamma_1$  si ottengono  $\sigma_L, C_1, C_2$

$$C_1 \left( 1 - \tanh \left( \frac{\gamma_1 \Delta \varepsilon_{p,I}}{2} \right) \right) + C_2 = -C_3 + \left. \frac{d\sigma}{d\varepsilon_p} \right|_{\sigma = \sigma_{stab,I}^{max}}$$

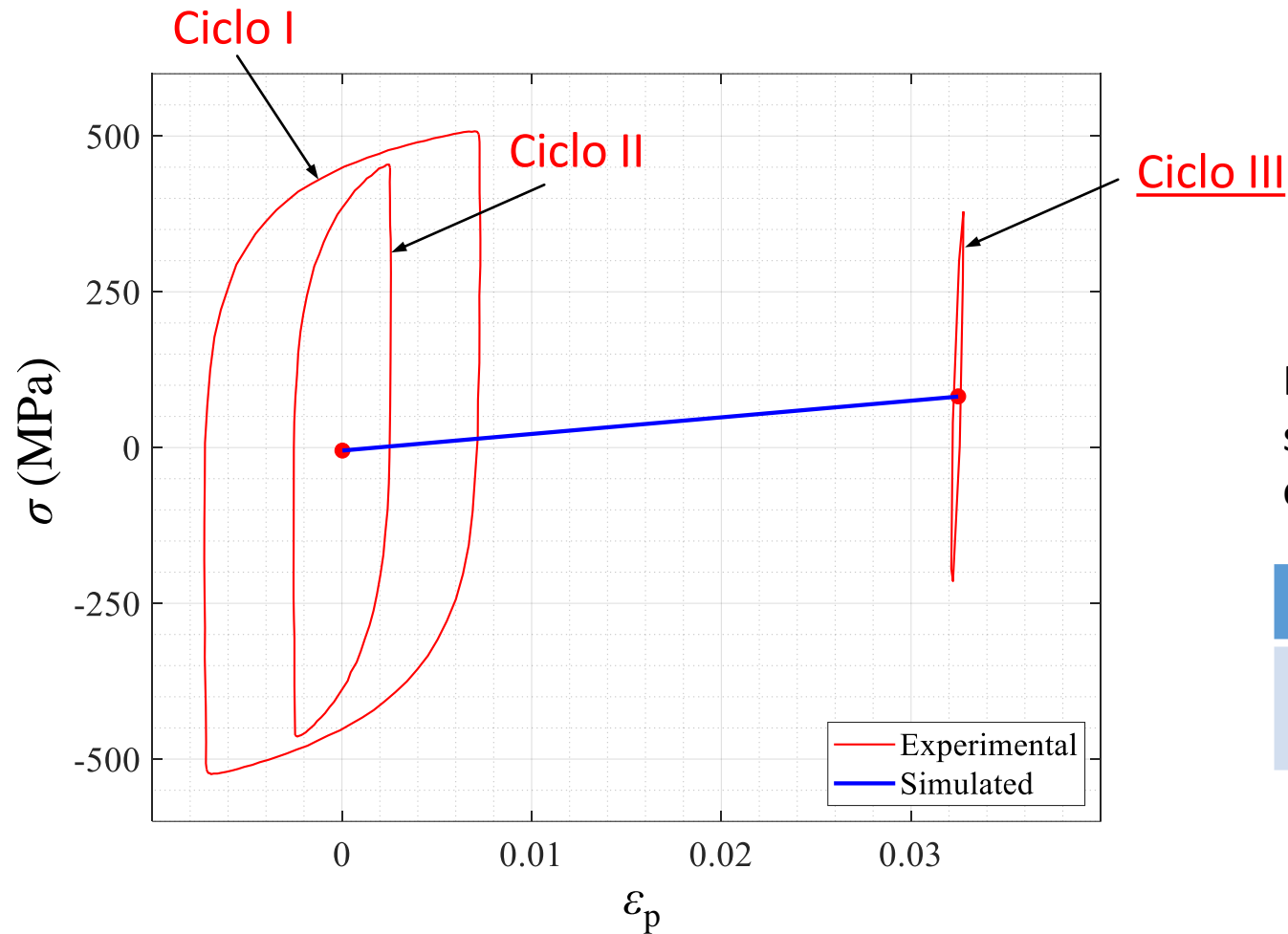
$$C_1 \left( 1 - \tanh \left( \frac{\gamma_1 \Delta \varepsilon_{p,II}}{2} \right) \right) + C_2 = -C_3 + \left. \frac{d\sigma}{d\varepsilon_p} \right|_{\sigma = \sigma_{stab,II}^{max}}$$

sistema  $2 \times 2$

$$\sigma_{L,I} = \frac{\Delta \sigma_I}{2} - \frac{C_1}{\gamma_1} \tanh \left( \frac{\gamma_1 \Delta \varepsilon_{p,I}}{2} \right) - \frac{C_2 + C_3}{2} \Delta \varepsilon_{p,I}$$

$$\sigma_{L,II} = \frac{\Delta \sigma_{II}}{2} - \frac{C_1}{\gamma_1} \tanh \left( \frac{\gamma_1 \Delta \varepsilon_{p,II}}{2} \right) - \frac{C_2 + C_3}{2} \Delta \varepsilon_{p,II}$$

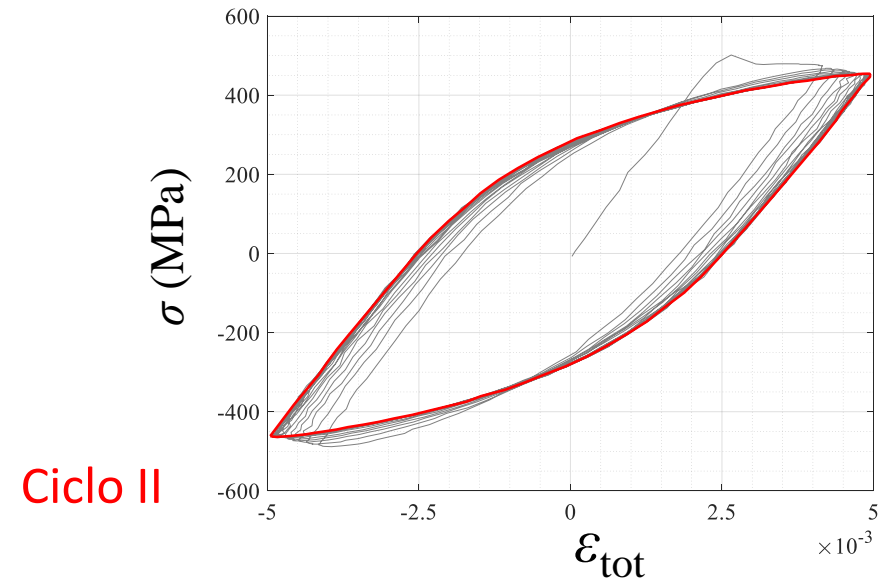
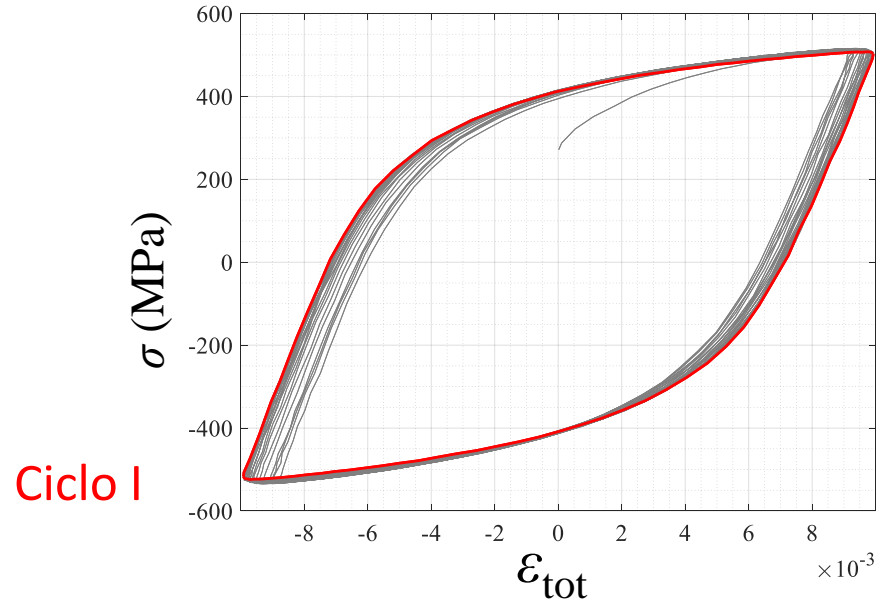
$$\rightarrow \sigma_L = \frac{\sigma_{L,I} + \sigma_{L,II}}{2}$$



In questo caso si utilizza un terzo ciclo stabilizzato per il backstress 3, mentre i cicli I e II sono a def. media nulla

$C_3$ (MPa)	$\chi_{3,0}$ (MPa)
2669	- 4.86 (molto piccolo)

# Dati Sperimentali $R_\varepsilon = -1$ , 42NiCrMo4+QT

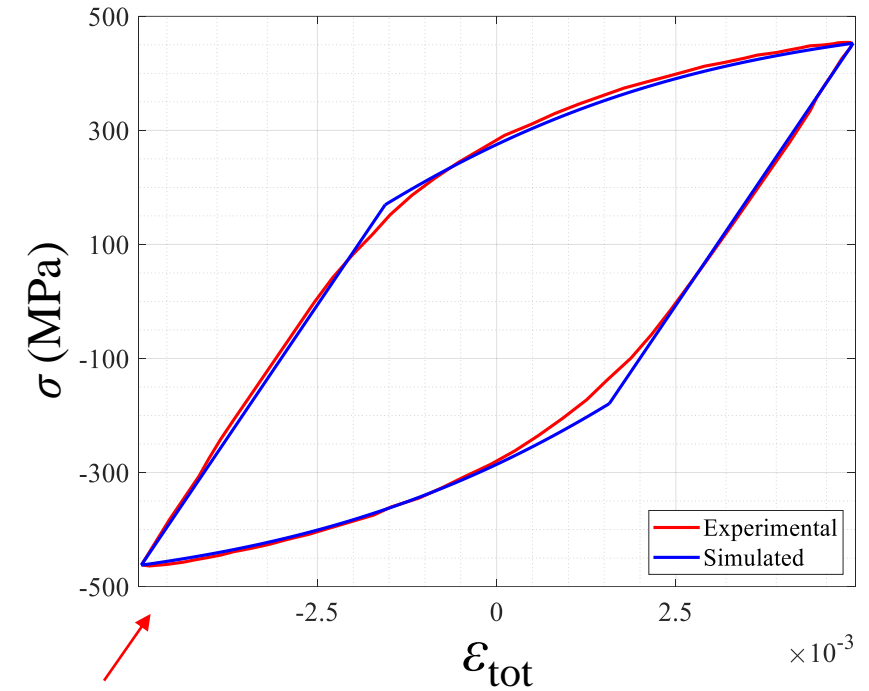
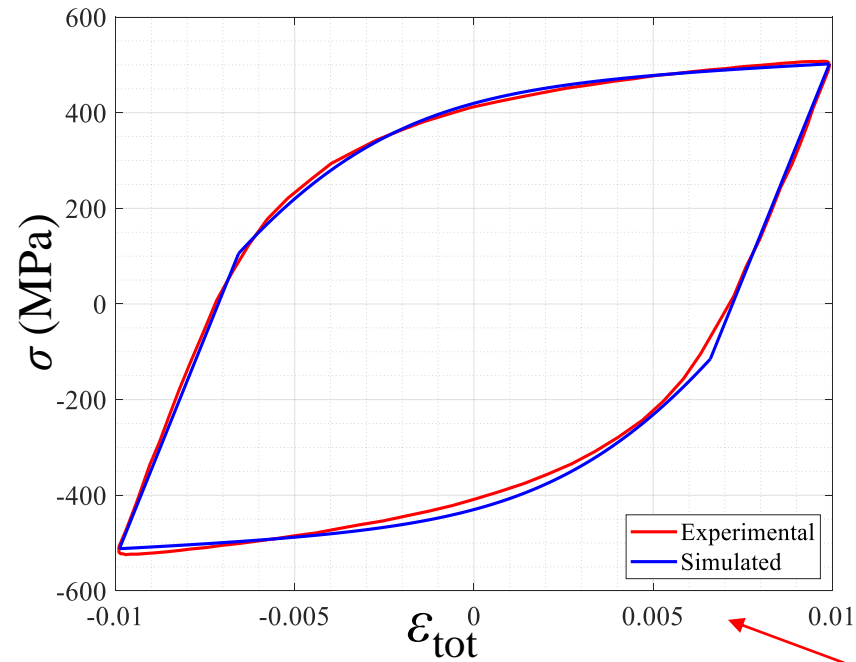
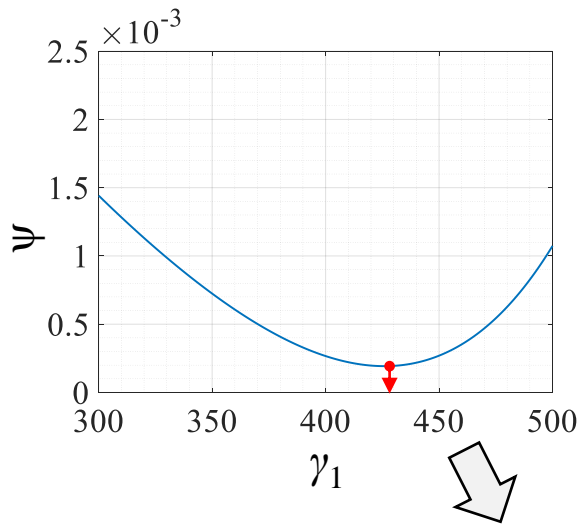


Quantità utili ciclo stabilizzato	Valore numerico
$\Delta\varepsilon_{p,I}$	1.43%
$\Delta\sigma_I$	1030 MPa
$A_I$	12.0 mJ/mm <sup>3</sup>
$d\sigma/d\varepsilon_p$ per $\sigma = \sigma_{stab,I}^{max}$	5.81 GPa

Quantità utili ciclo stabilizzato	Valore numerico
$\Delta\varepsilon_{p,II}$	0.50%
$\Delta\sigma_{II}$	918 MPa
$A_{II}$	3.61 mJ/mm <sup>3</sup>
$d\sigma/d\varepsilon_p$ per $\sigma = \sigma_{stab,II}^{max}$	20.2 GPa

# Risultati Intermedi Chaboche 42NiCrMo4+QT

Si segue la procedura e si determina il valore ottimale di  $\gamma_1$

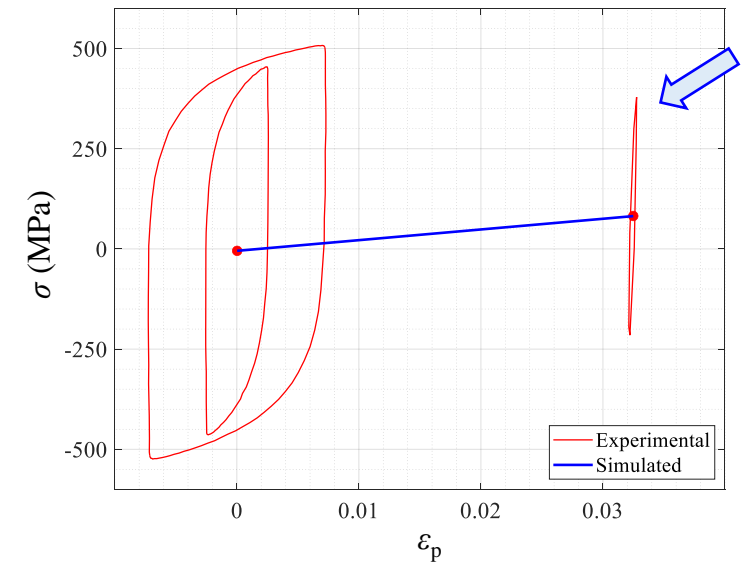
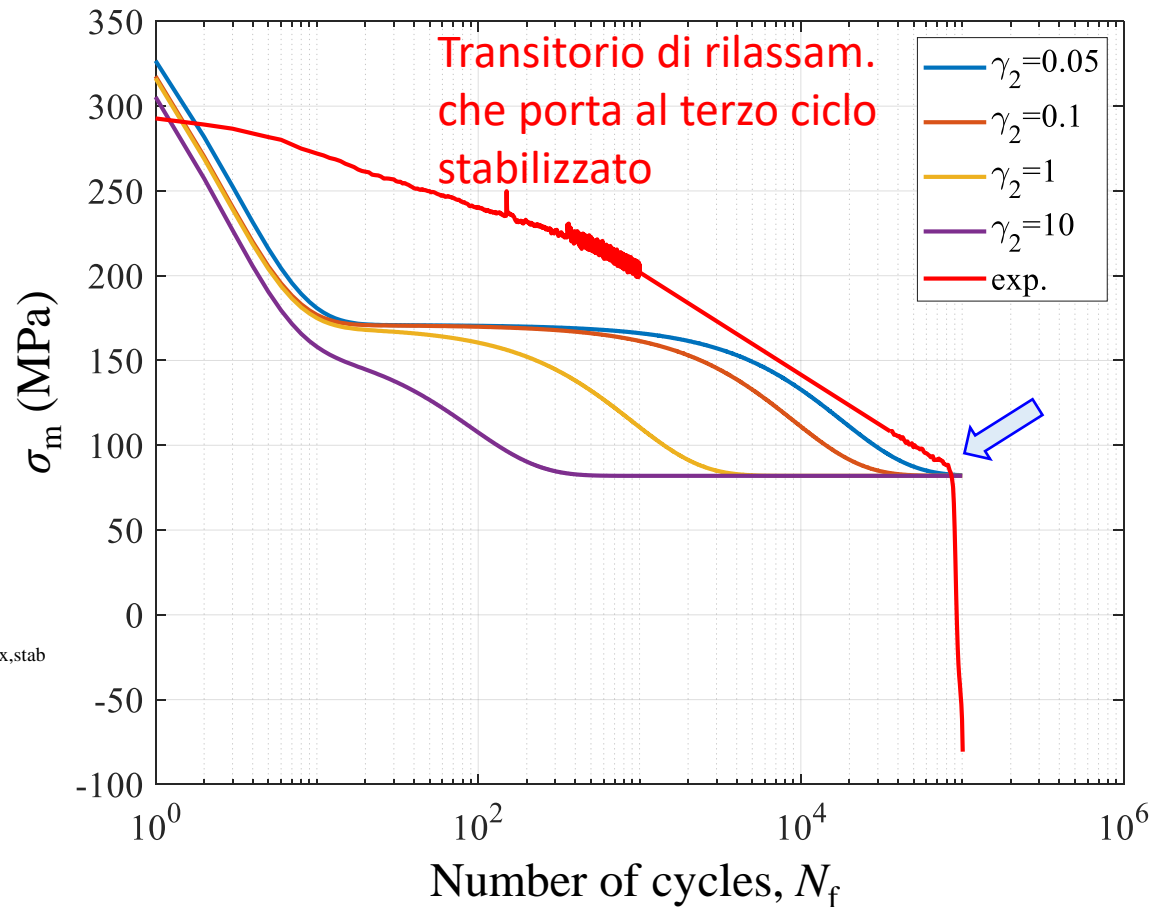
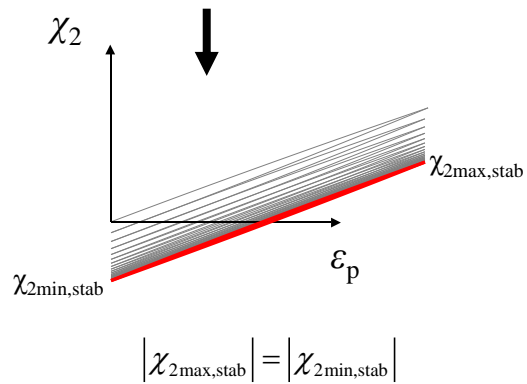


$\sigma_L$ (MPa)	$C_1$ (MPa)	$\gamma_1$	$C_2$ (MPa)	$C_3$ (MPa)	$\chi_{3,0}$ (MPa)
316	69211	426	2836	2669	-4.86

Ai fini della riproduzione dei cicli stabilizzati è stato utilizzato un valore di  $\gamma_2$  preliminare e pari a 1

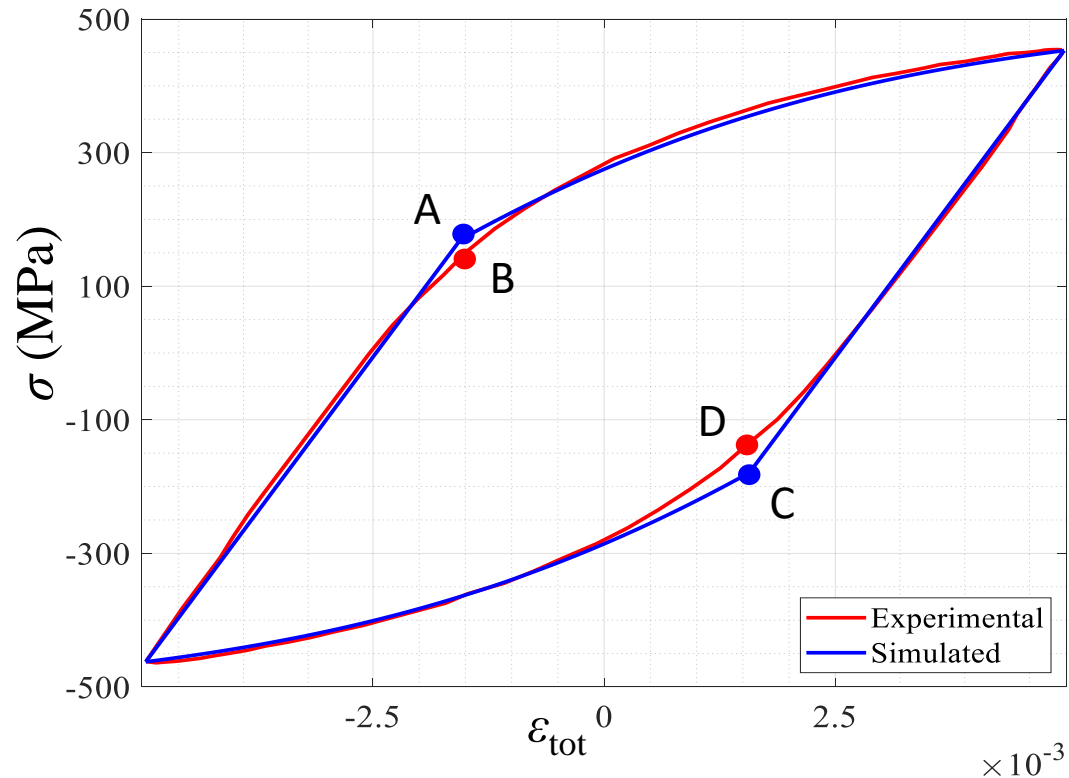
Si ricerca il  $\gamma_2$  con riferimento alla prova lenta di rilassamento

Il backstress 2  
modella il  
rilassamento lento



# Eventuale aggiunta di un quarto backstress, molto rapido

Per modellare correttamente la zona in corrispondenza dello snervamento si propone un quarto backstress con dinamica molto veloce  $\gamma_4$  molto elevato e fissato in partenza



$$\epsilon_{tot,A} = \epsilon_{tot,B}$$

$$\epsilon_{tot,C} = \epsilon_{tot,D}$$

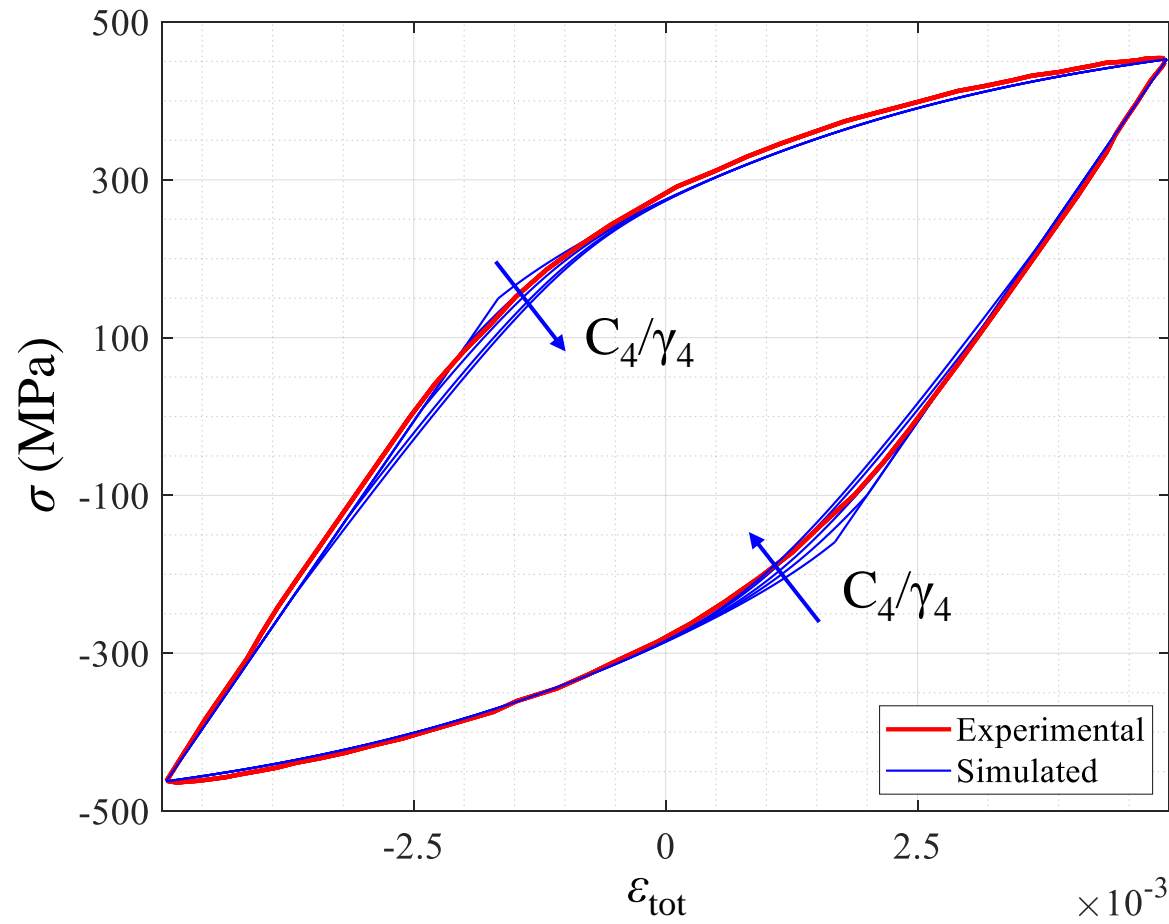
$$C_4/\gamma_4 \text{ tale che sia minimo } r\left(\frac{C_4}{\gamma_4}\right) = |\sigma_A - \sigma_B|^2 + |\sigma_C - \sigma_D|^2$$



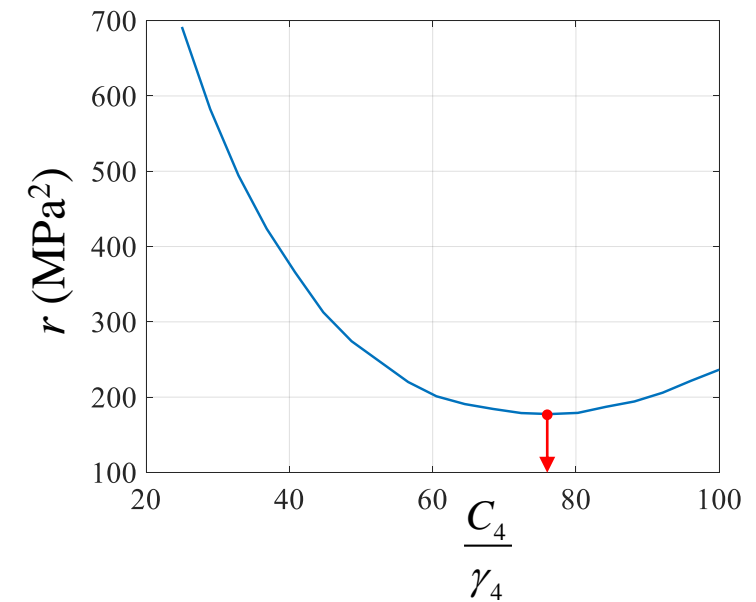
$$\sigma'_L = \sigma_L - \frac{C_4}{\gamma_4}$$

# Calcolo $C_4, \gamma_4$

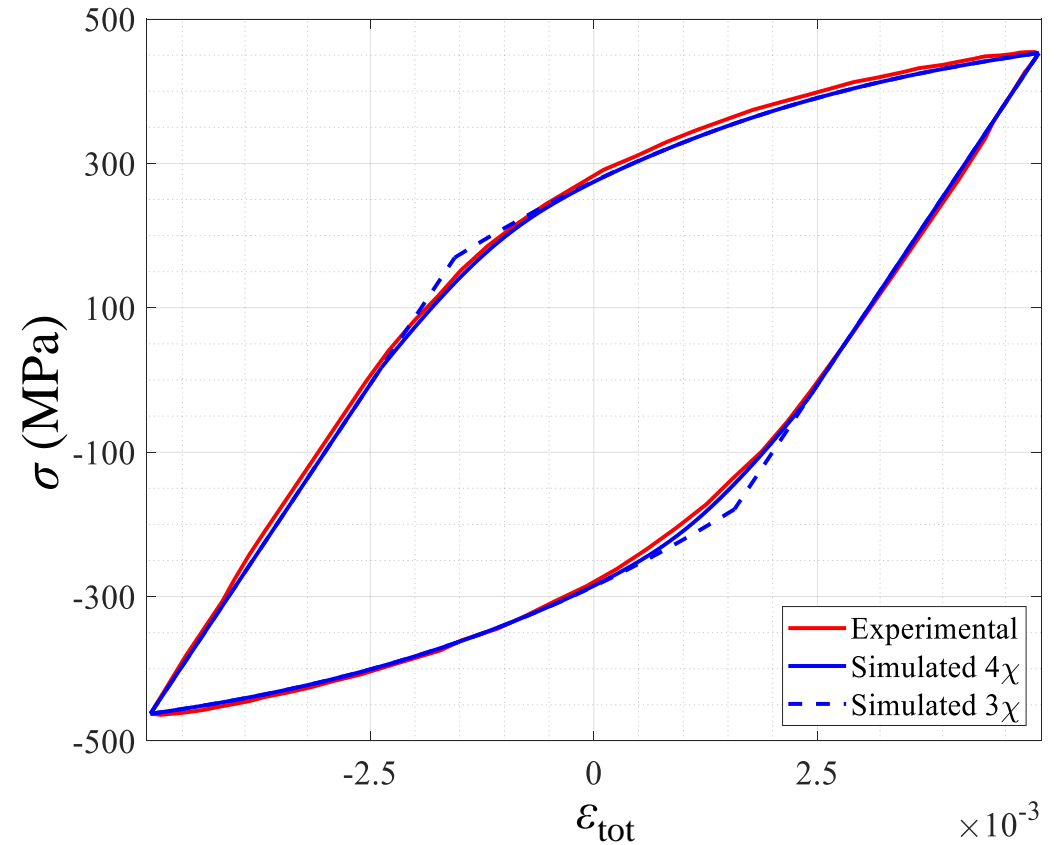
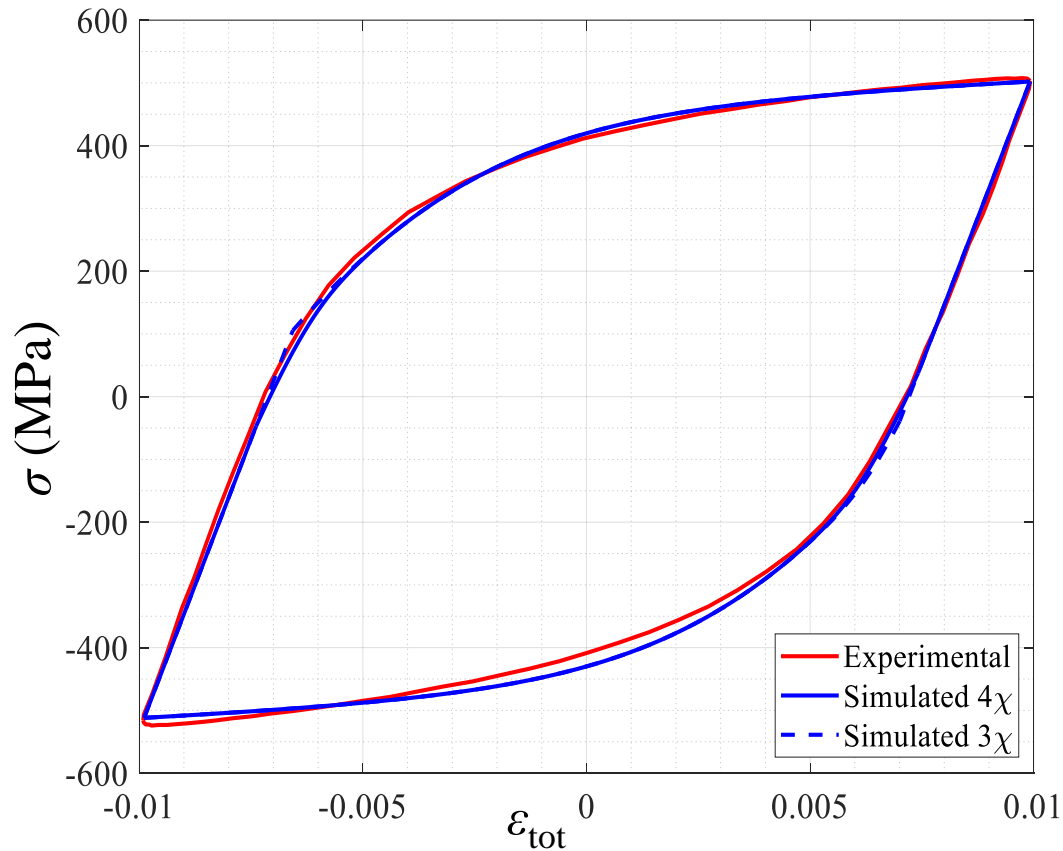
Variation of the stabilized cycle with  $C_4/\gamma_4$  for a fixed value of  $\gamma_4$



Effetto trascurabile sulle prop. globali: picco-picco, pendenza, dato che:  $\sigma'_L = \sigma_L - C_4/\gamma_4$



# Risultati con 4 backstress 42NiCrMo4+QT



$\sigma'_L$ (MPa)	$C_1$ (MPa)	$\gamma_1$	$C_2$ (MPa)	$\gamma_2$	$C_3$ (MPa)	$\chi_{3,0}$ (MPa)	$C_4$ (MPa)	$\gamma_4$
240	69211	426	2836	0.05	2669	-4.86	381759	5000

Includendo Voce,  $\sigma_Y$  varia durante il caricamento

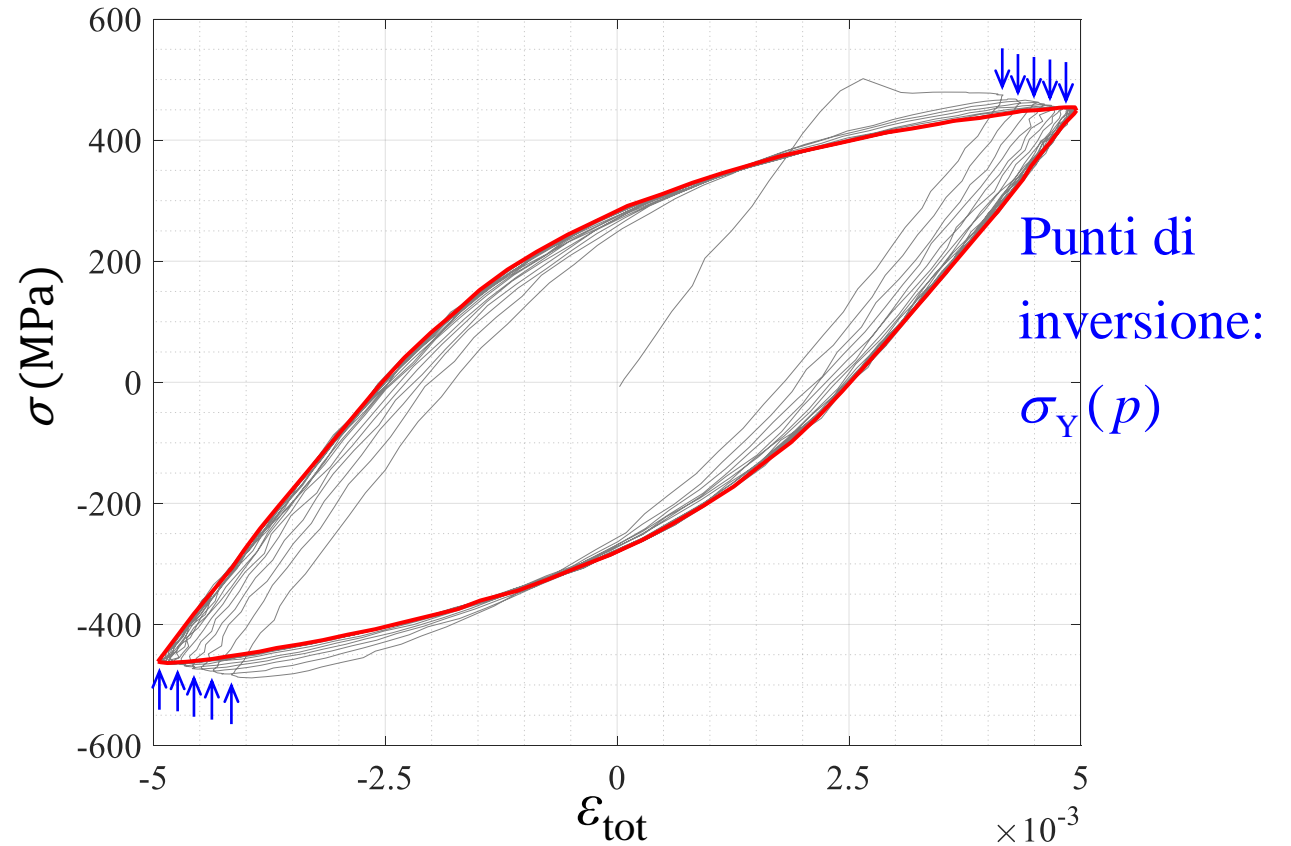
$$\sigma_Y = \sigma_0 + Q \left( 1 - e^{-b \int dp} \right)$$

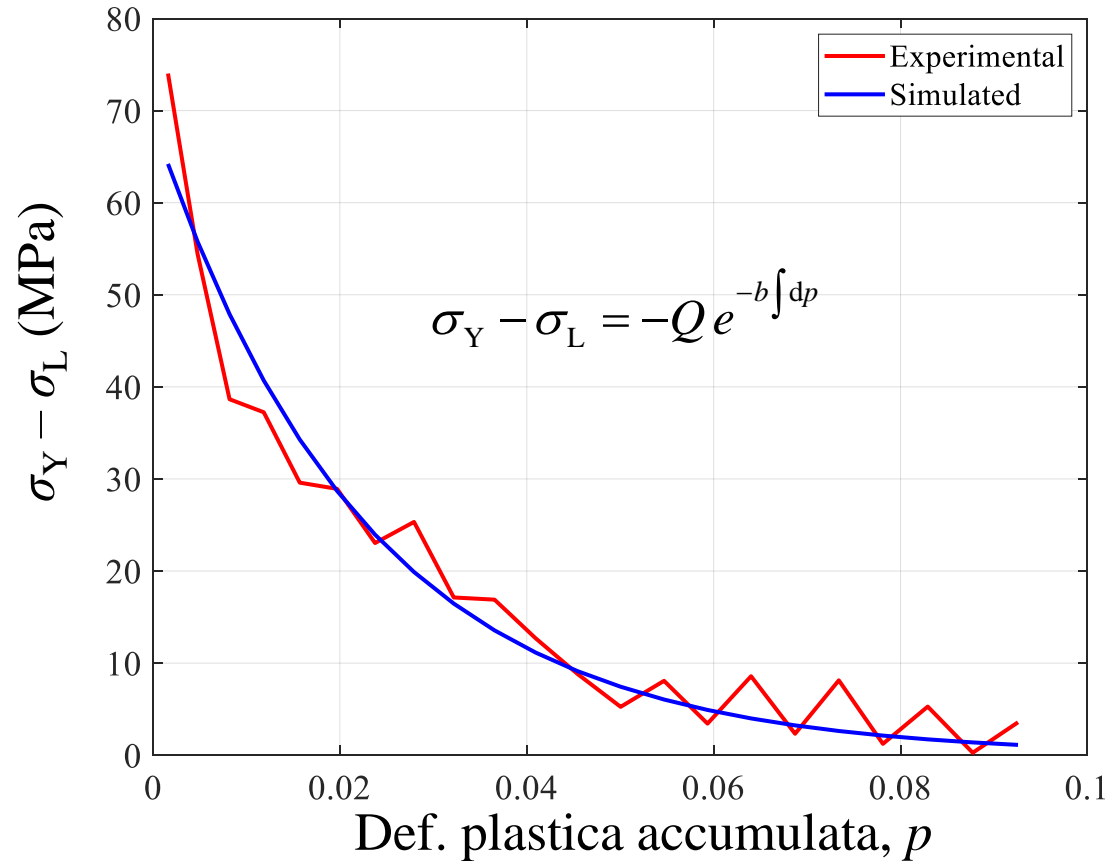
$$dp = |d\varepsilon_p|$$

per  $dp \rightarrow \infty$  si ha:  $\sigma_L = \sigma_0 + Q$

Quindi i parametri da tarare sono:  $Q$  e  $b$

Ciclo II, transitorio di stabilizzazione





$\sigma_0$ (MPa)	$Q$ (MPa)	$b$	
385	- 69.0	44.5	3 backstress
309	- 69.0	44.5	4 backstress

Componente di Voce limitata, e  
pressoché invariante da 3 a 4 backstress

Identificazione dei parametri di Chaboche e Voce, strategia proposta:

- Riferimento ai cicli stabilizzati di prove in controllo di deformazione (relaxation);
- No ottimizzatori complessi, espressioni in forma chiusa;
- Condizioni globali imposte: picco-picco, media, pendenza agli estremi, area di isteresi;
- Modello a 3 backstress accurato, eventuale miglioramento con 4 backstress;
  
- Applicazione all'acciaio 42CrMo4+QT, risultati ottenuti:

	$\sigma_L / \sigma'_L$ (MPa)	$C_1$ (MPa)	$\gamma_1$	$C_2$ (MPa)	$\gamma_2$	$C_3$ (MPa)	$\gamma_3$	$C_4$ (MPa)	$\gamma_4$	$\sigma_0$ (MPa)	$Q$ (MPa)	$b$
3 bs	316	69211	426	2836	0.05	2669	0	-	-	385	- 69.0	44.5
4 bs	<b>240</b>	69211	426	2836	0.05	2669	0	<b>381759</b>	<b>5000</b>	<b>309</b>	- 69.0	44.5